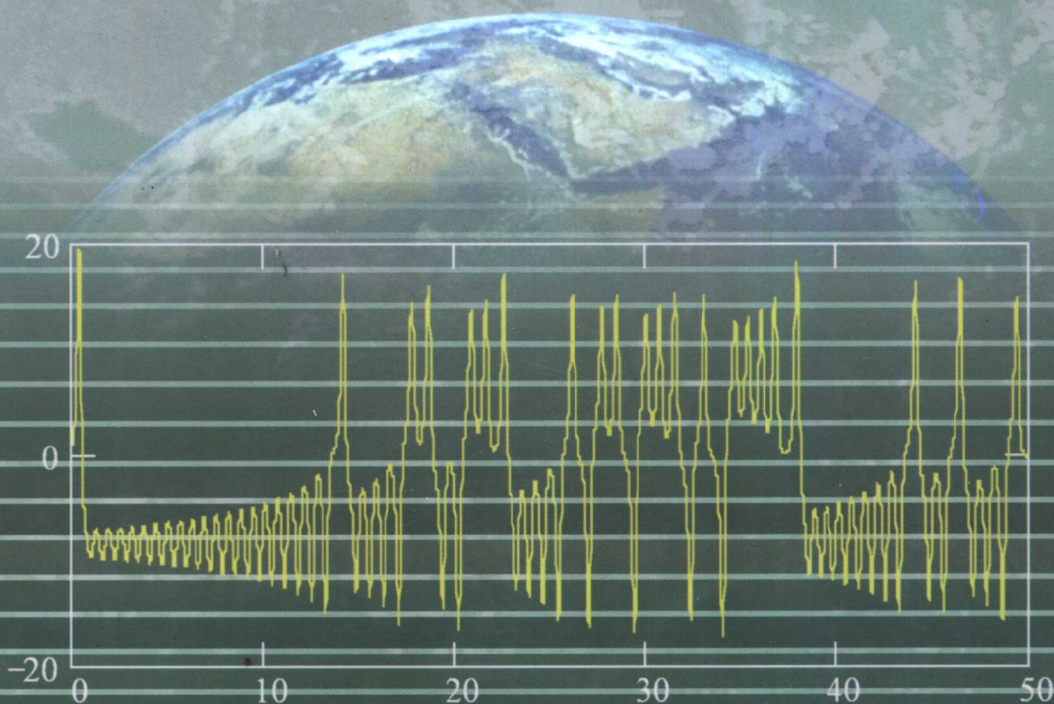


FEIXIANXING KEXUE JIQI ZAI  
DIXUE ZHONG DE YINGYONG

# 非线性科学及其 在地学中的应用

林振山 编著



气象出版社

江苏省“333 工程”和国家“211 工程”重点学科建设项目  
“不同时空尺度环境演变和生态建设”联合资助

# 非线性科学及其在地学中的应用

林振山 编著



气象出版社

## 内 容 简 介

本书介绍了非线性科学的基本理论、方法及其在地学诸学科(地理、地质、气象、环境、生态等)研究中的应用。内容涉及稳定性理论、分岔理论、突变理论、混沌理论和分形理论。有关的应用绝大部分都是作者 20 世纪 90 年代以来从事有关国家级科研项目研究成果。

本书内容全面,论述透彻,方法严谨,力求做到深入浅出,易于掌握和应用,适合地学类各学科、各专业的高年级本科生、研究生、教师以及从事非线性理论应用的科技工作者。也可作为地学类各学科的研究生和教师的教学、科研参考书和工具书。

