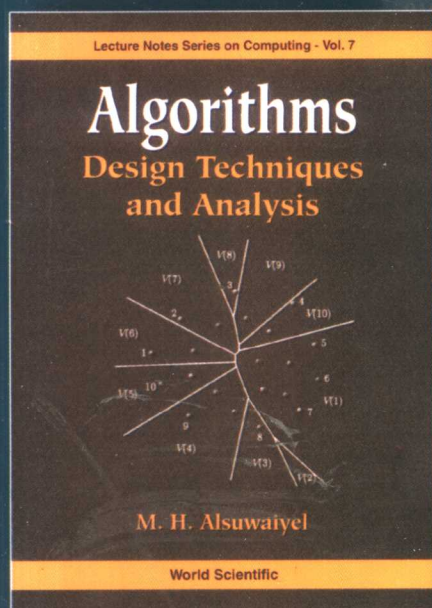


算法设计技巧与分析

Algorithms Design Techniques and Analysis



[沙特] M. H. Alsuwaiyel 著

吴伟昶 方世昌 等译

朱 洪 审校



World Scientific



电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

<http://www.phei.com.cn>

国外计算机科学教材系列

算法设计技巧与分析

Algorithms Design Techniques and Analysis

[沙特] M. H. Alsuwaiyel 著

吴伟昶 方世昌 等译

朱 洪 审校

電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京 · BEIJING

内 容 简 介

本书是国际著名算法专家李德财教授主编的系列丛书“Lecture Notes Series on Computing”中的一本。本书涵盖了绝大多数算法设计中的一般技术,在表达每一种技术时,阐述它的应用背景,注意用与其他技术比较的方法说明它的特征,并提供大量相应实际问题的例子。本书同时也强调了对每一种算法的详细的复杂性分析。全书分七部分19章,从算法设计和算法分析的基本概念和方法入手,先后介绍了递归技术、分治、动态规划、贪心算法、图的遍历等技术,对NP完全问题进行了基本但清楚的讨论。对概率算法、近似算法和计算几何这些近年来发展迅猛的领域也用一定的篇幅讲述了基本内容。书中每章后都附有大量的练习题,有利于读者对书中内容的理解和应用。

本书结构简明,内容丰富,适合于作为计算机学科以及相关学科算法课程的教材和参考书,尤其适宜于学过数据结构和离散数学课程之后的算法课教材。同时也可作为从事算法研究的一本好的入门书。

Algorithms Design Techniques and Analysis

Copyright © 1999 by World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.

All rights reserved. This book, or parts thereof, may not be reproduced in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or any information storage and retrieval system now known or to be invented, without permission from the publisher.

本书简体中文专有翻译出版权由 World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. 授予电子工业出版社,未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书的任何部分。

版权贸易合同登记号 图字:01-2002-6035

图书在版编目(CIP)数据

算法设计技巧与分析/(沙特)阿苏外耶(Alsuwaiyel, M. H.)著;吴伟昶等译.

-北京:电子工业出版社,2004.8

(国外计算机科学教材系列)

书名原文:Algorithms Design Techniques and Analysis

ISBN 7-121-00108-X

I. 算… II. ①阿… ②吴… III. ①电子计算机-算法设计-教材… ②电子计算机-算法分析-教材…
IV. TP301.6

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第068821号

责任编辑:谭海平 许菊芳

印 刷:北京兴华印刷厂

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路173信箱 邮编:100036

经 销:各地新华书店

开 本:787×1092 1/16 印张:20.75 字数:531千字

印 次:2004年8月第1次印刷

定 价:33.00元

凡购买电子工业出版社的图书,如有缺损问题,请向购买书店调换;若书店售缺,请与本社发行部联系。联系电话:(010)68279077。质量投诉请发邮件至 zltts@phei.com.cn,盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

