


Solitons

Concepts, Principles
and Applications

孤子 概念、原理和应用

黄景宁 徐济仲 熊吟涛

 高等教育出版社

孤 子

概念、原理和应用

黄景宁 徐济仲 熊吟涛

高等教育出版社

内容提要

孤子是最早在自然界观察到,并且可以在实验室产生的非线性现象之一.它作为非线性科学的一个重要分支,自20世纪60年代以来获得了重大进展,特别是在高新科技领域得到了重要应用.

奉献给读者的这本书系孤子方面的高级科普读物.全书共八章,前三章介绍孤子的基本知识,后五章对某些专题作了深入浅出的阐述,但未涉及高深的数学.每章末列出了若干推荐读物和参考文献,可供对孤子物理有兴趣的读者深入学习.

图书在版编目(CIP)数据

孤子 概念、原理和应用/黄景宁,徐济仲,熊吟涛.
—北京:高等教育出版社,2004.3
ISBN 7-04-013596-5

I. 孤... II. ①黄... ②徐... ③熊... III. 孤
子-普及读物 IV. O572.3-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 075075 号

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-64054588
社 址	北京市西城区德外大街4号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100011	网 址	http://www.hep.edu.cn
总 机	010-82028899		http://www.hep.com.cn
经 销	新华书店北京发行所		
印 刷	北京奥隆印刷厂		
开 本	787×960 1/16	版 次	2004年3月第1版
印 张	14.75	印 次	2004年3月第1次印刷
字 数	270 000	定 价	30.60元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

序 言

非线性科学是继量子力学、相对论之后 20 世纪自然科学的重大发展。物理学大师 A·爱因斯坦曾预言：“由于物理学的基本方程都是非线性的，因此所有的数学物理都必须从头研究”。非线性科学的迅速发展使它成为众多学科的前沿课题之一。孤子作为非线性科学的一个重要分支，从 20 世纪 60 年代以来获得了重大进展。它不仅开拓了数学物理新的研究领域，还在许多高科技领域有着重要的应用。

已经出版了许多有关孤子理论方面的书，但大部分侧重于讲数学问题。本书的目的在于：一、介绍有关孤子的发展历史，基础知识，基本概念和基本原理；二、通过具体实例，介绍与孤子物理学有关的若干研究方法和实际应用。

这是一本为理工科大学本科生或相当程度的人员编写的基础读物。它将帮助一般读者扩展多学科的知识面，也能引导有志从事非线性科学研究的读者进入专门著作的学习。在内容的选择方面，既包括历史发展，基本的数学方法，也包括物理学中常用的几个非线性偏微分方程(KdV 方程,非线性薛定谔方程, sine-Gordon 方程)及其实际应用。为了帮助读者了解孤子物理学在近代科学技术中的应用，我们具体选取了信息科学中的光孤子，材料科学中约瑟夫逊传输线中的磁通量子，生命科学中的达维多夫孤子和孤子统计力学。同时保留了浅水波中的 KdV 孤子这一传统内容。我们尽力使读者对物理过程有清晰的概念，除了用比较准确的语言讲述之外，还借助图形曲线定性描述，避免复杂数学问题所产生的困扰。

书中每一章都是全书整体结构中的一部分，都有确定的内容，同时也具有相对独立性。每章末还列举若干推荐读物，帮助有兴趣的读者进一步深入了解有关内容。对于一般只想知道孤子是什么的读者，他们只需阅读前三章，也许就能对孤子有个大致的了解；而对于有志从事孤子物理研究，但又尚未入门的读者，可根据自己的需要，再选取后五章的某些章节阅读。由于本书是一本基础读物，在参考文献中只列入了作者认为必要的若干论文或专著。

本书由黄景宁写第 1, 2, 3, 4, 5 章，徐济仲写第 6, 7 章，熊吟涛写第 8 章。全书由黄景宁作技术上的统一修饰。

作者首先要感谢 M. J. Ablowitz 教授, M. D. Kruskal 教授, A. C. Scott 教授, A. S. Davydov 教授, P. G. Agrawal 教授, P. G. Drazin 教授, K. J. Blow 教授, N. J. Doran 教授, L. F. Mollenauer 博士, R. H. Stolen 博士, Chinlon Lin 博士,