## 图书在版编目(CIP)数据

非线性科学及其在地学中的应用/林振山编著. —北京:气象出版社,2003. 6  
ISBN 7-5029-3579-7

I. 非... II. 林... III. 非线性理论-应用-地球科学 IV. P

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 043250 号

Feixianxing Kexue Jiqi Zai Dixue Zhong De Yingyong

## 非线性科学及其在地学中的应用

林振山 编著

责任编辑:陶国庆 终 审:周诗健

封面设计:李忠信 责任技编:王丽梅 责任校对:王丽梅

---

出版发行:气象出版社

出版社地址:北京市海淀区中关村南大街 46 号

出版社电话:68407112

出版社网址: <http://cmp.cma.gov.cn/>

电子邮箱: qxcbs@263.NET

邮政编码: 100081

传真号码: 62176428

印 刷: 北京昌平环球印刷厂  
开 本: 787mm×960mm 1/16  
印 张: 10.5  
字 数: 209 千字  
定 价: 16.00 元

版 次: 2003 年 6 月第 1 版  
印 次: 2003 年 6 月第 1 次印刷  
印 数: 0001~4000

---

版权所有 侵权必究

## 序

长期以来,存在着两种描写客观世界的理论体系:确定论和概率论。确定论认为,只要已知所有系统的初始(和边界)条件,就可以从确定性方程获知系统的未来,而且系统演化轨迹的变化与其初始条件的改变遵从数学上 $\epsilon - \delta$ 的关系。确定论是一种“一一对应”的因果关系。与此相反的,是概率论的“一多对应”关系。确定论认为,只要系统的外力不发生突然变化,系统就不会自发地发生突变,概率论则认为控制参数的微小变化有可能导致系统状态的突变。20世纪70年代以来,数理学家发展了非线性科学,非线性科学研究大千世界中复杂奇妙的现象,独步经典科学之外,另辟蹊径。非线性科学,尤其是混沌理论改变了科学世界的图景,认为世界是一个有序与无序的统一,稳定性与不稳定性的统一,完全性与不完全性的统一,自相似性与非自相似性的统一。混沌理论架起了从确定性论到概率论之间的桥梁。混沌理论的提出,使我们能够把许多复杂的现象看作是有目的的、有结构的行为。

20世纪80年代以前,人们对混沌的研究主要集中在计算机实验(如Lorenz系统、Logistic系统、强迫Brusselator系统)和物理实验(如Duffine振动、浅水波的强迫振动)上,而所借助分析的教学工具是分岔理论和突变理论。人们关心的是系统通往混沌道路的分岔类型、临界参数,功率谱及混沌系统的共性等。

20世纪80年代以来,人们则着重研究混沌的结构,而所借助的数学理论是标度分形理论和符号动力学。同时,在几乎所有的自然科学学科里开展了非线性科学的应用,这种应用的广度、深度及其成就都是空前的。

1974年世界气象组织(WMO)和国际科学联盟理事会(ICSU)在瑞典联合召开了国际讨论会,明确提出了气候系统由是水圈、大气圈、冰雪圈、岩石圈、生物圈之间相互作用构成的一个非常复杂的整体,并由此延伸了地球系统的科学概念,明确了地球科学是以水圈、大气圈、冰雪圈、岩石圈、生物

圈之间相互作用以及有关的物理过程、化学过程和生物过程为研究对象。从而开始了多学科合作的共同研究。地学已经不再是过去经典的地理学或地球物理学了,而是大气科学、海洋学、地球物理、地理学、天文学、生物学、环境科学等众多学科相互渗透,共同研究的交叉科学。地学研究的主要对象是人类赖以生存、生活和影响所及的地球系统及其各子系统。因此,如何在传统的地理学或地球物理学基础上开拓地学研究新领域是当前地学界的当务之急。

自然科学的发展是要受到数学发展水平的制约和推动,在数学和非线性科学取得重大发展的背景下,我们应该也有必要将数学、非线性科学和地学结合起来,开辟地学研究的新领域。

传统地学的研究重点在于观测、探测和现象分析,这属于表象研究范畴。而 20 世纪 90 年代以来地学之精髓则在于数理分析、模拟和预测,属于机制研究,这不仅需要观测和实验室,还需要数理理论和计算机技术。所以,要开拓地学研究新领域其途径不外乎这三个方向。此书亦是为此而著的,希望能收到抛砖引玉之效。只是外行著书,多半弄巧成拙。

本人自 1992 年起就在南京大学研究生院开设“非线性力学与大气科学”,1993 年在南京大学出版社出版了以该讲义为蓝本的《非线性力学与大气科学》。该书出版后,很受读者的欢迎,很快就卖完了。但由于该书的应用内容局限于大气科学,不少读者希望再版时,能增加地学其他学科的有关应用。但由于 1996 年起,本人就长期在美国合作科研,无暇修稿再版之事。

2001 年回国到南京师范大学地理科学学院任特聘教授以来,发现来自地理、地质、环境、生态等学科的研究生对非线性科学兴趣浓厚,但数学基础又较差。因此,不得不抽出时间重新编写讲义。新讲义不仅删除了多标度、符号动力学等数学难度较大的有关章节,还根据研究生的要求重新编写了占全书约三分之一分量的地学各学科的具体应用实例,更加突出了实用性。此书是在该讲义试用两年的基础上再修改而成的。