出版说明

21 世纪初的 5 至 10 年是我国国民经济和社会发展的关键时期,也是信息产业快速发展的关键时期。在我国加入 WTO 后的今天,培养一支适应国际化竞争的一流 IT 人才队伍是我国高等教育的重要任务之一。信息科学和技术方面人才的优劣与多寡,是我国面对国际竞争时成败的关键因素。

当前,正值我国高等教育特别是信息科学领域的教育调整、变革的重大时期,为使我国教育体制与国际化接轨,有条件的高等院校正在为某些信息学科和技术课程使用国外优秀教材和优秀原版教材,以使我国在计算机教学上尽快赶上国际先进水平。

电子工业出版社秉承多年来引进国外优秀图书的经验,翻译出版了“国外计算机科学教材系列”丛书,这套教材覆盖学科范围广、领域宽、层次多,既有本科专业课程教材,也有研究生课程教材,以适应不同院系、不同专业、不同层次的师生对教材的需求,广大师生可自由选择和自由组合使用。这些教材涉及的学科方向包括网络与通信、操作系统、计算机组织与结构、算法与数据结构、数据库与信息处理、编程语言、图形图像与多媒体、软件工程等。同时,我们也适当引进了一些优秀英文原版教材,本着翻译版本和英文原版并重的原则,对重点图书既提供英文原版又提供相应的翻译版本。

在图书选题上,我们大都选择国外著名出版公司出版的高校教材,如 Pearson Education 培生教育出版集团、麦格劳-希尔教育出版集团、麻省理工学院出版社、剑桥大学出版社等。撰写教材的许多作者都是蜚声世界的教授、学者,如道格拉斯·科默(Douglas E. Comer)、威廉·斯托林斯(William Stallings)、哈维·戴特尔特(Harvey M. Deitel)、尤利斯·布莱克(Uyless Black)等。

为确保教材的选题质量和翻译质量,我们约请了清华大学、北京大学、北京航空航天大学、复旦大学、上海交通大学、南京大学、浙江大学、哈尔滨工业大学、华中科技大学、西安交通大学、国防科学技术大学、解放军理工大学等著名高校的教授和骨干教师参与了本系列教材的选题、翻译和审校工作。他们中既有讲授同类教材的骨干教师、博士,也有积累了几十年教学经验的老教授和博士生导师。

在该系列教材的选题、翻译和编辑加工过程中,为提高教材质量,我们做了大量细致的工作,包括对所选教材进行全面论证;选择编辑时力求达到专业对口;对排版、印制质量进行严格把关。对于英文教材中出现的错误,我们通过作者联络和网上下载勘误表等方式,逐一进行了修订。

此外,我们还将与国外著名出版公司合作,提供一些教材的教学支持资料,希望能为授课老师提供帮助。今后,我们将继续加强与各高校教师的密切联系,为广大师生引进更多的国外优秀教材和参考书,为我国计算机科学教学体系与国际教学体系的接轨做出努力。

电子工业出版社

教材出版委员会

- | | | |
|-----|-----|---|
| 主 任 | 杨芙清 | 北京大学教授
中国科学院院士
北京大学信息与工程学部主任
北京大学软件工程研究所所长 |
| 委 员 | 王 珊 | 中国人民大学信息学院院长、教授 |
| | 胡道元 | 清华大学计算机科学与技术系教授
国际信息处理联合会通信系统中国代表 |
| | 钟玉琢 | 清华大学计算机科学与技术系教授
中国计算机学会多媒体专业委员会主任 |
| | 谢希仁 | 中国人民解放军理工大学教授
全军网络技术研究中心主任、博士生导师 |
| | 尤晋元 | 上海交通大学计算机科学与工程系教授
上海分布计算技术中心主任 |
| | 施伯乐 | 上海国际数据库研究中心主任、复旦大学教授
中国计算机学会常务理事、上海市计算机学会理事长 |
| | 邹 鹏 | 国防科学技术大学计算机学院教授、博士生导师
教育部计算机基础课程教学指导委员会副主任委员 |
| | 张昆藏 | 青岛大学信息工程学院教授 |

