

矿山项目投资

可行性研究与经济评价实用手册

◎ 本书编委会 编



安徽文化音像出版社

矿山项目投资

可行性研究与经济评价实用手册

主编 王金花

中

卷

（四）质量管理教育工作

要全面开展质量管理，首先要进行经常性的质量管理教育。质量管理教育包括两个方面：即质量管理方法和“质量第一”的方针。把职业教育与质量管理基本方法教育结合起来，使它深入人心。既树立质量第一的思想，又掌握一些具体方法，就能在好的设备和技术的基础上，生产出符合用户需要的产品。

（五）责任制度

加强质量管理，必须建立健全质量责任制。责任制，最主要的是明确责和职，落实到人；实行矿长质量责任制、班组长质量责任制、工人质量责任制和职能科室质量责任制。从矿长到每个操作工人，都有明确的质量责任和要求，做到质量工作事事有人管，并且有人负责，形成一个严密的质量管理系统。

明确了从矿长到工人质量责任之后，还必须建立严格的质量考核制度，有责有权有利。行政手段与经济手段相结合，把提高产品质量与每一个职工的切身利益结合起来，使人人关心质量，并为提高产品质量作贡献。

第三节 全面质量管理的基本方法

任何管理都是一个动态的过程，就是计划、组织、指挥、协调和控制。质量管理也不例外，也是这样一个运动过程。一些质量管理专家根据质量管理过程的特点，将上述过程总结归纳为四个阶段、八个步骤。这就是全面管理的基本方法。

一、四个阶段

质量管理是由计划、实施、检查和处理这四个阶段组成。也叫 PDCA 工作循环。这个工作循环是由美国人戴明 (V.E. Deming) 首先提出来的。PDCA 工作循环已成为质量管理中的专门术语，它是英文 Plan (计划)、Do (实施)、Check (检查)、Action (处理) 四个词的字头。

在质量管理过程中，无论是哪个层次，每解决一个质量问题，都包含这四个阶段。首先提出计划，然后通过具体部门去执行，并对执行的结果进行检查，检查完了以后加以处理。都按 PDCA 工作循环进行，这个过程就是一个循环 (图 2-15-1)。

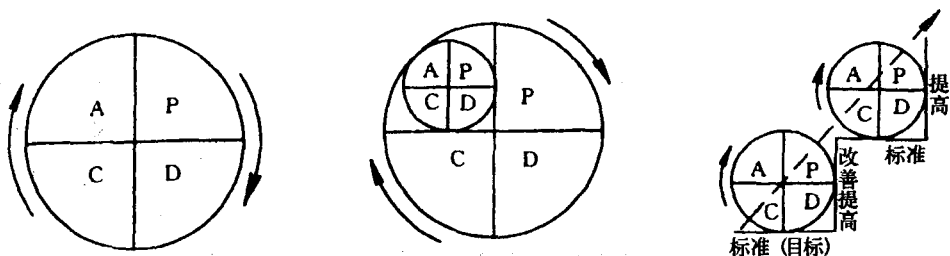


图 2-15-1 PDCA 循环

(1) PDCA 工作循环，在整个企业管理中，不论是哪个层次都有 PDCA，各级的 PDCA 形成了一个个的大环、中环和小环，一环扣一环。像齿轮那样运转起来，一环带动一环，小环带中环，中环带大环，整个 PDCA 就转动起来了。

(2) PDCA 工作循环，每一个循环意味着质量的改善提高。工作循环和运转，像爬楼梯一样，转一圈提高一步，是螺旋式的上升。不断循环，产品质量不断提高。

(3) PDCA 之所以能够转动，关键在于 A 这个阶段。A（处理）是总结，把存在问题找出来，采取措施，总结出经验，再付之实践，就是一个新的循环开始。所以，PDCA 工作循环，是符合“实践—认识—再实践”的辩证思想的。