本书共分五章:第一章是稳定性理论及其应用;第二章是分岔理论及其

应用;第三章是突变理论及其应用;第四章是混沌与分形理论及其应用;第五章是相空间理论及其应用。全书以非线性为主线并互相通融,互相呼应,没有明确界限。本书的第一章至第四章都是由基本理论和应用两部分组成。有关所有的基本理论,包括稳定性理论、分岔理论、突变理论、混沌理论和分形理论均为前人的成熟理论,而不是本人的理论。但由于这些理论(体系)均是由许多学者而非某一学者所提出的,而且是众所周知和成熟的理论,故未必在参考文献里一一列出。本人所做的只是将这些深奥的理论用通俗、易懂的教学语言向数学基础较差的环境、生态和地学类的研究生传授,并结合大量的实际研究成果(大部分为本人的已发表或待发表的科研成果)。第五章则摘自本人已出版、发表的有关论著。管卫华、刘会玉、谢正磊、齐相贞等研究生参加了校稿工作。

编写此书的目的是希望来自环境、生态和地学的广大研究生和有关的科技人员能开阔视野,提高数理演绎和量化研究的能力,学为研用。可以负责地说,凡是较认真读过此书的地学类研究生都可以独立开展有关的非线性科学的应用研究,并撰写有关的学术论文。此书虽是本人近20年来开展非线性科学应用的教学和科研的有关经验,大部分的应用实例均萃取于作者已发表的100余篇论著里,然而还是得意的少,不满的多。盖因作者学识浅薄,时间亦仓促而已。挟泰山以超北海,非不为也,是不能也。

由于此书属于前沿研究范畴及作者水平所限,难免有许多谬误与不当之处,敬请读者不吝赐教,不胜感激。

本书是由江苏省“333工程”和国家“211”工程重点学科建设项目“不同时空尺度环境演变和生态建设”资助出版的,特此说明。

林振山

2003年1月6日于契阔斋

# 目 录

## 序

|                                        |      |
|----------------------------------------|------|
| <b>第一章 稳定性理论及其应用</b> .....             | (1)  |
| § 1.1 线性系统与非线性系统 .....                 | (1)  |
| 1.1.1 线性系统与非线性系统概述 .....               | (1)  |
| 1.1.2 线性和非线性的数学描述 .....                | (3)  |
| 1.1.3 线性系统和非线性系统的特点 .....              | (3)  |
| § 1.2 确定性论、概率论与混沌 .....                | (4)  |
| 1.2.1 1978 年前数学体系 .....                | (4)  |
| 1.2.2 混沌 .....                         | (6)  |
| 1.2.3 非线性科学在环境、生态和地学研究中的应用 .....       | (6)  |
| § 1.3 相空间和定态 .....                     | (7)  |
| 1.3.1 相空间和相平面 .....                    | (7)  |
| 1.3.2 定态 .....                         | (8)  |
| § 1.4 稳定性分析理论 .....                    | (9)  |
| 1.4.1 线性扰动方程 .....                     | (9)  |
| 1.4.2 平衡态(系统)的稳定性 .....                | (14) |
| 1.4.3 奇点(平衡态)的分类 .....                 | (16) |
| 1.4.4 举例 .....                         | (18) |
| § 1.5 环境资源对区域经济的制约关系 .....             | (21) |
| 1.5.1 有限资源对区域经济(社会生产)线性约束的动力学模式 .....  | (22) |
| 1.5.2 有限资源对区域经济(社会生产)非线性约束的动力学模式 ..... | (24) |
| § 1.6 大气对流的稳定性分析 .....                 | (26) |
| 1.6.1 无阻尼线性模式 .....                    | (26) |
| 1.6.2 无阻尼非线性模式 .....                   | (27) |

|            |                   |             |
|------------|-------------------|-------------|
| § 1.7      | 人类活动与资源环境的稳定性分析   | (29)        |
| § 1.8      | 资源环境对人类活动的影响      | (31)        |
| 1.8.1      | 模式的建立             | (31)        |
| 1.8.2      | 稳定性定性分析           | (31)        |
| <b>第二章</b> | <b>分岔理论及其应用</b>   | <b>(33)</b> |
| § 2.1      | 分岔                | (33)        |
| 2.1.1      | 多个吸引子             | (33)        |
| 2.1.2      | 分岔的定义             | (34)        |
| 2.1.3      | 分岔点的条件            | (35)        |
| § 2.2      | 鞍-结分岔和叉型分岔        | (37)        |
| 2.2.1      | 鞍-结分岔             | (37)        |
| 2.2.2      | 叉型分岔              | (38)        |
| § 2.3      | Hopf(霍夫)分岔        | (40)        |
| 2.3.1      | 极限环               | (40)        |
| 2.3.2      | 极坐标法              | (41)        |
| 2.3.3      | 极限环的稳定性判别         | (42)        |
| 2.3.4      | 平均法               | (43)        |
| § 2.4      | 一维离散动力系统的分岔       | (45)        |
| 2.4.1      | 离散动力系统的不动点        | (45)        |
| 2.4.2      | 不动点的稳定性           | (47)        |
| 2.4.3      | 周期 $k$ 的稳定性判据     | (48)        |
| § 2.5      | 条件约束下的社会再生产模式     | (49)        |
| § 2.6      | 再生资源管理与开发模型       | (51)        |
| 2.6.1      | Scheafer 资源开发模型   | (51)        |
| 2.6.2      | 最大持续收获量策略         | (53)        |
| 2.6.3      | 最大经济效益的收获(捕捞)策略   | (54)        |
| § 2.7      | 弱肉强食竞争模型          | (56)        |
| 2.7.1      | Volterra 竞争共存第一模式 | (56)        |
| 2.7.2      | Volterra 竞争共存第二模式 | (58)        |



