

与人教版·九年义务教育
三年制初级中学
教科书·同步配套



讲与练

知识精讲与能力训练

初三数学

特级教师 刘锐诚主编



SHUXUE



人民日报出版社

讲与练

知识精讲与能力训练

· 初三数学 ·

顾 问 费孝通
策 划 张正武
主 编 刘锐诚

(初三·代数分册)

本册主编 刘晓瑜
本册编者 刘晓瑜 王 萍 李 宇
王布宁 王振国

(初三·几何分册)

本册主编 王 萍
本册编者 王 萍 刘晓瑜 王布宁 李 宇



+ 人民日报出版社

图书在版编目(CIP)数据

讲与练·知识精讲与能力训练·初三/刘锐诚 主编. - 北京:
人民日报出版社, 2001. 5

ISBN 7-80153-397-6

I. 讲... II. 刘... III. 课程-初中-教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 021770 号

书 名:讲与练·知识精讲与能力训练·初三 (数学)

主 编:刘锐诚

责任编辑:曼 曼

装帧设计:吴本泓

出版发行:人民日报出版社(北京金台西路 2 号,
邮编:100733)

经 销:新华书店

印 刷:北京市朝阳区飞达印刷厂

开 本:890×1240 1/32

字 数:2376.6 千

印 张:71

印 数:5000

印 次:2003 年 6 月第 1 版 2004 年 5 月第 3 次印刷

书 号:ISBN 7-80153-397-6/G·235

初三全套定价:81.80 元 (本册定价:15.00 元)

开卷有益
创新求实

费孝通



二〇〇一年六月

前 言

《讲与练·知识精讲与能力训练》丛书是配套人教版最新初、高中教材而编写的辅导与练习丛书。本丛书较好地体现了最新大纲的精神,而且与最新教材的内容和进度同步,既重视了基础知识和基本技能的落实,又照顾到优等生拓宽拔高的特殊需要。整套丛书的编写强调了科学性和实用性的统一,旨在帮助学生掌握系统的基础知识,训练有效的学习方法,培养思维能力、应用能力和创新能力,全面提高学生的综合素质。

本书《数学讲与练·知识精讲与能力训练》(初三年级)主要分为“知识精讲”和“能力训练”两大部分。

一、“知识精讲”主要有五个栏目:

【重点难点】是将本小节内容的重点和难点指出,并指出处理他们的关键所在。

【学法指导】是将本小节所涉及到的内容、方法、定理、公式、概念等加以梳理,特别是对易错的概念、公式等加以讲评。

【巧学妙思】主要是解决本小节内容与以往所学知识之间的联系,以及各类题型的处理方法,选择有代表性的题目做例题,进行分析、讲解,给出处理各类题型的方法、技巧,使学生的思维能力有所提高。

【竞赛辅导】通常配备与本节内容相关的竞赛题,为学有余力的同学提供了动脑的机会,进一步提高学生分析问题、解决问题的能力。

【趣味数学】主要是用数学知识解决实际生活中的问题,或是有巧妙解法的数学问题,旨在激发兴趣,开发智力。

二、“能力训练”主要有三个栏目:

【双基过关】提供有选择题、填空题、解答题三大类型的题,可供教师课堂上检查教学落实的情况,也可用于学生课后练习,以巩固本节内容。题型全、题目新,绝大部分是基础题,符合大纲规定的教学要求的水平。

【拔高挑战】精选了各省市中考题,为学有余力的同学提供了一个提高分析能力,解题能力的机会,并起到中考指导作用。

【竞赛天地】在这里为同学们提供了一展才华的机会,培养学生的逻辑思维能力,也为初中开展数学课外活动提供了素材。

各章综合检测试题以及期中期末综合检测试题采用标准题型,便于学生进行阶段自测和考前热身。

书后集中附有训练题和检测题的参考答案及解题思路点拨,便于练习后及时反馈;也可将答案预先统一撕掉,以供老师们在课堂上统一讲用。

参加本书编写工作的全部是教学成绩优秀的教师,他们把教学中的丰富经验融入了本书编写工作中,更增加了本书的实用性和科学性。

我们真诚地希望本丛书能成为学生的良师益友,同时也恳请广大师生批评指正。

编 者
2004 年 5 月

目 录

(代数分册)