二、八个步骤

八个步骤是进一步把 PDCA 工作循环具体化。

第一步，分析现状，用以制定方针，究竟要解决什么问题。这一步主要通过产品质量达到的指标及工作质量等大量数据，来分析质量现状。

第二步，找出影响存在问题的全部因素。

第三步，进一步确定其中主要因素。

第四步，制定计划和措施。内容包括计划的目的，解决什么问题，为什么要制定这个计划，那个部门在何处执行，何时开始，何时完成，由谁来完成，怎样进行等。

以上四步是计划阶段 P，然后进行 D 阶段。执行计划，再进行 C 阶段，检查执行情况，最后进入 A 阶段。

第五步，实行计划和措施，这是 D 阶段。

第六步，调查效果亦即用数理统计等方法检查工作效果，这是 C 阶段。

第七步，巩固措施，对于成功的经验采用技术标准及文件给予肯定下来。

第八步，对存在问题，转入第二次循环去解决。第七、八步是 A 阶段。

第四节 常用的几种质量管理统计方法

质量管理统计方法，是以统计学原理为基础的控制产品质量的一种抽样检验方法。日本学者把在质量管理中常用的一些统计方法归纳为所谓“七种工具”，即分组法、排列图法、因果分析图法、直方图法、控制图法、散布图法、统计分析表法。

一、排列图法

排列图法是找出影响质量主要问题的一种有效方法。它是在 20 世纪初，由意大利经济、统计学家帕累托 (Vilfredo Pareto) 首创。此后美国质量管理专家朱兰博士 (J.M.Juran) 把该图应用到质量管理工作中。在作质量分析时，尽管影响产品质量最关键的往往是少数几项，而由它造成的不良品数却占总数的绝大部分。把影响产品的质量的因素或项目，按其对质量影响程度大小，顺序排列起来，就形成排列图，从而可以分清影响产品质量的主要因素 (图 2-15-2)。

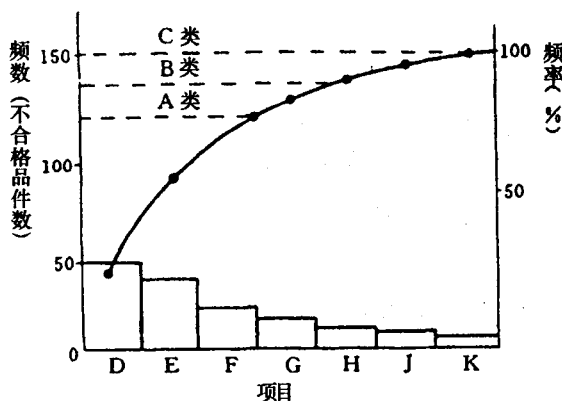


图 2-15-2 排列图

排列图左侧坐标，表示产品频数（件数），即不合格品件数；右侧的纵坐标，表示频率，即不合格品累计百分数；横坐标表示影响产品质量的各个

因素或项目。在作排列图时,按各个因素影响质量程度的大小,也就是造成不合格品数的多少,从左到右进行排列。每个直方形的高度表示该因素影响的大小;曲线上每点的高度表示该因素累计百分数的大小,该曲线称为帕累托曲线。在排列图上,通常把曲线的累计百分数分为3级,与此3级相对应的也将因素分为3类:A类因素中频率由0~80%,这一区间所包含影响产品质量的因素是主要影响因素;B类因素中频率由80%~90%,这一区间所包含影响产品质量的因素是次要影响因素;C类因素中频率由90%~100%,这一区间所包含影响产品质量的因素是一般影响因素。在绘制的排列图上还要记录所取数据的统计总数,所取数据的时间,绘制者姓名,可用作参考的资料和注意事项,对排列图的扼要分析等等。排列图是质量管理中应用广泛的一种图表。在排列图上主次因素分明。便于掌握、应用和推广。

二、因果分析图法

因果分析图有时叫特性因素图,又因其形状而称树枝图或鱼刺图。为了寻找产生某种质量问题的原因,集思广益,同时将有关各方的意见反映在一张图面上,探讨一个问题的产生原因要从大到小,从粗到细,寻根究底,直至能具体采取措施为止。

例:浮选精矿水分超过指标因果分析如图2-15-3所示。

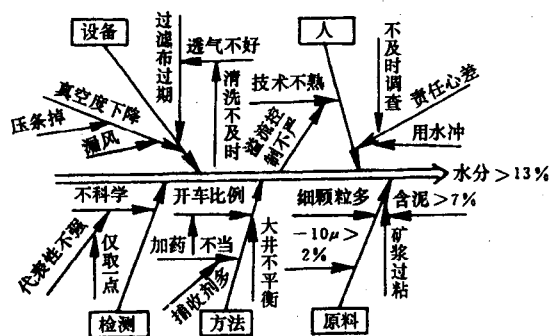


图 2-15-3 浮选精矿水分超过指标因果分析图

三、分层法 (又称分类法)