|                                  |             |
|----------------------------------|-------------|
| § 2.8 同行企业竞争.....                | (60)        |
| § 2.9 社会生产、基础设施与资金投入的动力学关系 ..... | (67)        |
| 2.9.1 模式的建立 .....                | (67)        |
| 2.9.2 平衡态和稳定性分析 .....            | (68)        |
| <b>第三章 突变理论及其应用 .....</b>        | <b>(73)</b> |
| § 3.1 基本概念.....                  | (73)        |
| 3.1.1 初等突变和静分岔的关系 .....          | (73)        |
| 3.1.2 突变判据 .....                 | (74)        |
| § 3.2 折叠突变约束.....                | (75)        |
| § 3.3 尖点突变约束.....                | (77)        |
| 3.3.1 尖点突变约束的基本理论 .....          | (77)        |
| 3.3.2 突变特性 .....                 | (78)        |
| 3.3.3 突变约定 .....                 | (78)        |
| 3.3.4 选择原则 .....                 | (79)        |
| § 3.4 零维全球气候模式的突变约束.....         | (80)        |
| 3.4.1 假设地球长波辐射遵守线性定律 .....       | (80)        |
| 3.4.2 假设行星反照率与地球表面温度成线性关系 .....  | (81)        |
| 3.4.3 假设行星反照率与地球表面温度成非线性关系 ..... | (82)        |
| 3.4.4 假设地球为一黑体 .....             | (83)        |
| 3.4.5 气候突变的参数方程 .....            | (83)        |
| § 3.5 种内竞争的突变条件.....             | (84)        |
| § 3.6 股份制企业生产的突变约束.....          | (86)        |
| <b>第四章 混沌与分形理论及其应用 .....</b>     | <b>(87)</b> |
| § 4.1 混沌.....                    | (87)        |
| § 4.2 吸引子的功率谱.....               | (93)        |
| 4.2.1 Fourier(傅里叶)变换 .....       | (93)        |
| 4.2.2 Fourier 振幅谱.....           | (95)        |
| 4.2.3 函数相关 .....                 | (95)        |

|        |                                              |       |
|--------|----------------------------------------------|-------|
| 4.2.4  | 功率谱 .....                                    | (96)  |
| 4.2.5  | 几种吸引子的功率谱 .....                              | (96)  |
| § 4.3  | Lyapunov(李雅普诺夫)指数 .....                      | (99)  |
| § 4.4  | 分(数)维与分形 .....                               | (107) |
| § 4.5  | Shannon 信息、测度熵和信息维 .....                     | (111) |
| 4.5.1  | Shannon 信息量 .....                            | (111) |
| 4.5.2  | 测度熵、Kolmogorov 熵、Kolmogorov-Sinai 熵、信息流率 ... | (112) |
| 4.5.3  | 信息维、Renyi 维 .....                            | (112) |
| § 4.6  | 从单变量时间序列提取 Lyapunov 指数 .....                 | (113) |
| 4.6.1  | 重建相空间 .....                                  | (113) |
| 4.6.2  | 从单变量时间序列里提取最大 Lyapunov 指数 .....              | (115) |
| § 4.7  | 从单变量时间序列提取分数维 .....                          | (116) |
| § 4.8  | 混沌系统及混沌区域的分数维跃变判别法 .....                     | (117) |
| 4.8.1  | 分数维跃变判别法的基本理论 .....                          | (118) |
| 4.8.2  | 检验试验 .....                                   | (118) |
| § 4.9  | 中国气候的动力学区划 .....                             | (119) |
| 4.9.1  | 分维 $D$ 和 Lyapunov 指数的计算 .....                | (119) |
| 4.9.2  | 基于分维数和最大 Lyapunov 指数指标的中国气候区划 .....          | (121) |
| § 4.10 | GIS 支持的中国海岸线、山系、断层系与水系的分形分析技术 .....          | (124) |
| 4.10.1 | 量规法 .....                                    | (125) |
| 4.10.2 | 网格法 .....                                    | (126) |
| 4.10.3 | 中国大陆山系、断层系与水系的分维分布 .....                     | (127) |