D. Anderson 博士, 以及 Physical Review 编辑部, The Optical Society of America, IEE Publishing Department, Academic Press, Plenum Publishing Corporation, Cambridge University Press, Kluwer Academic Publishers, The University of Chicago Press 同意本书使用上述诸位教授和博士著作中的精美插图。同时要感谢高等教育出版社钟金城先生和陈海平先生所给予的热情支持和帮助。在编写本书的过程中, 得到武汉大学物理科学与技术学院理论物理教研室同事们的大力帮助, 作者谨此致谢。

作者的水平和学识有限, 书中不妥之处在所难免, 敬希读者批评指正。

作者

于武昌珞珈山

2003年4月8日

策划编辑 陶 铮
责任编辑 钟金城
封面设计 刘晓翔
责任绘图 尹 莉
版式设计 张 岚
责任校对 朱惠芳
责任印制 陈伟光

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人将承担相应的民事责任和行政责任，构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人给予严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话：(010) 58581897/58581698/58581879/58581877

传 真：(010) 82086060

E - mail：dd@hep.com.cn 或 chenrong@hep.com.cn

通信地址：北京市西城区德外大街4号

高等教育出版社法律事务部

邮 编：100011

购书请拨打电话：(010)64014089 64054601 64054588

目 录

第一章 孤子的发展史及其基本性质	1
§ 1.1 孤子的发展史	1
1.1.1 罗素的发现	1
1.1.2 关于孤波的争论	3
1.1.3 问题的解决	5
1.1.4 Bäcklund 变换	5
1.1.5 半个世纪的寂静	6
1.1.6 FPU 的发现	6
1.1.7 Zabusky 和 Kruskal 的数值实验	7
1.1.8 “孤波”与“孤子”的区别	9
1.1.9 理论进展	10
1.1.10 在其他学科中发现孤子	10
1.1.11 近期进展的特点	11
1.1.12 物理学中的孤子	14
§ 1.2 孤子的基本性质	15
1.2.1 形成孤子的物理条件	15
1.2.2 孤子的基本性质	17
推荐读物	18
参考文献	18
<hr/>	
第二章 研究孤子常用的几种数学方法	20
§ 2.1 逆散射方法	20
2.1.1 散射的正问题	20
2.1.2 散射的逆问题	22
2.1.3 KdV 方程的初值问题	22
2.1.4 无反射势	25
2.1.5 $b(k) \neq 0$, KdV 方程的解	27
§ 2.2 逆散射方法的推广	29
2.2.1 Lax 方法	29
2.2.2 Zakharov 和 Shabat, AKNS 的推广	30

§ 2.3 Bäcklund 变换	33
2.3.1 什么是 Bäcklund 变换	33
2.3.2 Bäcklund 变换与逆散射方法的关系	34
2.3.3 可换性定理	36
§ 2.4 微扰法	37
2.4.1 以逆散射方法为基础的微扰法	37
2.4.2 McLaughlin 和 Scott 微扰法	38
§ 2.5 数值算法	38
2.5.1 函数逼近法	39
2.5.2 有限差分法	40
§ 2.6 符号运算用的数学软件	47
2.6.1 Mathematica	47
2.6.2 Maple	48
2.6.3 Mathcad	48
2.6.4 Reduce	49
推荐读物	49
参考文献	49
<hr/>	
第三章 水中的孤波——KdV 方程	51
§ 3.1 KdV 方程及其行波解	51
3.1.1 KdV 方程的推导	52
3.1.2 KdV 方程的基本性质	56
3.1.3 KdV 方程的行波解	56
3.1.4 KdV 方程解的基本性质	58
§ 3.2 两个孤波的相互作用	59
§ 3.3 作为哈密顿系统的 KdV 方程 守恒律	61
3.3.1 KdV 方程的守恒律	61
3.3.2 作为哈密顿系统的 KdV 方程及其可积性	64
§ 3.4 二维 KdV 方程	66
3.4.1 KP I 方程	66
3.4.2 KP II 方程	67
推荐读物	68
参考文献	68
<hr/>	
第四章 单模光纤中的光孤子——非线性薛定谔方程	70
§ 4.1 引言	70

