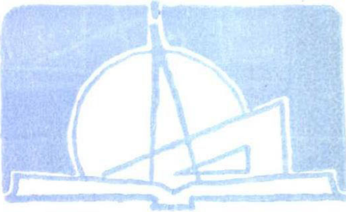
初中课程补充读物丛书

打开几何的大门

李毓佩 著

山西人民出版社



李航佩著

初中课程补充读物丛书

打开几何的大门

山西人民出版社

内容提要

该书通过许多生动的故事和典型的例题，对初中几何课本中的要点作了精辟的讲解和补充，知识性强，趣味性浓。

初中课程补充读物丛书

打开几何的大门

李毓佩

●

山西人民出版社出版 （太原并州路七号）

山西省新华书店发行 山西省七二五厂印刷

*

开本：787×1092 1/32 印张：4.25 字数：75千字

1982年12月第1版 1982年12月第1次印刷

印数：1—47,000册

*

书号：7088·1025 定价：0.40元

出版说明

为了密切配合课堂教学，帮助初中学生掌握基础知识，适当扩大知识面，提高灵活运用的能力，以启发思想，丰富知识，开阔视野，引起学习兴趣，我们编辑出版了《初中课程补充读物》丛书，向初中学生提供一套和教材紧密联系的通俗易懂、生动有趣的知识性读物。

这套丛书分科陆续出版，明年出齐。其内容按照各科教材的顺序，有重点地补充和讲解基础知识；简要介绍一些重要定律、定理的发现和应用，以及各学科上的新成就；联系教学实际提出一些有趣的问题，供学生思考和解答。

这套丛书拟编二十二分册。数学三册（代数、几何、思路与解题技巧各一册），物理四册（力学、热学、电学、光学各一册），语文三册（每年级一册），地理二册（中国地理、世界地理各一册），历史二册（中国古代史、中国近代史和现代史各一册）外语三册（每年级一册），化学、政治、动物、植物、生理卫生各一册。

初中课程补充读物丛书

顾　　问

（以姓氏笔划为序）

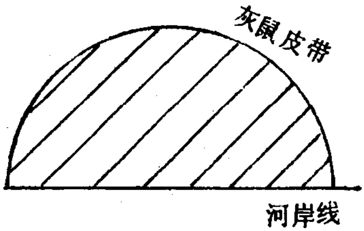
叶永烈	叶至善	刘后一
刘厚明	茅以升	郑文光
高士其	蓝思聪	

目　录

一 什么是几何学？

埃及有一条长河叫尼罗河。早在三千多年以前尼罗河经常泛滥，洪水冲走了房屋、牲畜，给人的生命财产造成很大损失。洪水退后，各部族要重新测量、标记自己的土地，这就需要计算、测量各种地形的面积。现在保存的一本3700年前，由埃及一个姓阿赫美斯的人写的手册中，就记载着许多计算土地面积的问题。

至今，埃及还流传着一个古老的，与土地面积有关的神话故事。传说非洲有位叫纪塔娜的女神，非洲北岸有个部落的酋长答应给纪塔娜女神一块土地。这块土地有多大呢？酋长只给纪塔娜一块能够用灰鼠皮包围住的土地。纪塔娜并不生气，她把灰鼠皮剪成很细很细的小条条，再把这些细条条接成一条长带。她用这条长带，以河岸线为直径，围成一个半圆，这块半圆形土地相当大，完全出乎酋长预料之外。可以证明，纪塔娜围成的土地是所能围成的各种图形中，面积最大者。



土地面积的测量和计算，促使人们对各种图形的性质进行研究，从而产生了几何学。几何学希腊文的原意是“测地术”，说明了几何学来源于土地面积的测量。

我国有一部古算书叫《九章算术》，记载了公元前一千多年的从周一直到秦、汉的数学成就。全书一共分九章，第一章方田，就是专门讲田亩面积的计算。“方”就是单位面积（好比现代的一亩、一平方米等等），“方田”就是计算一块田含有多少单位面积的方法。

古代测量土地的技术是很高的。比如举世闻名的埃及大金字塔，它们大多数是四千年以前修建的。其中最著名的是胡夫金字塔，塔高146.5米，底座是一个正方形，面积为五万二千九百平方米。胡夫金字塔虽然经历了四千多个春秋，塔顶都剥落了十米，可是经过现代技术的测量，正方形底座的长度和角度计算都十分精确，平均误差为一点五二厘米，可见古代测量技术之高了。