序 言

多年来,我一直在寻找一本适合国内计算机专业学生用的有关算法方面的国外教材。尽管在国内引进了一些不错的国外教材,但总有篇幅过多,内容不够新颖或数据结构内容夹杂其中等等这样那样的不甚满意之处。

不久前我有幸看到世界科学图书出版社出版的由 M.H.Alsuwaiyel 撰写的“Algorithms Design Techniques and Analysis”,它是以国际著名算法专家,我国台湾出身的李德财教授所主编的系列丛书“Lecture Notes Series on Computing”中的一本。虽然此书不是美国的大学教材,而是沙特阿拉伯的大学计算机系教材,但是我很快就被该书的组织简明、概括,且包含当前市面上算法较少涉及的概率算法和近似算法的基本内容所吸引。它是一本适合本科生学习算法的好书。

该书涉及数据结构的部分较少,即使有一些,描述上也很快与算法中比较复杂的集合查找和合并运算等相结合,让读者不会感到和已经学过的数据结构重复。这比较适合国内大学计算机系中数据结构和算法分成两门课开设的实际状况。

对于想了解 NP 完全问题基本概念的读者,本书的篇幅给了他们基本但又清楚描述。本书还包括计算几何一章,其取材也是适中的。

概率算法和近似算法是近 20 年来算法研究迅猛发展的领域,本书给予了足够的重视,这是本书特色之一,是我向国内学生特别推荐的主要原因。

本书的另一特色是以算法的设计技术为纲,讲述一个又一个的算法技术,然后分析其算法复杂性。

我希望该书(简体中文版)的出版能弥补短期内暂时无合适中文算法教材的空白。诚挚地向国内的广大算法老师推荐采用本书作为教材。

本书由上海应用技术学院的吴伟昶老师在算法界的老前辈方世昌教授的协助下翻译。吴伟昶多年来对算法很专研,在翻译过程中对原著的少量错误进行了纠正。方世昌教授是算法名著“The Design and Analysis of Computer Algorithms by Aho, Hopcroft and Ullman(1974)”我国最早译本之一的译者,虽然该书至今还没有理想的译本正式出版,但是方的译本在 20 世纪 80 年代的我国高校计算机系师生中广泛流传,对算法在我国的普及做出了不可磨灭的贡献。我坚信本译本的出版将对我国高校计算机系的算法教学起到很大的推动作用。

· 朱 洪
2004 年 7 月 6 日
复旦大学

译者序

算法设计与分析是计算机科学技术中处于核心地位的一门专业基础课,越来越受到重视。本书系统地介绍了一些常用的、经典的算法设计技术,并给出了详细的复杂性分析。全书分七部分 19 章,内容含有递归技术、分治、动态规划、贪心算法、图的遍历等,同时也包括了近年来发展迅速的近似算法、概率算法和几何算法,对于 NP 完全问题等复杂性理论的基础内容,也做了基本的、清楚的描述。本书结构合理,选材适度,陈述简明易读,每章附有适量的各种类型练习,没有过难或研讨性题目,适合于教学和自学。出版后已被许多大学选做本科和研究生的教材及参考书。

作者 M.H.Alsuwaiyel 在沙特阿拉伯的 King Fahd University of Petroleum & Minerals(KFUPM, 皇家法哈德石油矿业大学)完成大学学业,在南加州(USC)大学获得计算机科学硕士和博士学位。作者曾任 KFUPM 的计算机科学系主任、工程与计算机学院院长。他在沙特阿拉伯有广泛的学术影响,是政府(包括内务部和国防部在内)的高级顾问。