第十二章 一元二次方程	(3)
第一部分 一元二次方程	(3)
§ 12.1 用公式解一元二次方程	(3)
§ 12.2 用因式分解法解一元二次方程	(8)
§ 12.3 一元二次方程的根的判别式	(15)
§ 12.4 一元二次方程的根与系数的关系	(21)
§ 12.5 二次三项式的因式分解(用公式法)	(30)
§ 12.6 一元二次方程的应用	(36)
第二部分 可化为一元二次方程的分式方程	(42)
§ 12.7 分式方程	(42)
§ 12.8 无理方程	(49)
第三部分 简单的二元二次方程组	(54)
§ 12.9 由一个二元一次方程和一个二元二次方程组成 的方程组	(54)
§ 12.10 由一个二元二次方程和一个可分解为两个 二元一次方程的方程组组成的方程组	(61)
第十二章综合检测试题	(66)
第一学期期中综合检测试题	(69)
第十三章 函数及其图像	(72)
§ 13.1 平面直角坐标系	(72)
§ 13.2 函数	(77)
§ 13.3 函数的图像	(84)
§ 13.4 一次函数	(89)
§ 13.5 一次函数的图像和性质	(92)
第一学期期末综合检测试题	(100)
§ 13.6 二次函数 $y = ax^2$ 的图像	(103)

§ 13.7 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图像	(107)
§ 13.8 反比例函数及其图像	(120)
第十三章综合检测试题	(124)
第十四章 统计初步	(127)
§ 14.1 平均数	(127)
§ 14.2 众数与中位数	(132)
§ 14.3 方差	(136)
§ 14.4 (略)	(142)
§ 14.5 频率分布	(142)
第十四章综合检测试题	(147)
第二学期期末综合检测试题	(150)
初三代数综合检测试题	(154)
附录:能力训练与综合检测试题参考答案	(157)

(几何分册)

第六章 解直角三角形	(185)
第一部分 锐角三角函数	(185)
§ 6.1 正弦和余弦	(185)
§ 6.2 正切和余切	(193)
§ 6.3 用计算器求锐角三角函数值和由锐角三角 函数值求锐角(略)	(199)
第二部分 解直角三角形	(200)
§ 6.4 解直角三角形	(200)
§ 6.5 解直角三角形应用	(206)
第六章综合检测试题	(213)
第七章 圆	(216)
第一部分 圆的有关性质	(216)
§ 7.1 圆	(216)
§ 7.2 过三点的圆	(221)
第一学期期中综合检测试题	(226)
§ 7.3 垂直于弦的直径	(229)
§ 7.4 圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系	(236)
§ 7.5 圆周角	(241)
§ 7.6 圆的内接四边形	(249)

第二部分 直线和圆的位置关系	(257)
§ 7.7 直线和圆的位置关系	(257)
§ 7.8 切线的判定和性质	(263)
§ 7.9 三角形的内切圆	(271)
§ 7.10 切线长定理	(276)
§ 7.11 弦切角	(283)
§ 7.12 和圆有关的比例线段	(291)
第一学期期末综合检测试题	(300)
第三部分 圆和圆的位置关系	(304)
§ 7.13 圆和圆的位置关系	(304)
§ 7.14 两圆的公切线	(311)
§ 7.15 相切在作图中的应用	(318)
第四部分 正多边形和圆	(321)
§ 7.16 正多边形和圆	(321)
§ 7.17 正多边形的有关计算	(327)
§ 7.18 画正多边形	(331)
§ 7.19 探究性活动:镶嵌(略)	(332)
§ 7.20 圆周长、弧长	(333)
§ 7.21 圆、扇形、弓形的面积	(337)
§ 7.22 圆柱和圆锥侧面展开图	(342)
第七章综合检测试题	(347)
第二学期期末综合检测试题	(351)
初三几何综合检测试题	(355)
附录:能力训练与综合检测试题参考答案	(360)

代数分册

(初三年级)



第十二章 一元二次方程

第一部分 一元二次方程

§ 12.1 用公式解一元二次方程

知识精讲

【重点难点】

重点是一元二次方程的概念及其一般形式. 难点是正确理解一元二次方程的一般形式并能确定各项系数.

【学法指导】

1. 整式方程

方程的两边都是关于未知数的整式, 这样的方程叫做整式方程.

注意:

这里的整式是指关于未知数的整式, 在某些含有字母系数的方程中, 虽分母中含有字母, 但只要分母中不含未知数, 即认为该方程为整式方程, 如方程 $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 (a \neq 0)$ 就是关于 x 的整式方程.

2. 一元二次方程

只含有一个未知数, 并且未知数的最高次数是 2 的整式方程叫一元二次方程.

注意:

(1) 一元二次方程属于整式方程.

(2) 一元二次方程须同时具备三个条件: ① 只含一个未知数; ② 未知数的最高次数是 2; ③ 是整式方程.