几何学发展到今天，已经不单单是测地学了。几何学是专门研究空间形式，各种图形的性质及相互关系的一门科学。科学技术和生产发展都离不开几何学。

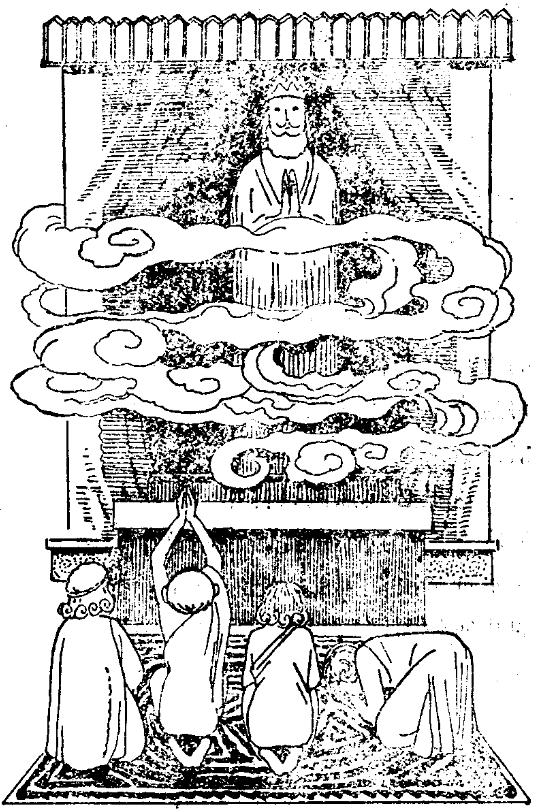
古代三大几何难题

古代科学家在研究几何学当中，遇到了不少难题。下面给大家介绍的是，著名的古代三大几何难题。

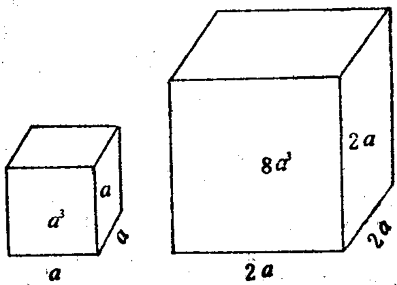
相传在很早以前，古希腊的德里群岛中有一个叫杰罗西岛。有一年这个岛上发生了一场大的瘟疫。岛上的居民到神庙去祈求神，问怎样才能免除这场灾难。神埋怨说：“你们对我不虔诚，看！我脚下的祭坛多小啊！要想免除瘟疫，必须做一个体积是这个祭坛二倍的新祭坛才行。”

居民们觉得神的要求不难做到。原祭坛是一个立方体形状的，只要把立方体的每条边延长一倍，新立方体，不就是

原来立方体的二倍了吗？于是他们就按着这个方案做了一个大个的祭坛放在了神的面前。谁想到，瘟疫不但没有停止反而更加流行。



居民们又去祈求神，神发怒地说：“我要求你们做一个体积是原来祭坛体积二倍的新祭坛，可是你们却做了一个体积是原祭坛体积八倍的祭坛放在这儿，你们这不是明明抗拒神的意志吗？”