将搜集来的数据根据不同的目的,按其性质、来源、影响因素等加以分类和分层进行研究的方法。它可以使杂乱的数据和错综复杂的因素系统化、

条理化,从而找到主要问题,采取相应的措施。应用分层法研究影响质量因素时,可先对操作者、设备、材料、方法、测量、环境和时间等方面进行分层,然后在小范围内分层。如操作者可按班次、男女、年龄、技术等进行分层;设备可按种类、型号、生产面组织形式、夹具和刀具等进行分层;方法可按操作条件、温度、压力等分层;测量可按测量者身份、测量仪器、抽样方法、不良品内容等分层;环境可按噪音、工位、器具、运输等分层;时间可按季、月、周、日、班次、上午、下午等分层;其他方面还可以按部位、工序原因等进行分层。通过分层,逐步深入,找出影响产品质量原因或主要问题,加以克服。

四、控制图法

又称管理图,是工序控制的一种方法。控制图的基本格式是在方格纸上取横坐标和纵坐标,横坐标为子样号或抽样时间,纵坐标为测得的数据值。在图上分别画出上、下控制界限和中心线。在生产过程中,定期抽样,将测得的数据以点子描在图上,如果点子落在控制界限之内,排列无缺陷,则表明生产过程正常,不会出废品。如果点子超出控制界限,或点子虽未越界,但排列有缺陷,则表明生产过程正常,不会出废品。如果点子超出控制界限,或点子号未越界,但排列有缺陷,则表明生产条件发生了异常情况,应采取措施,使生产过程恢复正常。控制图起了报警、预防出现大批废品的作用。

控制图由纵、横坐标及管理界线等组成。其基本格式如图 2-15-4 所示。

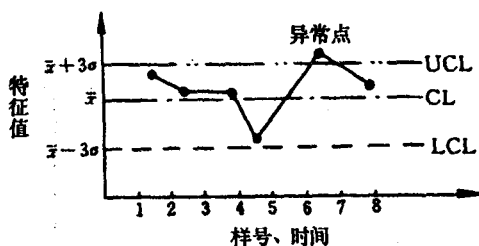


图 2-15-4 质量控制图

五、相关图

又叫散布图,把两个变量之间的相关关系,用直角坐标系表示的图表。运用相关图研究两个质量特性之间的相关关系,是质量控制常用的一种方法。即根据影响质量特性因素的各对数据,用点子表示填列在直角坐标图

上,以观察判断两个质量特性之间的关系,对产品或工序进行有效控制。相关图的形式可归纳为:①正强相关,即 x 增大, y 迅速增大(见图 2-15-5);②正弱相关,即 x 增大, y 缓慢增大(见图 2-15-6);③负强相关,即 x 增大, y 迅速下降(见图 2-15-7);④负弱相关,即 x 增大, y 缓慢下降(见图 2-15-8);⑤曲线相关,即不成直线关系(见图 2-15-9);⑥无相关,即 y 不随 x 增减而变化(见图 2-15-10)。