本书的翻译工作是在朱洪教授的主持下进行的,全书主要由吴伟昶、方世昌翻译,朱洪审校。对于发现的原书中的错误,在翻译时已做了纠正,主要的错误已给予说明。上海应用技术学院计算机系的教师徐克奇、蔡旖旎、吴晓伟参与了部分翻译工作。复旦大学计算机系研究生李夷磊、葛启、谢之易、李镇坚、王海涛、马俊、田世俊、张涌、张华、李镇坚、李夷磊、谢之易等阅读了本书的大部分译稿,并提出了许多宝贵的意见。对于他们的帮助表示最衷心的感谢。

由于译者本身的水平,翻译中难免有错误,恳请读者批评指正。

前 言

早在上世纪 60 年代初期, 最初的电子计算机用户开始注意程序的执行性能, 自那时起, 计算机算法领域就很活跃了。在那个年代, 计算机的有限资源也促进了有效算法的设计。在这个领域中进行了广泛的研究以后, 出现了大量解决不同问题的有效算法。属于一定问题类的不同问题之间的相似性产生了一般算法设计的技术, 已经证明, 本书所强调的大多数算法设计技术在解决许多问题中是有用的。涵盖顺序算法设计中的最普遍技术是本书的一个尝试。对于每一种技术用如下方法表述: 首先, 叙述这种技术可以应用的情境; 其次, 提取出它的技术特点; 第三, 如果可能的话和其他技术进行比较; 最后也是最重要的, 通过把它应用在几个实际问题中来举例说明这种技术。

虽然本书的主题是算法设计技术, 但也强调了算法设计中另一个重要组成部分: 算法分析。本书对大多数给出的算法进行了详细的分析。第 2 章含有在算法分析中有用的大多数数学工具, 第 11 章是计算复杂性领域的一个导论, 而第 12 章论述了在求解各种问题时建立下界的基础, 这几章在有效算法的设计中是不可缺少的。

本书论述的重点是设计技术的实际应用, 每一种技术通过提供适量的求解某些问题的算法来说明, 这些问题通常出现在科学和工程的许多应用中。

算法的表现方式是直截了当的, 并且使用了与结构化程序设计语言的语法相类似的伪代码。例如 if-then-else、for 和 while 结构。在需要时伪代码中混有说明性文字, 用说明性文字描述算法的一部分当然是有益的, 它可以使读者花费最少的功夫来了解算法思想。但是有时候用伪代码会使算法变得更容易和更形式化。例如, 赋值语句

$$B[1 \cdots n] \leftarrow A[1 \cdots n]$$

的功能是, 对于 $1 \leq i \leq n$ 中的所有 i , 用每个 $A[i]$ 代替每个 $B[i]$ 。用 for...end for 结构, 或者用简洁的说明性文字, 都不会比这个式子说得更清楚和更容易。

本书分为七个部分, 每部分由几章组成, 每章包含具有共同特征或相同主题的那些设计技术。第一部分是为本书的余下部分做准备的, 它同时提供了后面章节需要的背景材料。第二部分致力于递归设计技术的研究, 它是极其重要的, 因为它强调了计算机科学领域中的一个基本工具: 递归。第三部分涉及了两个直观和自然的设计技术: 贪心算法和图的遍历。第四部分是有关研究“对于一个给定问题, 或者对这个问题提供一个有效算法, 或者证明它是难解的”所需要的那些技术。这部分包含了 NP 完全性、计算复杂性和下界。在第五部分, 表述了对付困难问题的技术, 这些技术包括回溯、随机化以及在合理的时间内寻找合理的可接受的近似解。在第六部分利用两个受到高度关注的重要问题: 寻找最大网络流和在无向图中寻找最大匹配来介绍迭代改进的概念, 以得出越来越有效的算法。最后, 第七部分是一个相对较新的领域——计算几何的导论。在第 18 章中, 用这个领域中的重要问题为例子, 叙述了广泛使用的几何扫描技术。在第 19 章中, 论述了 Voronoi 图解这个通用的工具, 并且讲述了它的一些应用。