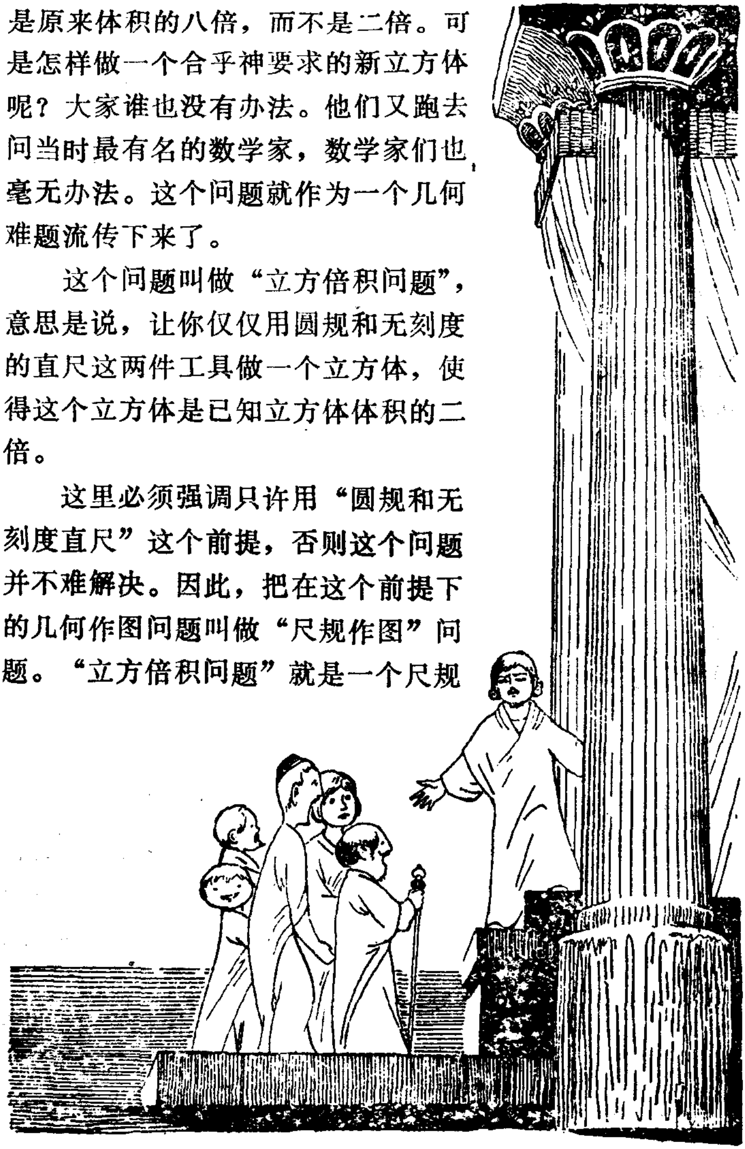


居民们一想也对呀！立方体的每边扩大一倍，新立方体的体积

是原来体积的八倍，而不是二倍。可是怎样做一个合乎神要求的新立方体呢？大家谁也没有办法。他们又跑去问当时最有名的数学家，数学家们也毫无办法。这个问题就作为一个几何难题流传下来了。

这个问题叫做“立方倍积问题”，意思是说，让你仅仅用圆规和无刻度的直尺这两件工具做一个立方体，使得这个立方体是已知立方体体积的二倍。

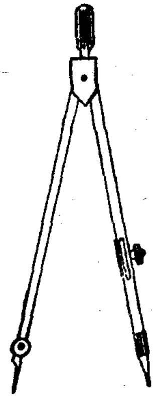
这里必须强调只许用“圆规和无刻度直尺”这个前提，否则这个问题并不难解决。因此，把在这个前提下的几何作图问题叫做“尺规作图”问题。“立方倍积问题”就是一个尺规



作图难题。

对于什么是“尺规作图法”，古代也有明确要求的：

直尺的用法是：



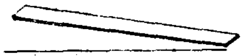
1.经过已知两点作一条直线；

2.无限制地延长一条直线。

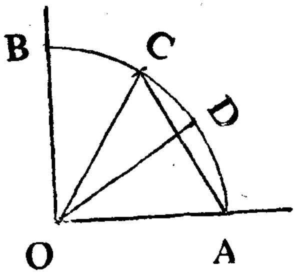
圆规的用法是：以任意一点为中心，任意给定长度为半径，画一个圆或画一段弧。

作图时，只能有限次地使用圆规和直尺。

第二个尺规作图难题叫“化圆为方问题”。意思是已知一个圆，让你用圆规直尺作一个正方形，使得正方形的面积恰好等于圆面积。

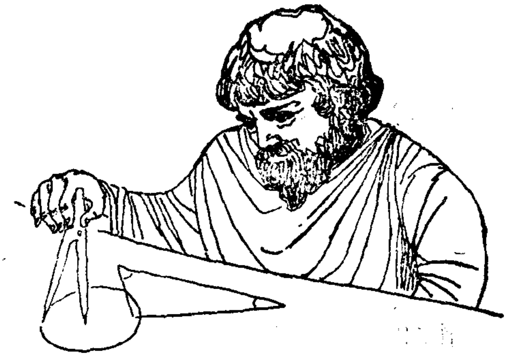


最吸引人的要算第三个“尺规作图”难题了，它叫做“三等分任意一个角”。任意给你一个角叫你用圆规直尺把它三等分了。为什么这个问题如此吸引人呢？原来对于一些特殊角来说，这种分法是可以办到的。比如三等分一个90°角。