4.1.1	研究光孤子的意义	70
4.1.2	光孤子通讯的发展概况	71
§ 4.2	光纤的基本结构和传输模	72
4.2.1	光纤的基本结构	72
4.2.2	光纤的传输模	73
§ 4.3	包络孤子	74
§ 4.4	色散效应	75
4.4.1	色散的种类	75
4.4.2	群速度色散	76
4.4.3	高阶色散	80
§ 4.5	非线性效应	82
4.5.1	非线性效应的起因	82
4.5.2	自相位调制	83
4.5.3	群速度色散对自相位调制的影响	87
§ 4.6	非线性薛定谔方程及其解	90
4.6.1	非线性薛定谔方程	90
4.6.2	亮孤子	93
4.6.3	暗孤子	95
4.6.4	调制不稳定性	98
4.6.5	增强的脉冲展宽	99
§ 4.7	光纤损耗的影响	100
§ 4.8	两个相邻光孤子的相互作用	101
§ 4.9	含高阶修正的非线性薛定谔方程	104
4.9.1	高阶修正的由来	104
4.9.2	高阶非线性效应	105
§ 4.10	光纤孤子通信	110
4.10.1	光纤孤子通信系统	110
4.10.2	孤子激光器	110
4.10.3	掺铒光纤放大器	112
4.10.4	噪声抑制和孤子控制技术	114
4.10.5	色散管理孤子	115
4.10.6	光纤孤子通信展望	116
§ 4.11	空间光孤子	118
4.11.1	时间光孤子和空间光孤子	118
4.11.2	相干空间光孤子	119

4.11.3 非相干空间光孤子	121
4.11.4 空间光孤子的相互作用	121
4.11.5 应用前景与展望	124
推荐读物	125
参考文献	125
第五章 约瑟夫逊传输线中的孤子——sine-Gordon 方程	128
§ 5.1 超导体	128
5.1.1 超导体的基本特征	128
5.1.2 临界参数	131
5.1.3 超导电性的微观理论	132
§ 5.2 约瑟夫逊效应	139
5.2.1 约瑟夫逊的理论预言	139
5.2.2 约瑟夫逊方程	141
5.2.3 直流约瑟夫逊效应	142
5.2.4 交流约瑟夫逊效应	145
5.2.5 约瑟夫逊效应的应用	146
§ 5.3 约瑟夫逊传输线	148
5.3.1 无损耗、无偏流的约瑟夫逊传输线	148
5.3.2 有损耗、有偏流的约瑟夫逊传输线	150
5.3.3 约瑟夫逊传输线的基本结构	153
§ 5.4 sine-Gordon 方程的解	154
5.4.1 行波解	154
5.4.2 无限长传输线的双扭结解	156
5.4.3 有限长传输线的驻波解	157
§ 5.5 含损耗和偏流的 SG 方程的解	161
§ 5.6 微扰对磁通量子动力学行为的影响	163
5.6.1 微扰法	163
5.6.2 损耗和偏流对磁通量子动力学行为的影响	166
5.6.3 杂质对磁通量子动力学行为的影响	167
推荐读物	173
参考文献	174
第六章 氢键网络中的孤子	176
§ 6.1 冰-质子半导体	176
6.1.1 冰的结构及其半导体性质	176