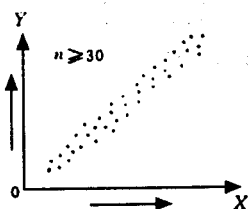


图 2-15-5 正强相关

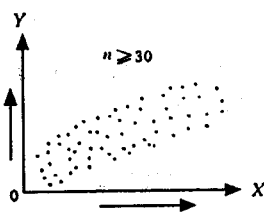


图 2-15-6 正弱相关

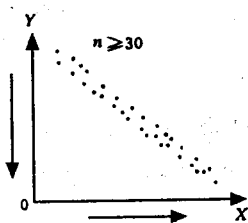


图 2-15-7 负强相关

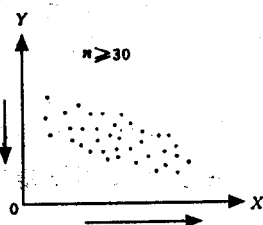


图 2-15-8 负弱相关

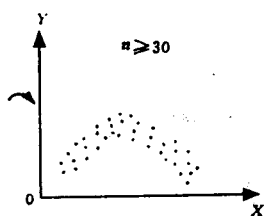


图 2-15-9 曲线相关

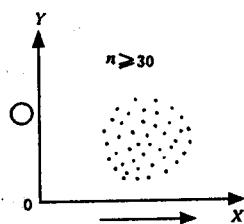


图 2-15-10 无相关

附：某乡镇矿山全面质量管理制度

第一章 总 则

第一条 根据《工业企业全面质量管理暂行办法》的规定原则，按照本矿“质量第一”的生产经营方针，为了加强全面质量管理工作（TQC），保证产品质量的稳定，适应市场需要，特制定本办法。

第二条 质量就是生命。全面质量管理（TQC）工作是企业管理的中心环节，是企业成员参加的一项系统综合管理办法。它能保证效益不断提高和生产的快速发展。

第三条 全面质量管理（TQC）运用数理统计等科学方法，对产品质量进行预测和控制。贯彻以“预防为主”、“检查为辅”的方针。按照“国际”和“部、省标准”，实行专业技术检查与群众自查相结合的办法，保证达到“企标”。

第四条 以产品质量为中心。狠抓矿山掘、采、运、销及原材料购进、生产过程、半成品检验、成包检运四个主要环节，及时发现和控制影响产品质量的各种因素。

第二章 产品质量计划

第五条 产品质量计划是全面质量管理（TQC）经常的、有效的控制手段，是各部门在产品质量管理上的准则。结合矿山特点，特制定本企业（季）所掘、采及加工制作的生产技术计划，同生产计划同时制订产品质量指标计划，达到产品质量指标的措施计划。

第六条 编制产品质量目标计划的原则

1. 根据市场生产的不同需要和我矿自然资源及购进原料的质量状况，考虑人力、物力、生产技术、管理水平等具体情况制定本企业最优目标计划和生产经营方针，达到实际经济效益的目的。

2. 为实现“目标”，总工作任务将层层分解，使之明确具体任务和质量责任、权限及工作程序，同时要有明确的奖惩办法。

第三章 质量管理

第七条 积极开展全面质量管理（TQC）工作，矿下属各单位要搞好“质量管理基本知识”的教育，应广泛发动群众，要组织大家明确 TQC 在企业管理中的意义，必须成立一定数量的能满足工作需要的 TQC 小组，由点到

面, 逐渐推广。各科室干部要亲自抓 TQC 小组的活动。各生产单位要指派作风正、责任心强, 有一定文化程度的同志担任本单位的质量管理工作。

第八条 产品质量管理

1. 健全各种岗位责任制和经济责任制, 制订和修订各项操作规程并严格执行。严禁违章作业。

2. 强化质量意识, 搞好文明生产, 保持良好的生产秩序。

3. 紧紧抓住掘、采、运、销四个主要生产环境中的质量管理, 保证产品质量, 树立上道工序为下道工序服务的观点, 即开拓为采准服务, 采准为回采创造条件, 采矿为销售服务的思想, 达到向用户提供满意产品和优质服务。