本书拟用做算法设计和分析领域的教科书，它包含了可作为两学期算法课程的内容。第 1 章到第 10 章提供了大学三四年级算法课程的核心材料，有些内容可以跳过，如合并查找算法的平摊分析、稠图情况下最短路径和最小生成树的线性时间算法。教师可能会发现，加上后面章节的一些材料，如回溯、随机算法、近似算法或几何扫描是有用的。余下的材料可作为研究生的算法课程内容。

本书所要求的预备知识已经减到最少，仅需要离散数学和数据结构的基本知识。

感谢 King Fahd University of Petroleum & Minerals (KFUPM, 皇家法哈德石油矿业大学) 的支持和对手稿准备提供的方便。本书的编写得到 KFUPM 的项目 `ics/algorithm/182` 的资助。我还要感谢那些认真阅读手稿各部分并且提出许多有益建议的人，包括一些在 KFUPM 学习算法课程的本科生和研究生。特别感谢 S. Albassam, H. Almuallim 和 S. Ghanta 的有价值的评注。

M. H. Alsuwaiyel

目 录

第一部分 基本概念和算法导引	1
第 1 章 算法分析基本概念	2
1.1 引言	2
1.2 历史背景	2
1.3 二分搜索	3
1.4 合并两个已排序的表	6
1.5 选择排序	7
1.6 插入排序	8
1.7 自底向上合并排序	9
1.8 时间复杂性	12
1.9 空间复杂性	19
1.10 最优算法	20
1.11 如何估计算法运行时间	21
1.12 最坏情况和平均情况的分析	26
1.13 平摊分析	29
1.14 输入大小和问题实例	31
1.15 练习	32
1.16 参考注释	38
第 2 章 数学预备知识	39
2.1 集合、关系和函数	39
2.2 证明方法	41
2.3 对数	44
2.4 底函数和顶函数	45
2.5 阶乘和二项式系数	45
2.6 鸽巢原理	48
2.7 和式	48
2.8 递推关系	52
2.9 练习	63
第 3 章 数据结构	67
3.1 引言	67
3.2 链表	67
3.3 图	68
3.4 树	69

3.5	根树	70
3.6	二叉树	71
3.7	练习	72
3.8	参考注释	73
第 4 章	堆和不相交集数据结构	74
4.1	引言	74
4.2	堆	74
4.3	不相交集数据结构	80
4.4	练习	85
4.5	参考注释	88
第二部分	基于递归的技术	89
第 5 章	归纳法	90
5.1	引言	90
5.2	两个简单的例子	90
5.3	基数排序	92
5.4	整数幂	93
5.5	多项式求值(Horner 规则)	94
5.6	生成排列	95
5.7	寻找多数元素	98
5.8	练习	99
5.9	参考注释	101
第 6 章	分治	102
6.1	引言	102
6.2	二分搜索	103
6.3	合并排序	105
6.4	分治范式	107
6.5	寻找中项和第 k 小元素	109
6.6	快速排序	112
6.7	大整数乘法	118
6.8	矩阵乘法	119
6.9	最近点对问题	121
6.10	练习	124
6.11	参考注释	128
第 7 章	动态规划	129
7.1	引言	129
7.2	最长公共子序列问题	130
7.3	矩阵链相乘	132

7.4 动态规划范式	136
7.5 所有点对的最短路径问题	136
7.6 背包问题	138
7.7 练习	140
7.8 参考注释	144
第三部分 最先割技术	145
第 8 章 贪心算法	146
8.1 引言	146
8.2 最短路径问题	146
8.3 最小耗费生成树(Kruskal 算法)	151
8.4 最小耗费生成树(Prim 算法)	153
8.5 文件压缩	157
8.6 练习	159
8.7 参考注释	161
第 9 章 图的遍历	162
9.1 引言	162
9.2 深度优先搜索	162
9.3 深度优先搜索的应用	165
9.4 广度优先搜索	169
9.5 广度优先搜索的应用	170
9.6 练习	170
9.7 参考注释	172
第四部分 问题的复杂性	173
第 10 章 NP 完全问题	174
10.1 引言	174
10.2 P 类	176
10.3 NP 类	176
10.4 NP 完全问题	177
10.5 co-NP 类	182
10.6 NPI 类	183
10.7 四种类之间的关系	184
10.8 练习	184
10.9 参考注释	186
第 11 章 计算复杂性引论	187
11.1 引言	187
11.2 计算模型:图灵机	187
11.3 k 带图灵机和时间复杂性	187