6.1.2 氢键——分子间的一种弱作用	177
§ 6.2 离子缺陷与键缺陷	178
6.2.1 质子在氢键桥中的转移, 使键产生离子缺陷	178
6.2.2 分子的翻转, 使键产生键缺陷	179
6.2.3 质子在链中转移的全过程	180
§ 6.3 扭结孤子缺陷	180
6.3.1 描写质子运动的方程式	180
6.3.2 带负电的正扭结孤子	182
6.3.3 带正电的反扭结孤子	183
6.3.4 孤子缺陷的有效质量、动量和能量	184
§ 6.4 二分量孤子	185
§ 6.5 取向孤子缺陷	186
6.5.1 取向孤子缺陷	186
6.5.2 描写分子偶极矩取向旋转运动的方程	187
6.5.3 单扭结解	188
6.5.4 代表扭结与扭结碰撞的扭结-扭结解	189
6.5.5 代表扭结与反扭结碰撞的扭结-反扭结解	189
§ 6.6 氢键网络中的孤子导电机制	190
§ 6.7 钟型孤子缺陷	191
6.7.1 非对称氢键桥中的双阱势	191
6.7.2 钟型孤子缺陷	192
推荐读物	193
参考文献	193
<hr/>	
第七章 蛋白质中的孤子	195
§ 7.1 固体理论在生物系统中的应用	195
7.1.1 声子	195
7.1.2 能带	195
7.1.3 激子	196
7.1.4 极化子	197
§ 7.2 α -螺旋蛋白质的结构	197
§ 7.3 又一个能量传递者——孤子	198
7.3.1 酰胺 I 振动与肽基晶格运动的耦合	199
7.3.2 孤子是理想的能量传递者	200
§ 7.4 对称孤子与非对称孤子	201

§ 7.5 肌肉收缩的孤子解释	202
7.5.1 肌肉结构与肌肉收缩的船桨模型	202
7.5.2 达维多夫孤子理论的解释与其他人的质疑	203
§ 7.6 帮助电子转移的孤子	204
推荐读物	205
参考文献	205
<hr/>	
第八章 孤子系统的统计力学	206
§ 8.1 概说	206
8.1.1 微观运动状态	206
8.1.2 物质的宏观状态	207
8.1.3 热力学公式	208
8.1.4 分布函数	209
8.1.5 理想系统	210
8.1.6 孤子系统	210
§ 8.2 经典 sine-Gordon 系统: 理想气体唯象近似	211
8.2.1 孤子-声子系统	212
8.2.2 孤子-声子的相互作用	214
8.2.3 孤子-呼吸子系统	215
§ 8.3 Bethe ansatz 方法	216
§ 8.4 量子 sine-Gordon 系统	219
推荐读物	222
参考文献	222

第一章

孤子的发展史及其基本性质

§ 1.1 孤子的发展史

孤子(soliton)是最早在自然界观察到,并且可以在实验室产生的非线性现象之一。从发现孤子到现在虽经历了一百多年,但是它的重大发展和在许多学科(例如光纤孤子通信,非线性光学中的空间光孤子,磁通量子器件,约瑟夫逊计算机,电荷密度波和自旋密度波,生物学中的达维多夫孤子,等离子体中的孤波等)中的应用开始于20世纪70年代。下面我们概要地叙述其发展过程中的重要事件。

▷▷ 1.1.1 罗素的发现

谈到孤子的历史,我们还得从19世纪苏格兰一位造船工程师约翰·斯科特·罗素(John Scott Russell)(1808—1882)谈起。青年时代的罗素在苏格兰的三所大学(圣·安德鲁斯大学、爱丁堡大学和格拉斯哥大学)学习过。16岁时毕业于格拉斯哥大学。他是一位优秀的造船工程师,对船体的设计有独到的见解,并做出过重要贡献,他对教育事业和社会改革也都非常热心。根据不完全统计,罗素一生发表论文和科学报告49篇,专著三本^[1],其中一本是在他逝世之后发表的。

当时为了提高连接爱丁堡和格拉斯哥的一条运河的航运能力,拟采用蒸汽动力代替马拉。因此,向罗素请教采用蒸汽动力在经济上的可行性和船体设计等问题。罗素的态度是严谨的,他认



图 1-1 约翰·斯科特·罗素像

为没有经过实验，很难回答这些问题。同时，他还提出，如果这条运河的某一段交由他管辖，他愿意进行有关的实验。

1834年8月的一天，当罗素骑马在河岸上行走时，他很敏锐地发现船头激起的水柱是一种非常奇特的自然现象，这是有确切记载的，人类第一次观察到孤波。他于1844年在不列颠协会的报告中，是这样描述他的发现的：

