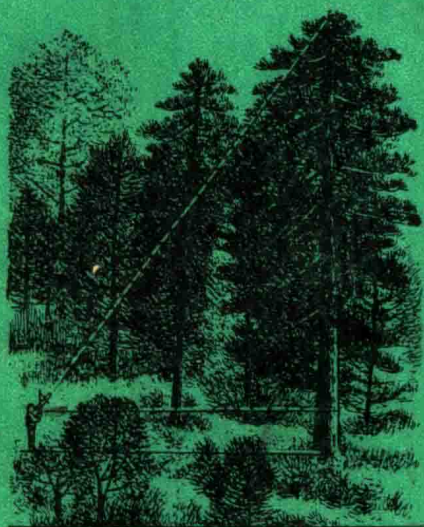


全国高等林业院校试用教材

测 树 学

北 京 林 业 大 学 主 编



林 业 专 业 用

中 国 林 业 出 版 社

全国高等林业院校试用教材

测 树 学

北京林业大学 主编

林 业 专 业 用

封面设计：星 池



全国高等林业院校试用教材

测 树 学

北京林业大学 主编

中国林业出版社出版（北京西城区刘海胡同7号）
新华书店北京发行所发行 昌黎县印刷厂印刷

787×1092毫米16开本 22印张 500千字
1987年12月第1版 1988年9月昌黎县第2次印刷

印数 7,501—14,000册 定价：4.35元

ISBN 7-5038-0235-9/S·0126

主编人 关玉秀 (主编) 林昌庚 (副主编)
编写人

章 次	初 稿	修订稿
绪 论	刘元本	
1、2	刘元本	余国宝
3	关玉秀、周沛村	吴富桢
4	关玉秀、周沛村	林昌庚
5	林昌庚	刘元本
6	刘元本	刘元本
7	关玉秀、孟宪宇	孟宪宇
8	白云庆	关玉秀
9	关玉秀、白云庆	林昌庚
10、11	马建维	缪印华
12	宋新民	董乃钧
13	林昌庚	彭世揆
14	林昌庚	吴富桢

责任编辑 杨延雨 许鸿祥

前 言

本书是为高等农林院校林学系林业专业测树学课程编写的教材。它是根据1978年9月在昆明和1982年8月在北京两次编写小组会议精神，在广泛征求各院、系对试用教材《林木测算学》的意见基础上编写修订而成的。与上书相比，本教材在内容上有较大的变动，增加了林分材种出材量和重量测定、森林抽样调查、森林连续清查等内容，压缩了收获表。这是由于上述技术和方法发展得比较迅速，并已较广泛地应用于林业生产与科学研究，因此，教材必须作相应的修正。对于过去教材中的“森林分子学说”，因森林调查技术体系的改变，只就其定义作简略的介绍。角规测树虽已成为一个独立的新的测树体系，但因教学时数和教材篇幅的限制，仍以单位面积的胸高断面面积总和的测定为主，适当地介绍一些最近的发展。

全书所讲授的时间，根据院校的具体情况分别安排，对内容可作适当的增删。如抽样调查和林业遥感两部分内容，作为两门课程单独讲授时，测树学可讲授60—80学时；全部内容作为一门课时，可讲授100—120学时。竹林调查只适用于南方的院校，林分重量的测定一章可根据需要与可能加以取舍。

为满足各院、校师生查阅文献的要求，编写时将较为重要的参考文献，特别是一些经典著作和论文进行了校订，对题目、著者和出处都有所改正，因限于篇幅，只择重要的列于各章之后。这部分工作是由南京林业大学林昌庚同志负责的，特志于此。

本书经过三次讨论，四易其稿，参加编写和讨论工作的教师达20余人。现在虽已出版，但存在的问题很多，如材种出材量的测定、收获预估、林分结构等，均有待完善和补充。希望各院、校的同行，结合各地区的特点，发挥专长，编写出更好的教材，以提高教学质量。