11.4	离线图灵机和空间复杂性	189
11.5	带压缩和线性增速	191
11.6	复杂性类之间的关系	191
11.7	归约	196
11.8	完全性	198
11.9	多项式时间层次	203
11.10	练习	205
11.11	参考注释	208
第 12 章	下界	209
12.1	引言	209
12.2	平凡下界	209
12.3	决策树模型	209
12.4	代数决策树模型	211
12.5	线性时间归约	213
12.6	练习	214
12.7	参考注释	216
第五部分	克服困难性	217
第 13 章	回溯法	218
13.1	引言	218
13.2	3 着色问题	218
13.3	8 皇后问题	221
13.4	一般回溯方法	223
13.5	分支限界法	225
13.6	练习	227
13.7	参考注释	228
第 14 章	随机算法	229
14.1	引言	229
14.2	Las Vegas 和 Monte Carlo 算法	229
14.3	随机化快速排序	230
14.4	随机化的选择算法	231
14.5	测试串的相等性	232
14.6	模式匹配	234
14.7	随机取样	235
14.8	素数性测试	237
14.9	练习	241
14.10	参考注释	242

第 15 章 近似算法	244
15.1 引言	244
15.2 基本定义	244
15.3 差界	245
15.4 相对性能界	246
15.5 多项式近似方案	250
15.6 完全多项式近似方案	253
15.7 练习	255
15.8 参考注释	257
第六部分 域指定问题的迭代改进	259
第 16 章 网络流	260
16.1. 引言	260
16.2 预备知识	260
16.3 Ford-Fulkerson 方法	262
16.4 最大容量增值	263
16.5 最短路径增值	264
16.6 Dinic 算法	266
16.7 MPM 算法	269
16.8 练习	270
16.9 参考注释	271
第 17 章 匹配	272
17.1 引言	272
17.2 预备知识	272
17.3 网络流方法	274
17.4 二分图的匈牙利树方法	274
17.5 一般图中的最大匹配	276
17.6 二分图的 $O(n^{2.5})$ 算法	281
17.7 练习	284
17.8 参考注释	286
第七部分 计算几何技术	287
第 18 章 几何扫描	288
18.1 引言	288
18.2 几何预备知识	289
18.3 计算线段的交点	290
18.4 凸包问题	292
18.5 计算点集的直径	295
18.6 练习	297

18.7 参考注释	299
第 19 章 Voronoi 图解	300
19.1 引言	300
19.2 最近点 Voronoi 图解	300
19.3 Voronoi 图解的应用	304
19.4 最远点 Voronoi 图解	306
19.5 最远点 Voronoi 图解的应用	308
19.6 练习	309
19.7 参考注释	310
参考文献	311

第一部分 基本概念和算法导引

本书的这一部分研究算法设计和分析的基本工具与准备知识。

第1章是为本书其余部分做准备的。这一章将讨论一些简单算法的例子，这些算法用来解决几乎在所有计算机科学应用中都会遇到的基本问题，包括搜索、合并和排序。参考这些示例算法，接着研究作为算法分析基础的数学知识，尤其对如何分析一个给定算法的运行时间和所需空间进行了详细研究。

第2章研究的是算法分析所需的最基本的数学背景知识，详细讲述了分析算法时最常遇到的求和与递推关系。需要着重强调的是分治递推的解决方法，因为它是分析分治这一大类算法的基础。这里不打算在本书中讨论一般递推式的解与生成函数的方法，要详细了解这部分内容的读者，可以参考标准的离散数学书。