## 第五章 相空间理论及其应用 ..... (131)

|       |                      |       |
|-------|----------------------|-------|
| § 5.1 | 长期预报的相空间理论和模式 .....  | (131) |
| 5.1.1 | 长期预报的相空间理论 .....     | (131) |
| 5.1.2 | 基本假设 .....           | (132) |
| 5.1.3 | 长期预报的相空间相似预报模式 ..... | (133) |
| 5.1.4 | 长期预报的相空间近邻等距模式 ..... | (133) |
| 5.1.5 | 长期预报的相空间多点相似法 .....  | (134) |

---

|       |                                      |       |
|-------|--------------------------------------|-------|
| 5.1.6 | 相空间线性模回归技术.....                      | (134) |
| 5.1.7 | 一维 Lyapunov 指数预报模式 .....             | (135) |
| 5.1.8 | 超长期预报的相空间技术.....                     | (135) |
| § 5.2 | 相空间模式在气候和农业虫害预测的应用 .....             | (136) |
| 5.2.1 | 相空间预测模式在气候预测的应用.....                 | (136) |
| 5.2.2 | 相空间预测模式在农业病虫害预测的应用.....              | (138) |
| § 5.3 | 地学子系统反演建模技术及其应用 .....                | (141) |
| 5.3.1 | 反演技术.....                            | (142) |
| 5.3.2 | 区域气候的反演建模.....                       | (144) |
| 5.3.3 | 定性分析.....                            | (145) |
| § 5.4 | 相空间主矢量重现地学动力系统吸引子技术 .....            | (148) |
| 5.4.1 | 相空间主矢量重现技术.....                      | (148) |
| 5.4.2 | Lorenz 系统和 Rossler 系统混沌特征的一维重现 ..... | (150) |
| 5.4.3 | 温度、降水资料的相空间投影分析 .....                | (152) |

# 第一章 稳定性理论及其应用

## § 1.1 线性系统与非线性系统

### 1.1.1 线性系统与非线性系统概述

#### 1.1.1.1 客观动力系统与模式动力系统

非线性科学的理论研究重要的一步是建立数学模型,通过建模来较逼真地描写客观动力系统。要做到这一点,最为关键的就是关于相互作用的描述,包括系统内部的相互作用、系统与外部的相互作用,以及系统对这些作用的响应和反馈。关于相互作用的描述通常可分为线性和非线性两类。线性描述的就是所谓的线性模式系统,非线性描述的就是所谓的非线性模式系统。

线性模式系统对客观动力系统的描写是近似的,往往只适用于描写系统局部和短时的行为。其特点就是数学上的简单和物理上一目了然。

非线性模式系统对客观动力系统的描写是较客观的和全局性的,不仅可以描写全空域还可以描写全时域的行为。其代价就是模式上的复杂带来了数学求解的困难,大部分的非线性模式是无法求出数学的解析解的。为了解决这个矛盾,稳定性分析理论应运而生。而在非线性科学诞生之前,人们多用线性模式来近似研究、处理非线性的客观动力系统。

在客观世界里,非线性作用和非线性现象是普遍的,而线性作用和线性现象则是非线性作用和非线性现象在极端条件下的特例,是极不普遍的。

#### 1.1.1.2 举例

**例 1.1** 大鱼吃小鱼。从局部和短时间来看大鱼吃小鱼是一线性现象或线性行为,被吃的小鱼死了,吃了小鱼的大鱼长大了。即从时、空局部来看,小鱼线性减少,大鱼线性成长(或增加),线性理论还是有用的。但对整个系统来说,小鱼减少了,大鱼增加了。如果根据上述的线性来看这个简单的群落,不要经过太长的时间后,小鱼将灭绝,而小鱼灭绝的结果必将导致大鱼的灭绝。所以从全局出发,从种群和群落演替的长时间来看,线性必将导致群落里所有的种群全部灭绝。显然,这是不真实的。在客观生物界里,由于生物链的制约,小鱼数量减少到一定的量(不能满足所有的大鱼都有足够的食物)