(1) 开矿时要严格控制“顶板和底板”废石掺入矿石内, 矿层薄的地方需破“顶、底板”, 严格分层爆破, 废石严禁运入矿仓。

(2) 在开采和运输过程中, 要严格遵守执行现行的矿石规格、品种划分的规定, 凡块度太大的一定要破碎后方能运入矿仓。

(3) 要不断制定和修定技术标准, 加强技术标准的管理。确保矿石质量及贫化损失不大于 3%, 回采率达到设计要求。

(4) 编制生产经营计划、技术标准和矿石质量标准, 可做为本矿技术法规严格执行。任何单位和个人不得擅自更改或降低标准。

(5) 各单位设置的计量、质检部门(或个人)都应有完善准确的原始记录, 一月一次向矿“全面质量管理办公室”全面汇报质量计划完成情况。

(6) 实行一月一次及时取样的产品质量抽查制度, 定期召开质量分析会, 发现质量问题及时整改。

(7) 矿石样品一定要按规定取样, 要讲科学。所取地质样、生产样、产品样一定要有代表性。

(8) 主管生产技术的领导, 要经常过问化验室的工作, 化验室提供的化验结果应当准确, 填写化验单应当字迹工整、无错。

(9) 矿供销科应按照矿石销售原则, 把住矿石质量关, 根据用户要求, 生产用户所需产品。

(10) 质量机构要会同信息人员定期和不定期走访用户, 协调二者之间关系, 分析调查市场行情, 并及时向矿长汇报, 为矿长的决策当好参谋和提供依据。

第四章 落实组织、提高质量意识

第九条 成立全矿“全面质量管理办公室(TQC)”, 矿长任主任, 主管生产的副矿长任副主任, 组员共七人, 各科室要成立相应组织或设专、兼职质量员, 扎扎实实负责全面质量管理(TQC)的日常工作。

第十条 各科室科长对产品质量全面责任，负责编制年度质量目标计划、制定质量标准，督促实施，并解决实施中的技术问题。

第十一条 质量教育工作是加强质量管理的一项重要基础工作，要有始有终，提高全体职工的质量意识，在全矿内对全体成员进行全生产过程中的质量教育。

第十二条 全面质量管理（TQC）教育工作由矿办牵头，全质办组织安排。编制职工培训和“全质管理基本知识”的教育计划。按计划采取培训和自学相结合的办法，提高全员全面质量管理（TQC）素质。

第五章 产品质量检验方法

第十三条 矿“全质办”对全矿的产品质量、工作质量、工序质量全面管理，凡是较大或重要工程，必须有矿办主管生产技术方面的负责人、机电方面负责人、基建方面负责人汇同“全质办”和有关方面的人员进行竣工验收。检查原始记录是否齐全，每次验收都要将纪要存档。

第十四条 磷矿石取样化验有化验员亲自参加完成。要严格按规程取样化验，作好原始记录、整理上报。

第十五条 掘进队、采矿队、运输队、生技部门要严格执行“工艺技术操作规程”，了解巷道质量情况，发现问题及时纠正。

第十六条 供销部门要经常走访用户，调查、掌握市场情况，把信息及时反馈到全质办、矿办。

第十七条 基建科以土建工程为主，要按建筑《规范》严把质量关，对“总体”和“单体”建设项目，都要进行验收，要做好详尽、齐全、准确的原始施工记录，全矿相应的生产和服务单位都要有质量管理办法，确保全矿的全面质量管理工作。

第六章 奖 惩

第十八条 把质量管理的成果作为主要考核指标，采取精神鼓舞和物质奖励相结合方式，采取批评教育为主，行政处罚为辅的原则实施惩罚。

第十九条 对质量管理上有突出贡献者，提取质量好取得经济效益的1%，奖给单位或个人；反之，工作不负责，措施不得力，以包代管造成质量事故，按损失费数额大小，分甲、乙、丙三等单位或个人。

100元以内者，惩10%。

100~500元惩20%。

500元以上惩30%。

矿产资源开采优化管理

在任何一段对人类有意义的时间内，矿产资源的质量不变，数量则随人类开采活动而减少，并最终耗竭。矿产资源耗竭的严格概念并非指储量为零，而是成本升高到将需求量压缩到零的水平，因此，实际耗竭时限要比理论耗竭时限短得多。由于人类社会发展对矿产资源的依赖性，我们必须考虑如何持续地开发和利用矿产资源并使其带来社会效益最大化。

矿产资源的优化管理包括两方面内容，一是资源在空间或不同部门间的最优配置问题，二是资源在不同时段的最优配置，即最优开采率、最优开采时序及开采过程中的最优价格控制问题。本章讨论的是后一类问题，矿产资源在时间上的优化管理又称期间优化管理，即在一个有限的时间周期内资源的最优开采策略。这里的最优不是指特定时期的个别变化，而是指保证整个开采周期取得最优效果的总策略。显然，子策略的最优化必须服从期间最优准则。