3. 一元二次方程的一般形式

一元二次方程的一般形式为: $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$, 其中 ax^2 叫二次项, a 叫二次项系数; bx 叫一次项, b 叫做一次项系数; c 叫做常数项.

注意:

(1) 在 $a \neq 0$ 的条件下方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 为一元二次方程. 反之若 $ax^2 + bx + c =$

0 为一元二次方程必有 $a \neq 0$.

(2) 任何一个一元二次方程都可以化为一般形式.

(3) 一元二次方程除了一般形式外,还有以下几种特殊形式:

$$\textcircled{1} ax^2 + c = 0 \quad (a \neq 0, b = 0, c \neq 0);$$

$$\textcircled{2} ax^2 = 0 \quad (a \neq 0, b = 0, c = 0);$$

$$\textcircled{3} ax^2 + bx = 0 \quad (a \neq 0, b \neq 0, c = 0).$$

这三种形式都叫做一元二次方程的不完全形式.

【巧学妙思】

1. 如何判断所给方程是否为一元二次方程?

判断一个方程是否为一元二次方程,可利用一元二次方程的定义或其一般形式.

【例 1】下列方程是关于 x 的一元二次方程的是()

A. $(m-2)x^2 + \sqrt{3}x - 2 = 0$

B. $4x^2 - \frac{1}{x} - 2 = 0$

C. $\sqrt{3}x^2 - \frac{\sqrt{2}}{4}x + \frac{1}{2} = 0$

D. $m^2x + 5m - 6 = 0$

分析:

A 方程最高次项为 $(m-2)x^2$, 无法判定 $(m-2)$ 是否为零, 从而不能确定该方程是否为一元二次方程.

B 方程中分母含有未知数, 不是整式方程, 当然也不是一元二次方程.

C 符合一元二次方程的一般形式, 是一元二次方程.

D 方程中关于未知数 x 的最高次项是 m^2x , $m \neq 0$ 时 x 的最高次数为 1, 所以该方程不是一元二次方程.

2. 如何确定一元二次方程的各项系数?

要确定一元二次方程的二次项系数, 一次项系数和常数项, 必须先将一元二次方程化为一般形式.

【例 2】写出一元二次方程 $x(x-1) = (x+5)(2x-3)$ 中的二次项系数, 一次项系数及常数项.

解:

去括号得: $x^2 - x = 2x^2 + 10x - 3x - 15$

整理得: $-x^2 - 8x + 15 = 0$

即: $x^2 + 8x - 15 = 0$

所以方程的二次项系数是 1, 一次项系数是 8, 常数项是 -15.

注意:

(1)一般形式中二次项系数为负数时,常将方程两边都乘以 -1 ,使二次项系数为正.

(2)不要漏写各项系数的符号,如上例中常数项为 -15 而非 15 .

【趣味数学】

【例3】已知 $(m^2-3m+2)x^{m^2-5m+6}+3x+5=0$ 是关于 x 的二次方程,求 m 的值.

解:

由一元二次方程的定义知,

$$\begin{cases} m^2-5m+6=2 & ① \\ m^2-3m+2 \neq 0 & ② \end{cases}$$

解①得 $m_1=1, m_2=4$

②得 $m \neq 1 \quad m \neq 2$

$\therefore m=4$

注意:

$ax^2+bx+c=0$ 为关于 x 的一元二次方程,应满足 $a \neq 0$ 条件.

【竞赛辅导】

【例4】已知 α 是方程 $x^2-1994x+1=0$ 的一个根,那么 $\alpha^2-1993\alpha+\frac{1994}{\alpha^2+1}$ 的值等于

解:

$\because \alpha$ 是方程 $x^2-1994x+1=0$ 的一个根.

$\therefore \alpha^2+1=1994\alpha, \alpha^2=1994\alpha-1$

$\therefore$ 原式 $=1994\alpha-1-1993\alpha+\frac{1994}{1994\alpha}$

$$= \alpha - 1 + \frac{1}{\alpha}$$

$$= \frac{\alpha^2 - \alpha + 1}{\alpha}$$

$$= \frac{1993\alpha}{\alpha} = 1993$$

注意:

将方程 $ax^2+bx+c=0$ 变形为 $ax^2=-bx-c$ 通过代换后使 x 降次,促使问题转化.