作法：以90°角角顶为圆心，以任意长R为半径画弧 $\overset{\frown}{AB}$，交90°角两边于A、B两点。分别以A、B为圆心，仍以R为半径画弧，交$\overset{\frown}{AB}$弧于C、D两点。连接OC，OD，则OC，OD把90°

三等分了。



证明：连接AC，因为$OA = OC = AC = R$，所以$\triangle AOC$为等边三角形，$\angle AOC = 60°$而$\angle BOC = 90° - 60° = 30°$，同法可得$\angle AOD$也是$30°$。因此OC，OD把$90°$三等分了。

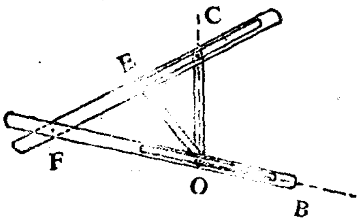
由于对一些特殊角用尺规作图法可以三等分。因此，不少人幻想对一般角是否也可三等分？从古到今多少才气横溢的青少年，卓有成就的大数学家花费了不少心血去钻研三等分角问题，结果无一获得成功！

怎么这么难呢？

难就难在只许用直尺和圆规这个条件上。无此限制条件，分法还不止一种，现介绍两种：

（1）三等分角器。

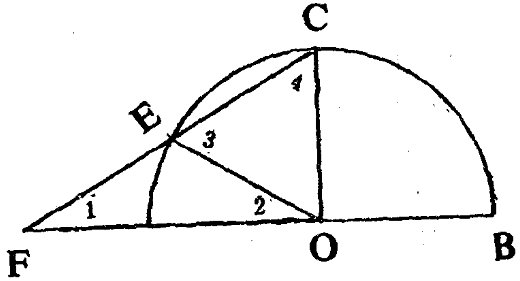
制法：找两根木条，中间挖槽，一端活动连接于F点。



取两木条OE，OC使得长度恰好等于EF。把木条一端固定于E点，其余两点O、C可在槽内滑动（如图）。

用法：任给一角，滑动三等分角器的OC木条，使

得O点位于给定角的角顶,OB与OC分别与给定角的两边重合。此时$\angle EFO$为给定角的三分之一。



证明：$\angle COB$为给定的任意角。

$\because EF=EO$

$\therefore \angle 1=\angle 2$

又$\because \angle 3$为$\triangle OEF$的一个外角

$\therefore \angle 3=2\angle 1$（外角等于不相邻的两个内角之和）

$\because OE=OC$

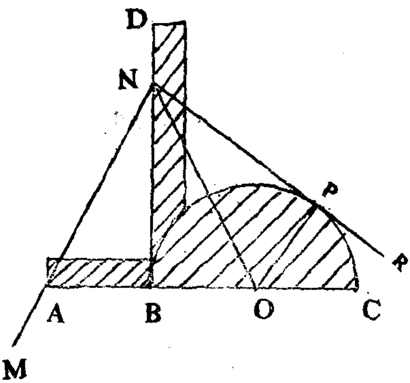
$\therefore \angle 3=\angle 4$

又$\because \angle BOC=\angle 4+\angle 1=2\angle 1+\angle 1=3\angle 1$

$\therefore \angle CFB=\frac{1}{3}\angle BOC$

（2）三等分角板。

制法：取一张硬纸剪出右图形状。这里AB＝OB，NB与半圆切于B点。BD长度任意。



用法：任给一角$\angle MNR$,把角顶N放在BD线上滑动，使得MN边过A点，NR边切半圆于P点。连接ON，则NB与NO将$\angle MNR$三等分。

证明：$\angle MNR$为给定的任意角。

$\because AB=BO$，$NB\perp AC$

$\therefore$直角三角形$ABN\cong$直角三角形BON

$\because NP$与半圆相切，

及$NB=NP$（从圆外一点向圆所引的两条切线相等）