“我相信最好还是用我第一次亲自与之相识的情况来介绍这一现象。当时，我正在观看由两匹马牵引的，沿着不宽的河道^①迅速向前运动的一只小船。当小船突然停止时，河道里由船推动的一大堆水并不停止，而是聚集在船头，激烈地摇动着，随后呈现出一个很大的、孤立的隆起，那是一个滚圆的、光滑的、而且周界分明的水堆。它突然离开小船，以很高的速度向前运动，而将小船甩在它后面。这个水堆沿着河道继续行进，没有明显地改变它的形状或者降低它的速度。我骑马紧跟，并赶上了它。它仍然以大约每小时8或9英里的速度滚滚向前，并且保持着原来的大约30英尺长、1英尺到1英尺半高的外形。随后，它的高度逐渐下降。在我追赶了一两英里之后，它在河道的弯曲处消失了。因此，1834年8月是我第一次有机会见到这一奇特的、美妙的现象。这现象我称之为平移波，这是一个现在已被普遍接收的名字。自从我发现这一现象以来，在所有的流体阻力中，它都是一个重要的组成部分。同时，我也弄清楚了还有海洋中巨大的、移动着的升举属于这种现象。它和行星的节律一起，使我们的河流升涨，并沿着我们的海岸滚动。”^[2]

作为一个有成就的科学家，一个重要的素质就是他是否有能力从纷繁复杂的现象中敏锐地觉察到具有本质上不同的新现象。罗素具有这种素质。然而也不是所有的人都认为孤波是自然界中一种特殊的、以前人们不知道的新现象。罗素在他的著作中有这样的描述：

“这是一个美丽而且非凡的现象，我看到它的第一天是我一生中最幸福的日子。不管怎样，以前没有人能有幸地看到它，或者知道它意味着什么。现在，我们称它为孤立的平移波。以前没有人设想把孤立的波动当成可能的事物。当我把这件事告诉 John Herschel 爵士时，他说‘它只不过是切掉一半的波’，但是它并非如此，因为一般的波动传播时一部分在水平面上面，另一部分在水平下面。它不仅不是一般的波动，而且它的波形也不同。显然它不是半个波，而是一个完整的波。因此，这个完整的波不是交替地在水面上或在水面下，而总是在水面上。所有的水堆都是这样：它不是停留在它所在的地方，而是传播到远方”^[3]

罗素在发现平移波（现在我们称为孤波）之后，花费了大量的时间做实验，

^① 据说这条河流就是流经 Heriot-Watt 大学（在苏格兰，爱丁堡）校园附近的 Union Canal.

以确定这种波的性质。同时，他还研究在不同的河道(截面为三角形或矩形)推力和船速之间的关系，以便回答航运当局向他咨询的问题。在 1835 年到 1836 年间，在运河进行实验；而在实验室进行的实验，则从 1835 年开始一直持续到 1840 年。

不列颠协会于 1836 年设立波动委员会，该委员会中的两名成员是罗素和爱丁堡皇家学会的秘书 Robinson 爵士。皇家学会要求波动委员会解决诸如‘波是什么’，‘海洋上的波’的性质是什么，‘潮汐升举’的行为所遵从的规律和其他波动所遵从的规律是否相同等问题，波动委员会于 1837 年提出报告^[4]，其中有关平移波的主要结论有：

- 流体中存在一种波动，它的规律与迄今为止所知道的波的规律不同。
- 这种波动是局部的动力学实体，它以确定的形状和速度运动。
- 如果波在未被扰动的水面上的高度为 h ，

未被扰动的水的深度为 d ，则这种波的运动速度为(图 1-2)

$$v = \sqrt{g(h+d)},$$

其中 g 为重力加速度。

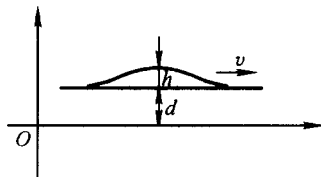


图 1-2

- 波的速度 v 与产生它的模式无关。
- 波的形状是旋轮线(cycloid)。
- 如果水的初始质量足够大，有可能产生两个或更多的平移波。
- 平移波碰撞时，彼此互相穿透，速度没有任何改变。