时,由于种内竞争,大鱼的数量将减少,而大鱼数量的减少,将使小鱼的数量有所增加。正是群落内部这种非线性的反馈作用,才保障了生物界强弱共存,尽管在短时间来看是生死冤家,但在长时间来看却是互为生存前提(如果没有弱肉强食,由于较弱的物种都具有相当高的繁殖率,其结果或是由于自身的退化,或是由于耗尽所有的资源而灭绝)。

**例 1.2** 善有善报,恶有恶报? 如果该命题属于线性范畴,那么人类将没有一个坏人,全都是好人。这是不现实的。另一方面,而好人是相对坏人而言的,没有坏人也就不存在好人了。所以,在人类社会里,既存在善有善报,恶有恶报的事实,也同时存在善未必有善报,恶也未必有恶报,以及善有恶报(如东郭先生)和恶有善报(如没有被处理的、不断晋升的贪官污吏),这就是社会的复杂性,这就是非线性现象。

**例 1.3** 量变与质变。在大千世界里,如果只存在线性作用,那么世界上一切事物的变化都只是量的增加与减少,而没有质的变化。其结果就不会出现新现象、新生命、新事物。只有在非线性的作用下,才会出现复杂的变化,事物才会发生质的变化,才会诞生新生命、新事物。所以非线性相互作用是大千世界的根本。在地学建模时,务必记住这一点。

**例 1.4** 普通光束和相干光的叠加。普通光束即非相干光的叠加是一线性现象,其光强遵守线性叠加原理,即代数叠加:

$$I = I_1 + I_2$$

普通光束即非相干光的叠加结果是一均匀的光强分布。而两束相干光的叠加(如光的干涉)是一非线性现象,其光强遵守非线性叠加原理,即矢量叠加:

$$I = I_1 + I_2 + 2I_1I_2\cos\alpha$$

相干光的叠加结果是一非均匀的光强分布。如果两束相干光的强度  $I_0$  相等,那么叠加后的光强分布是从零到  $4I_0$  之间的非均匀分布。

**例 1.5** 海岸线的几何形状是非线性的(不是直线);树枝的分布、山的形状等都是非线性的。

**例 1.6** 物理规律本身就是非线性的。如:黑体辐射能力与温度的 4 次方成正比;电磁波能量随距离的平方成反比衰减;摩擦阻力与速度平方成正比等。

**例 1.7** 自催化过程:  $A + x \xrightleftharpoons[k_2]{k_1} 2x$ 。其反应速率遵守非线性规律:

$$w = k_1\rho_A\rho_x - k_2\rho_x^2 \quad (1.1)$$

**例 1.8** Duffing 方程(机电、生物振荡器)。其震荡规律遵守非线性规律:

$$\ddot{x} + k\dot{x} + x + ax^3 = F\cos\omega t \quad (1.2)$$

**例 1.9** 膨胀系数  $\alpha = \frac{1}{v} \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p$ 、压缩系数  $k = -\frac{1}{v} \left( \frac{\partial v}{\partial P} \right)_T$ 、都遵守非线性规律。

### 1.1.2 线性和非线性的数学描述

如果空间是均匀的

$$\nabla x_i = 0 \quad (1.3)$$

$$\frac{dx_i}{dt} = f(x_i, x_j) \quad (1.4)$$

只要  $f$  是线性(关于  $x_i$  或  $x_j$  的一次幂)函数,那么系统(1.4)式就是一线性系统。如果  $f$  是一非线性函数,那么系统(1.4)式就是一非线性系统。

如果空间不均匀,即  $\nabla x_i \neq 0$ ,则

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{\partial x_i}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla x_i = f(x_i, x_j) \quad (1.5)$$

即个别变化=局地变化+平流项。如果广义速度  $\mathbf{v}$  是不均匀的,那么  $\mathbf{v} \cdot \nabla x_i$  是一非线性项,所以不管  $f$  是否为线性函数,系统(1.4)式都是一非线性系统。如果广义速度  $\mathbf{v}$  是均匀的,那么  $\mathbf{v} \cdot \nabla x_i$  是一线性项。当  $f$  是线性函数时,系统(1.4)式是一线性系统,如果  $f$  是一非线性函数,系统(1.4)式则是一非线性系统。

### 1.1.3 线性系统和非线性系统的特点

线性系统具有以下显著特点:

- ①均匀性(空间分布均匀、相互作用等权重);
- ②独立性(代数叠加律);
- ③可逆性。

所谓的可逆性指的是当  $t \rightarrow -t$ , 物理规律或结果仅变号而形式、分布不变,即

$$f(t) = -f(-t)$$

例 1.10 速度  $V = \frac{dS}{dt}$ , 如果位移空间均匀,那么  $t = -t$  有:

$$V = -V$$

所以,物理量 ( $V$ ) 在均匀的位移空间里是可逆的。

例 1.11  $s = \int_t v dt$ 。如果速度场分布是均匀的,那么  $t = -t$  时有:

$$s = -s$$

所以,物理量 ( $s$ ) 在均匀的速度空间里是可逆的。

非线性系统具有以下显著特点:

- ①非均匀(空间分布、相互作用的方式、效应、结果随时间、地点条件而变);
- ②相干性(各要素丧失其独立性,遵守矢量叠加原理);
- ③不可逆性(空间不均匀所致,各要素的作用和重要性不同),如生物进化、天气演

变、地球自转等演化行为的不可逆性;

④存在支配与从属、控制与反馈、策动与响应等对立矛盾的两方面。

### 讨 论

分别给出与本专业有关的线性和非线性现象或规律各 2 例,并说明其数学或物理上的特点。

### 作业题

1. 分别列出与本专业有关的线性和非线性现象或规律各 2 例,并说明其数学或物理上的特点。
2. 如何确定动力系统是否为非线性系统?
3. 非线性系统和线性系统各有什么特点?

## § 1.2 确定性论、概率论与混沌

### 1.2.1 1978 年前数学体系

1978 年前的数学体系有确定性论和概率论。

Newton 和 Laplace 都曾断言,只要建立起系统的动力学方程,就可以根据系统的初始条件和边界来准确地确定系统任意时刻以后的运动。在 Newton 所创建的经典力学体系里,科学家相信,任意一个确定性的系统在确定性的激励下,其响应必然也是确定的。也就是说,确定性论遵守的是  $\epsilon$ - $\delta$  语言,即动力系统小量的初始误差  $\epsilon$  所产生的结果误差也是一小量  $\delta$ 。此外,确定性论还遵循因果——对应关系,一个初始条件或一组边界条件唯一地对应于一个(组)解。由于确定性论的典型代表牛顿力学的巨大成功,几百年来人们理所当然地认为世界是精确可知的。当时的事实的确如此。科学家利用牛顿三定律及其在流体的应用公式 N-S 方程,精确地计算出不同系统轨线和未来的状态,从有形的轨迹到无形的行为,从行星、彗星的发现,到航海、气象、水文、地震的预报无一不是确定性的成果。事实上确定性论也成为可知论的科学依据。

与确定性平行发展的是概率论,即客观世界所遵循的因果关系是一多对应,即任何客观系统都具有不确定性,导致系统行为的不确定性的原因是因为任何客观系统总是存在着来自内部和外界的随机因素。在概率论看来,世界是不可知的。所以概率论是不可知论的基础。由于随机因素的存在,系统遵守的是众数定律。即系统的统计特点、

统计行为是可知的,而具体的某一事件或某一行为是不可准确预测的。

很显然,确定性论和概率论二者是对立的,互不相通的。由确定性论和概率论分别派生出了动力建模和统计建模。然而,无论是动力建模还是统计建模,误差总是客观存在的。过去一般认为导致预测误差的主要原因有三方面:客观模式与主观模式的误差、计算与观察的误差以及由于资料或参数的离散而产生的误差。

如图 1.1 所示,设某物理场的空间结构分为 I、II、III、IV 四个区域。这四个区域的结构彼此存在着本质上的区别,如不同性质的吸引子或同一个吸引子的不同特性区域。假设系统的初始状态是  $A$ ,观测误差是  $\pm \epsilon$ ,规定的允许预报误差为  $\pm \delta$ 。由于客观存在的状态量的离散化,我们无法确定、区别彼此很相近的一些态,如  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$  究竟哪个态是真实的初始态。因此,我们还无法知道经演化时间  $t$  后,它们所演化出的彼此不同的状态  $A'$ 、 $B'$ 、 $C'$ 、 $D'$ 、 $E'$  中哪个是未来的真实状况。即我们的模式预报可能是  $B'$ 、 $C'$  也可能是  $D'$ 。如果我们预报的是  $B'$ ,由于  $\overline{A'B'} \leq \epsilon$ ,预报是精确的。如果我们预报的是  $D'$ ,由于  $\overline{A'D'} \leq \delta$ ,预报是准确的,即系统仍是可预报的。如果我们预报的是  $C'$  或  $E'$ ,由于  $C'$  或  $E'$  与  $A'$  的物理性质已有了本质上的差异,我们的预报是失败的。