第一节 矿产资源耗竭理论

矿产资源耗竭理论是由美国经济学家侯太龄（Hotelling）于 1931 年在美国《政治经济学杂志》发表了题为《耗竭性资源的经济学》的开创性论文，而后众多著名经济学家又就有关问题发表了一系列经典文献而发展起来的。该理论要点可概括如下：矿产成本与非矿产成本相比，具有明显的特殊性。它不仅包括劳务和资本成本，而且包括资源使用成本（资源补偿费），即因矿产资源的开发而使生产者失去了以后开发该资源的机会，所以，矿山企业会因今后资源的耗竭而推迟生产，以满足未来的需要。推迟生产的原因有：

(1) 因为人们今后对资源的耗竭，产量会减少，购买愿望会加强，所以

矿产的未来价格会高于当前价格。

(2) 随着资源的耗竭, 开采条件变差, 矿产边际成本上升, 减少产量有可能降低边际成本, 提高单位产品成本的利润。

(3) 储量的有限性, 使得开发投资和生产能力限制在一定的水平之内。生产能力过大, 分摊在单位资源量上的资金成本就会过高。推迟生产, 可以降低资金成本。

(4) 推迟生产可以起到保护资源的作用, 提高了未来资源的质量。技术的进步, 会使这些推迟开采的资源得以更有效的生产。

根据矿业经济学的原理, 矿山企业的生产行为是受现值原理支配。现值原理认为: 当前收入比未来收入具有更高的价值, 因为现金能通过获取利息而增值。所以, 未来生产的收入必须弥补因生产推迟而带来的利息损失。若未来生产的边际利润现值大于当前生产的边际利润, 则会有生产推迟行为发生。因此, 矿业生产中, 如果资源产品的市场价格减去边际开采成本后的收益增长率低于利率, 矿业企业为了追求利润现值的最大化, 就会尽快地开采和销售它们的全部资源储量, 并将从中所得到的资金收入投入到其他领域, 以争取不低于市场利率和利润, 任何延迟都会减少矿山利润现值。相反, 如果收益的增长率高于利润, 企业就会尽量将资源保留在地下, 让其自然增值, 这样, 企业从资源所获利润的现值就会更大。因而, 只有当净收益按利率水平增长时, 矿产资源既不会被过度消耗, 也不会有推迟开采的行为发生。

矿产资源耗竭性理论研究的数学模型一般采用的是控制理论中的“无终端约束, 终点时间可变的, 带有对控制变量和状态变量的不等式轨线约束的极值控制问题”。它的解可用庞特里亚金极大值原理来获得。在纯耗竭的情况下, 用 $R(t)$ 表示剩余储量, $q(t)$ 表示开采量或消耗量。侯太龄给出了矿产资源的耗竭模型:

$$R(t) = -q(t)$$

在整个开采时期, 为了保证市场价格按利率的幅度定期提高, 矿产资源的所有者必须不断调整产量。但是, 不同时期这种资源的开采量必须等于资源全部可供开采量, 即:

$$\int_0^T q(t) dt = R$$

随着新资源的寻找和发现, 平代克 (Pindyck, 1978) 对可耗竭资源和不可再生资源进行了区分, 他认为不可再生资源不表现增长和再生产, 新资源的获得是通过尽力勘探和发现。用 $X(t)$ 表示累计发现量, $w(t)$ 表示勘探努力。在有勘探的情况下, 矿产资源耗竭的动态模型如下:

$$R(t) = X(t) - q(t)$$

$$\dot{X} = f(w(t), X(t))$$

其中 $f(w(t), X(t))$ 是发现率函数, 它同勘探努力及过去累计的发现量有关。通常假定 $f_w > 0$, $f_x < 0$, 表明勘探努力越大, 新发现储量就会越多, 而累计发现越多, 新的发现就会越困难。对有关矿产资源耗竭的优化配置模型, 下面将进行更详细的讨论。