罗素在实验室里做了大量的实验，一方面是为了弄清楚孤波的性质，另一方面也研究拉力(或推力)与船速的关系。早在 1840 年，他在爱丁堡协会所做的报告^[5]已经谈到他在 1834 年 8 月发现的孤波，而在 1844 年的报告则论述得比较详细。

尽管罗素得到上述结论主要根据实验，没有使用多少数学，然而对孤波性质的理解是深刻的，唯一的不足之处是他认为波的形状是旋轮线。

我们根据罗素 1844 年的报告，示意性的描绘了图 1-3，图中显示了孤波的产生和传播。

▷▷ 1.1.2 关于孤波的争论

纵观物理学发展史，人们不难发现，在提出一种新思想或引入一个新概念的时候，往往会引起长时间的激烈的争论，有时甚至受到怀疑和非难。孤波的命运也是如此。在罗素提出平移波之后，对它表示怀疑的主要有 G. B. Airy 爵士和 George Stokes 爵士。在当时，这两位爵士对波动的研究都颇有造诣。他们怀疑的问题有：一个完整的波动为什么会全部在水面上，而不是一部分在水面

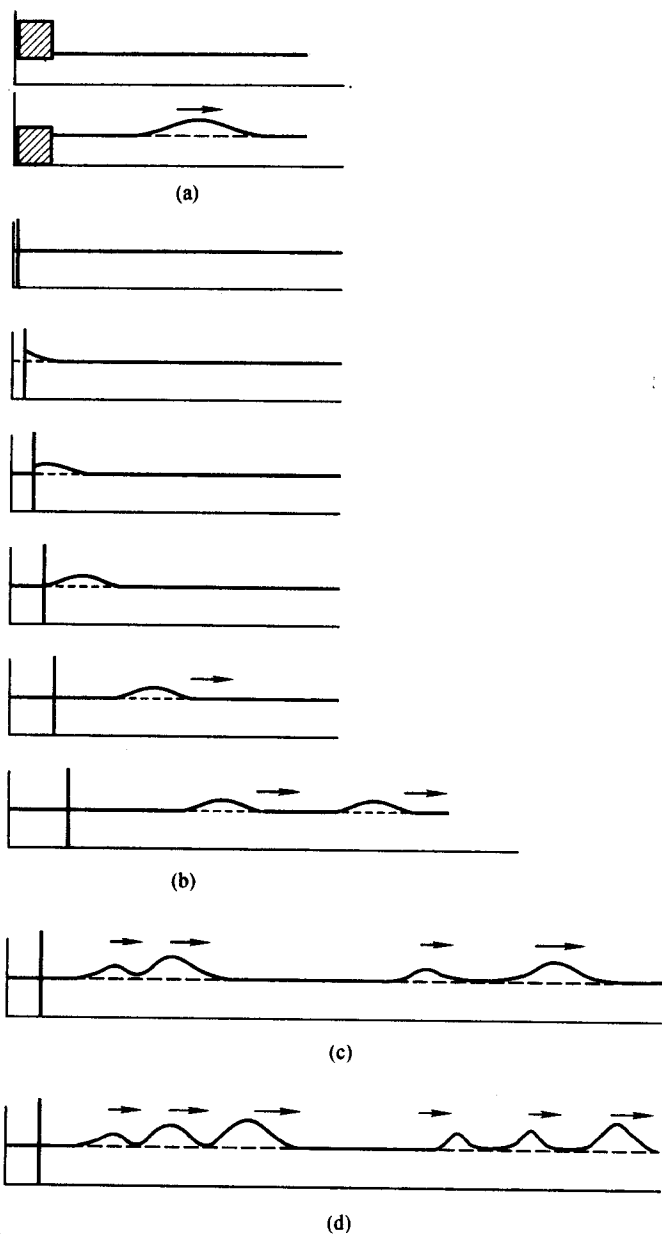


图 1-3 罗素浅水槽实验(1844)

(a), (b) 用不同方法激发孤波, (c) 激发两个孤波,
(d) 激发一串孤波, 波幅高的跑得块些, 不同高度的孤波产生后很快就分开.

上,一部分在水面下;波在传播的过程中,为什么波幅不会衰减;波的运动速度 v