第3章回顾了一些在算法设计中经常使用的基本的数据结构。本章没有深入进行讨论，如要了解更加全面的知识，可以参考标准的数据结构书。

第4章较详尽地讨论用来保持优先队列和不相交集的两种基本数据结构。在许多有效算法中(特别是图的算法设计中)，这两种数据结构(堆和不相交集数据结构)被用做构件模块。本书中，堆用来设计有效排序算法 HEAPSORT。在第8章中，堆还是解决单源最短路径问题、最小生成树问题和为数据压缩寻找可变长编码问题的有效算法，堆也被用在分支限界法中(在13.5节讨论)。8.3节的算法 KRUSKAL 将用不相交集数据结构来寻找无向图中的最小生成树。在有关文献中，这两种数据结构都被广泛用来设计更加复杂的算法。

第1章 算法分析基本概念

1.1 引言

最一般的直觉意义上的算法^①就是一个由有限的指令集组成的过程。从可能的输入集中给这个过程一个输入，如果系统地执行该指令集，那么对于这个特定的输入，当输出存在时，就能得到输出；当没有输出时，就什么结果也得不到。可能的输入集是指能让该算法给出一个输出的所有输入。如果对于一个特定的输入有一个输出，那么就说该算法能用于这一输入，执行该算法能够得到相应的输出。我们要求算法对于每一个输入能停下来，这意味着每一条指令只需要有限的时间，同时每一个输入的长度是有限的。我们还要求对于一个合法输入所对应的输出是惟一的。也就是说当算法从一个特定的输入开始，多次执行同一指令集时，结果总是相同，从这个意义上讲算法是确定的。第14章研究随机算法时将放宽这一条件。

在计算机科学领域，算法设计与分析是十分重要的。正如 Donald E. Knuth 所说，“计算机科学就是算法的研究”。这没什么可惊讶的，因为计算机科学的每个领域都高度依赖于有效算法的设计。举个简单例子，编译程序和操作系统不外乎就是具有特定目标的算法的直接实现。

本章的目的有两个：首先介绍一些简单的算法，特别是与搜索和排序相关的那一类；其次讲述用于算法设计和分析的基本概念。由于算法的“运行时间”这一概念对于设计有效算法是至关重要的，我们将对它进行深入讨论。总之，时间是衡量算法有效性的最好测度。我们也会讨论其他重要资源的测度，比如一个算法所需要的空间等。

本章给出的算法虽然简单，但它们是解释一些算法概念的许多例子的基础。从简单有用的、在更复杂的算法中被用做构件模块的算法开始，是非常有益的。

1.2 历史背景

20 世纪早期，尤其在 30 年代，能否用一种有效的过程（即相当于现在所说的算法）来求解问题受到广泛关注。在那时，人们的注意力是放在问题的可解或不可解的分类上，即是否存在有效过程来求解问题。为此，产生了对计算模型的需要。如果应用这个模型能够建立一个算法来求解这个问题，那么这个问题就被归入可解的问题类。其中的一些模型是哥德尔 (Gödel) 的递归函数、丘奇 (Church) 的 λ 演算、波斯特 (Post) 的波斯特机和图灵 (Turing) 的图灵机。RAM 计算模型是作为实际的计算机的理论上的补充被引入的。根据丘奇的论断，所有这些模型是等效的，即意味着如果一个问题在其中的一个模型上是可解的，那么对于所有其他的模型，该问题都是可解的。

① 根据《美国传统字典》，algorithm(算法)一词由一位穆斯林数学家 Muhammad ibn Mūsā al-Khwārizmī (780? ~ 850?) 的名字衍生而来，他把阿拉伯数字和代数学的概念介绍给了西方数学界。algebra(代数)一词出自他的一本题为“Kitāb al jabr wa'l-muqābala”的书。