第二节 竞争与垄断条件下矿产资源的最优开采管理

本节主要讨论在纯耗竭条件下, 矿产资源的最优开采问题, 考虑勘探的优化问题, 将在第四节进行讨论。

一、竞争条件下矿产资源的最优开采量

竞争情况下, 不考虑开发成本, 在纯耗竭情况下, 由上节我们知道矿产资源的储量变化可表达为:

$$R(t) = R_0 - \int_0^t q(t) dt \quad (2-16-1)$$

由于矿产资源的开采量与其价格和供求关系有关, 假定在 t 时刻单位矿石价格为:

$$p(t) = p(0) e^{\delta t} \quad (2-16-2)$$

$p(0)$ 为初始单位矿石价格, δ 为贴现因子。根据微观经济学供求理论, 假设其他条件不变, 矿产资源的需求方程可以写为:

$$q(t) = D(p(t)) \quad (2-16-3)$$

$q(t)$ 为开采量, 在矿产资源达到最优配置时开采量也就是需求量。开采量是资源价格的函数, 当价格上升时, 开采量增多。反之, 当价格下降时, 开采量也随之减少。随着时间的推移, 由于不断地开采, 矿产资源将在未来某个时期 T 被耗竭, 所以:

$$\int_0^T q(t) dt = R \quad (2-16-4)$$

其中 R 为矿产资源总量。当 $t = T$ 时, 再也没有资源可采, 所以 $q(T) = 0$, 且:

$$q(T) = D(p(0) e^{\delta T}) = 0 \quad (2-16-5)$$

等式 (2-16-3) ~ (2-16-5) 确定了矿产资源的单位价格 $p(0)$ 、总开采时间 T 、开采量 $q(t)$ 和开采的时间轨迹, 因而可以称为矿产资源在纯

耗竭情况下的开采模型。例如, 假设矿产资源的需求方程 $D(\cdot)$ 是线性的:

$$q(t) = D(p(t)) = a - bp(t) \quad (2-16-6)$$

其中 a 与 b 是常数系数, 所以:

$$q(t) = a - bp(0)e^{\delta t} \quad q(T) = a - bp(0)e^{\delta T} = 0$$

由上式有:

$$p(0) = ae^{-\delta T}/b$$

代入需求函数有:

$$q(t) = a(1 - e^{\delta(t-T)}) \quad (2-16-7)$$

当资源 R 耗竭时有:

$$\int_0^T a(1 - e^{\delta(t-T)}) dt = R \quad (2-16-8)$$

所以:

$$aT - a(1 - e^{-\delta T})/\delta = R \quad (2-16-7)$$

上式可用二分法或牛顿法解出惟一存在的 T 的具体值。也就是说, 一旦我们给出矿产资源的需求方程, 我们就可根据已有模型写出总开采年限的决定方程。

二、垄断条件下矿产资源的最优开采量

假定矿业是垄断的, 且不考虑矿产资源开采成本, 希望矿产资源在 $0 \sim T_m$ 时间段里开采利润量大化。利润最大化的方程为:

$$\max \pi = \int_0^{T_m} p(q(t)) q(t) e^{-\delta t} dt$$

约束条件为:

$$\frac{dR(t)}{dt} = \dot{R} = -q(t)$$

给定:

$$R(0) = R$$

其中 π 为矿产资源利润, $p(\cdot)$ 为单位矿产品价格, $q(t)$ 为单位时间的开采量, $R(0)$ 为矿产资源初始储量, $R(t)$ 代表剩作储量, δ 为贴现率, 常用银行利率来代替, $\dot{R}$ 为矿产资源储量变化率。其解法同样是引入辅助方程哈密尔顿函数:

$$H(t) = p(q(t)) q(t) - \mu(t) q(t)$$

$\mu(t)$ 为辅助变量, 它的经济含义是矿产资源的影子价格。利润最大化的一阶必要条件是:

$$\frac{\partial H}{\partial q(t)} = P(\cdot) + p'(\cdot) q(t) - \mu(t) = 0 \quad (2-16-9)$$

$$\dot{u} - \delta \mu(t) = \frac{\partial H}{\partial R(t)} = 0 \quad (2-16-10)$$

$$R \frac{\partial H}{\partial \mu(t)} = -q(t) \quad (2-16-11)$$

$p(\cdot) + p'(\cdot)q(t)$ 为边际收益 $MR(t)$ (Marginal Revenue)。式 (2-16-10) 表明:

$$\frac{\dot{\mu}}{\mu} = \delta$$

这表明影子价格上升速度等于利率。从 (2-16-9) 可以推出现值影子价格在 t 时刻与边际收益的关系。即:

$$\frac{MR(t)}{MR(t)} = \delta$$

上式说明垄断者开采矿石时将使边际收益等于利率。

假定垄断业主面对的需求曲线为:

$$p(t) = a/b - q(t)/b \quad (2-16-12)$$

边际收益是:

$$MR(t) = p(\cdot) + p'(\cdot)q(t) = a/b - 2q(t)/b \quad (2-16-13)$$

同样, $T = T_m$ 时, $H(T_m) = 0$, $q(T_m) = 0$, 由 (2-16-9) 可得:

$$a/b = \mu(T_m)$$

由于 $\mu(t) = \mu(0)e^{\delta t}$, 且 $\mu(T_m) = \mu(0)e^{\delta T_m}$, 所以从上式有:

$$\mu(0) = ae^{-\delta T_m}/b$$

并最终得到:

$$\mu(t) = ae^{\delta(t-T_m)}/b \quad (2-16-14)$$

联立等式 (2-16-13) 和 (2-16-14), 从中解出 $q(t)$:

$$q(t) = \frac{a}{2} (1 - e^{\delta(t-T_m)}) \quad (2-16-15)$$

上式就是在 $0 \sim T_m$ 时段里任一时刻 t 的最优开采量的决定方程。而且有:

$$\int_0^{T_m} q(t) dt = aT_m/2 - a(1 - e^{-\delta T_m})/2 = R \quad (2-16-16)$$

下面我们对竞争和垄断的情形进行比较, 若用 T_c 表示竞争情况下的耗竭期, 从式 (5-16-8) 和 (2-16-16) 可得:

$$T_c - (1 - e^{-\delta T_c})/\delta = R/a$$

$$T_m - (1 - e^{-\delta T_m})/\delta = 2R/a$$

因为函数 $T - (1 - e^{-\delta T})/\delta$ 是 T 的增函数, 因此有:

$$T_c < T_m$$

对比式 (2-16-7) 和 (2-16-15) 有:

$$q_c(0) > q_m(0)$$

以上表明：同垄断矿业相比较，在竞争的情况下，矿产资源的开发率更高，对资源的耗竭也更迅速。道理很明显，垄断矿业主通过限制产量来获得更高的利润水平。尽管垄断者通过限制开采量来延长资源的开采年限，常被看做“资源保护论者”，但他们的动机不是出于利他主义或对后代的关心，而仅仅是为限制早期的产量来增加当前的收益。

三、考虑开采成本的矿产资源优化管理

矿产资源的开采成本很大，因而矿产资源的开采成本对矿产资源的开发规模和开采率都有影响。为了便于模型的建立和讨论，假定矿产资源的开采成本 $C(t)$ 只与开采量 $q(t)$ 有关。即：

$$C(t) = C(q(t))$$

假定矿产价格 $p(t)$ 为外部变量，并且已知。这样矿床所有者的效用最大化方程为：

$$\max \int_0^T (p(t) q(t) - C(q(t))) e^{\delta t} dt$$

约束条件为：

$$R(t) = -q(t), R(0) \text{ 给定}, R(t) \geq 0$$

此时，哈密尔顿函数为：

$$H(t) = p(t) q(t) - C(q(t)) - \mu(t) q(t) \quad (2-16-17)$$

由效用最大化一阶必要条件有：

$$p(t) - C'(\cdot) - \mu(t) = 0 \quad (2-16-18)$$

$$\dot{\mu} = \delta \mu(t) \quad (2-16-19)$$

若 $C(\cdot)$ 是凸的，则一阶条件就是有效的。假定 $C'(\cdot) > 0$, $C''(\cdot) > 0$ ，则：

$$\frac{\frac{d}{dt} (p(t) - C'(q(t)))}{p(t) - C'(q(t))} = \delta \quad (2-16-20)$$

这表明边际成本的净价值上升速度等于利率。

在垄断（控制价格）的情况下，相应的条件是：

$$\frac{\frac{d}{dt} (R'(\cdot) - C'(\cdot))}{R'(\cdot) - C'(\cdot)} = \delta$$

其中 $R(q(t)) = p(q(t)) q(t)$ 是垄断者的收益函数， $R'(\cdot)$ 是边际收益，上式同样包含了边际成本的净边际收益上升速度等于利率。

根据微观经济学生产理论，最优生产量应是边际成本和平均成本的交点