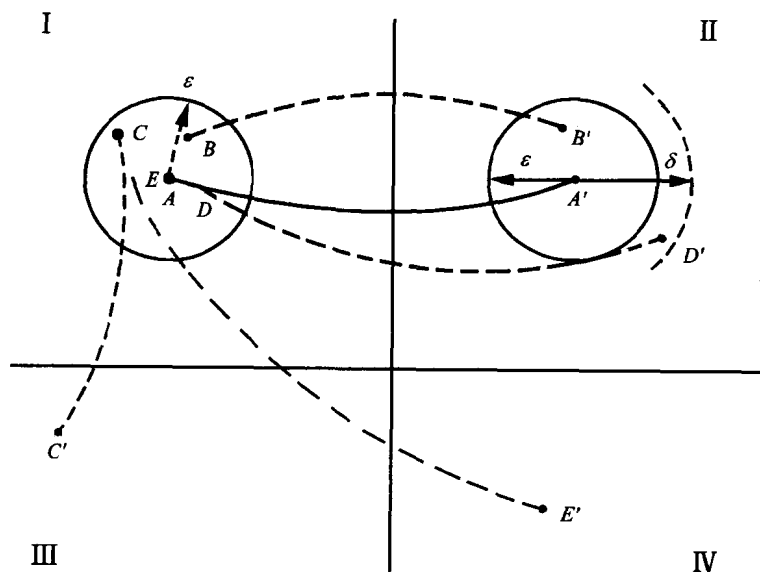


图 1.1 资料离散而产生的误差

随着对客观事物认识的提高,客观模式与主观模式的误差可以逐渐减少。随着计算与观察精度的提高,由计算与观察所产生的误差也是可以逐渐减少。如果,我们能消除由于资料或参数的离散而产生的误差,那么我们就可以通过建模而准确地描写任意客观系统。但是林振山认为因资料或参数的离散而产生的误差将是客观和永恒的,无论人



类如何提高认知能力和水平都将无法消除该误差。

随着计算机的发展,人们得以进行大规模的数值模拟和非线性微分动力系统的研究。大量的研究表明由于资料或参数的离散而产生的预报误差总是无法消除的。不仅如此,一些看似非常简单的**二维非自治确定性非线性动力系统**和**三维自治确定性非线性动力系统**存在着不确定解。是计算不稳定呢?还是由于系统的内在秉性所决定?

### 1.2.2 混沌

早在19世纪末法国天文学家Penkale就发现天体的三维不确定性。1960哈佛大学的Mandebrot发现纽约的经济模式中的高低分布与期货市场棉花价格变动图一样,那么图像究竟代表什么?1963年气象学家Lorenz试图用一简单的三维自治非线性动力方程来研究大气对流的稳定性,但研究的结果却让数学家百思不得其解:确定性非线性动力系统存在着不确定的线。此外,计算机模拟试验发现,输入的稍微变化将导致结果的巨大变化,一切变化好像都是出人意料的。随着Ruelle和Tankens(1971提出奇怪吸引子)、Li和Yorke(1975首先使用了混沌这个术语)、May(1976)、Feigenbaum(1978)和Mandelbrot(1980)等一大批杰出的数学家和物理学家的深入研究,人们发现了划时代的混沌现象。即三个变量以上的自治动力系统或两个以上变量的自治动力系统或一个以上变量的延时动力系统可以出现不确定行为。我们把确定性**非线性耗散动力系统**的不确定行为(即混沌)称为**类随机行为**或动力系统的**内在随机**或简称为**动力随机**。这种动力随机(混沌)与传统的随机现象的主要区别在于:混沌在高层次上是有序、有结构和自相似的。

混沌系统的最大特点就是**对初值的极其敏感**,巴西的一只蝴蝶拍拍翅膀,就可能导致美国德克萨斯州的一场龙卷风。而**马蹄铁效应**的故事则说明了一个坏的马蹄铁可以导致一个国家的灭亡。

混沌现象的发现说明了确定性动力系统的行为不仅仅是定常、周期和准周期的,而更普遍的则是无序的混沌。混沌架起了从确定性论到概率论的桥梁。混沌使我们认识客观世界由单一到多样由简单到复杂,由和谐到奇异,由静态美到动态美。

混沌是令人振奋的,它开启了简化复杂现象的可能性。混沌是迷人的,它体现了数学与技术的相互作用。然而混沌是令人忧虑的,它导致了对传统建模的新怀疑。

### 1.2.3 非线性科学在环境、生态和地学研究中的应用

自20世纪80年代以来,非线性科学在环境、生态和地学研究中的应用是相当广泛的。主要可分为基于模式的定性研究中的应用和基于计算的定量研究的应用。

基于模式定性研究的应用主要是关于环境、生态和地学有关系统和子系统间的相互作用和影响的研究。如种群灭绝与环境毁坏、气候变化与生态、区域性开发与生态、环