$\therefore$直角三角形$BON\cong$直角三角形OPN

因此$\angle ANB=\angle BNO=\angle ONP$

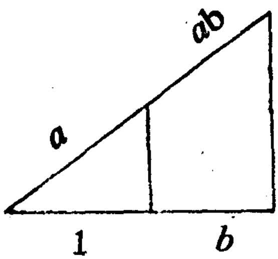
即BN与ON三等分$\angle MNR$

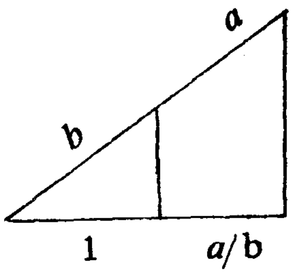
三大几何难题，经历了两千年仍没有一人解决。是这三道题的难度超出了人类智慧的限度吗？是人类太笨了吗？都不是。原来两千多年来，人们所走的道路不对！人们总是一心想把这三个几何作图题用圆规直尺作出来，但当1837年，数学家万彻尔提出“立方倍积问题”“三等分任意角问题”用尺规作图法根本就无法作出时，人们才恍然大悟，原来人们想解决一个“根本就不可能解决的问题”。

什么是不可能解决的问题？

已知二线段a和b，可以用圆规，直尺做出ab及$\frac{a}{b}$来。

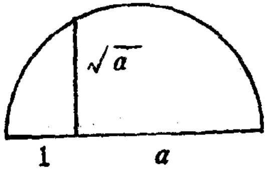
作法如图：





这个问题就是用尺规可以解决的问题；

已知线段a，可以用圆规、直尺做出$\sqrt{a}$来。作法如图：这也是用尺规可以解决的问题。

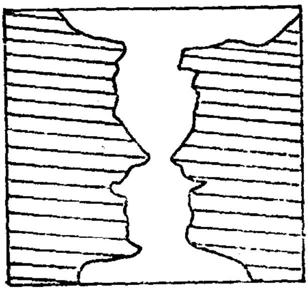


已知线段a，请你用圆规直尺做出$\sqrt[3]{a}$，能作吗？用近代数学已经证明：用圆规直尺及有限次的作图步骤是不可能做出$\sqrt[3]{a}$。这就是用尺规不可能解决的问题。三大几何难题就是这类不可能解决的问题。

三大几何难题用尺规作图法是不可能做出来的，这件事已经从理论上得到了证明。但是直到今日，还有一些青少年苦心寻找解决“三等分任意角问题”的办法，这种做法注定要失败的，会使这些青少年的聪明才智白白地浪费掉！奉劝迷恋解决三大几何难题的青少年朋友们，赶快结束这种无益的“研究”吧！

逻辑、公理和定理

古代人对图形的研究，最早是凭直观观察或实验来确定其性质。但是，单凭直观有时是靠不住的。



请你回答，右图上画的是什么？

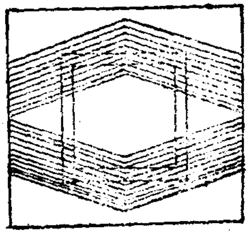
你可能回答：“带斜线部分表示是两个人在面对面地交谈。”

你的朋友会立刻反驳说：“不对！我看不带斜线部分表示

是两个人，头顶头的连在一起。”

你和你朋友谁观察的对？

请你再仔细观察右图，两个套在一起的是两个正方形吗？它们的边直吗？



你看完后，再动手用尺子量一量，看看你观察的如何？

大量的事实告诉我们，作为一门科学，把靠观察出来的结果当作真理是不行的，是会出偏差的。

那应该怎么办？

要用逻辑作为保证。逻辑就是关于人类正确思维的规律的科学。举个例子：

张三说：“我从来都是说谎。”请问：张三这句话是真话还是说谎？他到底是个什么样人？

你可能会说：“我怎么会知道张三这句话是真话呢？还是说谎？”

不！根据逻辑关系，可以肯定张三这句话是谎言。请听下面分析：

（1）如果说张三永远说真话。这时张三说：“我从来都是说谎。”显然是谎言，这样“张