能力训练

【双基过关】

一、选择题

1. 下列方程是一元二次方程的是 ()

A. $13x^4 - 5x^3 = 0$ B. $(2x^2 - 1)^2 - 5 = 0$

C. $\frac{1}{5}x^2 - 3x + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$ D. $(x+3)^2 = \frac{1}{x+2} \cdot \frac{1}{x-2}$

2. 下列方程是完全一元二次方程的是 ()

A. $3x^2 - 2 = 5x$ B. $13x^2 = 0$

C. $4x - 9x^2 = 0$ D. $16x^2 - 1 = 0$

3. 下列方程是不完全一元二次方程的是 ()

A. $2x(x-1) = 3$ B. $5x^2 - x = 7$

C. $(2x)^2 - (x+1)^2 = 0$ D. $x^2 - 3(x+2)(x-2) = 0$

4. 方程
- $(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3}) + (2x+1)^2 = x-2$
- 的常数项是 ()

A. 5 B. 3 C. -3 D. 0

5. 一元二次方程
- $-3x^2 + 5x + 4 = 0$
- , 将其二次项系数变为正数, 且使方程的根不变的是 ()

A. $3x^2 + 5x + 4 = 0$ B. $3x^2 - 5x - 4 = 0$

C. $3x^2 + 5x - 4 = 0$ D. $3x^2 - 5x + 4 = 0$

二、填空题

6. 一元二次方程
- $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$
- , 其中
- ax^2
- 叫做_____,
- a
- 叫做_____;
- bx
- 叫做_____,
- b
- 叫做_____;
- c
- 叫做_____;
- b, c
- 可以是_____实数,
- a
- 是_____实数.

7. 方程
- $(a+\sqrt{3})x^2 - ax + 5 = 0$
- , 当
- a
- _____ 时它是一元二次方程.

8.

方 程	一般形式	a	b	c
$3 - 3x = 8x^2 - 5$				
$5x = 4x^2$				
$(x+2)(x-2) = 2x$				

$7y(y+3)=2(y+3)$				
------------------	--	--	--	--

三、解答题

9. 求 m 为什么实数时, 关于 x 的方程 $(m^2-4)x^2+(m-2)x+m=0$ 是一元一次方程? 一元二次方程?

【拔高挑战】

10. 设 x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0 (a \neq 0)$ 的两个根. 求代数式 $a(x_1^3+x_2^3)+b(x_1^2+x_2^2)+c(x_1+x_2)$ 的值.

【竞赛天地】

11. 设 x_1, x_2 是二次方程 $x^2+x-3=0$ 的两个根, 则 $x_1^3-4x_2^2+19$ 的值是什么?
12. 已知 $x^2+x-1=0$, 求 $\frac{1996x^3+3992x^2}{x^2+x+1}$ 的值.

§ 12.2 用因式分解法解一元二次方程

知识精讲

【重点难点】

重点是一元二次方程的四种解法. 难点是配方法和求根公式的推导以及灵活运用四种解法解方程.

【学法指导】

1. 直接开平方法

用直接开平方求一元二次方程的解的方法叫做直接开平方法. 一般地, 形如 $(x-a)^2 = b (b \geq 0)$ 的方程, 两边开平方, 得 $x = a \pm \sqrt{b}$

注意:

- (1) 一个一元二次方程, 左边是一个含有未知数的完全平方式, 而右边是一个非负数, 则可用直接开平方法求解.
- (2) 当 $b=0$ 时, 方程 $(x-a)^2 = 0$ 通过直接开平方后, 可得 $x-a=0$, 即 $x=a$ 是原方程的根. 但这时要说原方程的根有两个, 它们是 $x_1 = x_2 = a$.
- (3) 解方程 $(x-a)^2 = b (b \geq 0)$ 时, 运用了“一个数的平方等于 b , 求这个数”的思路, 即把 $x-a$ 看做一个数 y 了, 实际上是运用了“换元”的方法.
- (4) 方程 $(x-a)^2 = b$ 中的 b 不能小于 0, 否则这个方程就没有实根了.

2. 配方法

把方程的一边配成一个完全平方式, 而另一边是一个非负常数, 再用直接开平方求得方程的两个根; 若右边的常数为负数, 这个方程就无实数根, 这种方法叫做配方法.

用配方法解一元二次方程的基本思想是将方程化归为可用直接开平方法求解的方程.

用配方法解一元二次方程的一般步骤:

- (1) 首先将一元二次方程整理为一般形式, 再将二次项系数化为 1.
- (2) 把常数项移到方程的右边.
- (3) 方程两边都加上一项系数一半的平方.
- (4) 将方程化为 $(x+a)^2 = b$ 的形式, 然后用直接开平方法求解.

注意:

- (1) 用配方法解一元二次方程比较复杂, 较少用到, 但配方法作为一种重要的数学