本书编写修订时，还邀请黄道年、周林生等同志参加了各章的修订工作。同时，也得到各院、校老师的帮助和鼓励，提出很多宝贵意见，谨此致谢。

编 者

一九八六年七月

目 录

绪 论	(1)
第一章 伐倒木材积测定	(6)
第一节 树干的形状	(6)
第二节 旋转体一般求积式	(10)
第三节 伐倒木树干材积近似求积式	(13)
第四节 区分求积法	(15)
第五节 伐倒木测定工具	(19)
第六节 直径和长度的量测误差对材积计算的影响	(21)
第七节 伐倒木造材及材种材积测定	(22)
第八节 枝条材积测定	(26)
第二章 立木材积测定	(29)
第一节 胸径的测定	(29)
第二节 树高的测定	(30)
第三节 多用测树仪	(34)
第四节 形数与形率	(36)
第五节 立木材积测定	(44)
第三章 树木生长量的测定	(53)
第一节 树木生长量的概念	(53)
第二节 树木年龄的测定	(53)
第三节 生长量的种类	(55)
第四节 总生长量及生长曲线	(57)
第五节 平均生长量和连年生长量	(59)
第六节 生长率	(63)
第七节 树木生长量的测定	(70)
第八节 树干解析	(72)
第四章 林分调查	(78)
第一节 林分概念及林分调查因子	(78)
第二节 林分结构	(89)
第三节 标准地调查	(95)
第五章 林分蓄积量的测定	(100)

第一节 概念.....	(100)
第二节 标准木法.....	(100)
第三节 材积表法.....	(104)
第四节 用蓄积三要素确定林分蓄积.....	(112)
第五节 目测法.....	(114)
第六章 角规测树.....	(116)
第一节 简易角规的构造及使用.....	(116)
第二节 角规测树的基本原理.....	(118)
第三节 角规测树技术.....	(121)
第四节 用角规测定株数与蓄积.....	(124)
第五节 其它角规测树法简介.....	(126)
第七章 林分材种出材量的测定.....	(134)
第一节 用伐倒木造材推算林分材种出材量.....	(134)
第二节 一元材种出材率表.....	(138)
第三节 二元材种出材率表(材种表).....	(143)
第四节 商品材积表.....	(145)
第五节 出材量表.....	(147)
第八章 林分重量的测定.....	(150)
第一节 重量测定概述.....	(150)
第二节 树木重量的测定.....	(153)
第三节 林分重量的测定.....	(160)
第九章 林分生长量的测定.....	(164)
第一节 林分生长量的概念.....	(164)
第二节 胸径生长量的测定.....	(166)
第三节 一次调查法确定林分蓄积生长量.....	(173)
第四节 固定标准地法.....	(180)
第五节 同龄纯林的收获表.....	(184)
第六节 收获表的应用.....	(192)
第十章 航空像片的立体观察.....	(194)
第一节 航空摄影.....	(194)
第二节 航空像片的几何特性.....	(199)
第三节 立体观察.....	(204)
第四节 航空像片的量测.....	(207)
第十一章 航空像片的森林判读.....	(214)
第一节 森林判读的概念.....	(214)
第二节 航空像片的判读因子.....	(215)

第三节	非林地和无林地的判读.....	(220)
第四节	有林地判读.....	(222)
第五节	陆地卫星图像的判读与应用.....	(240)
第十二章	森林抽样调查.....	(249)
第一节	有关抽样设计中的几个问题.....	(249)
第二节	简单随机抽样.....	(255)
第三节	系统抽样(机械抽样).....	(260)
第四节	分层抽样.....	(266)
第五节	两阶抽样.....	(276)
第六节	点抽样.....	(282)
第七节	回归估计.....	(287)
第八节	比估计.....	(292)
第九节	双重抽样.....	(298)
第十节	不等概抽样.....	(305)
第十三章	森林连续清查.....	(315)
第一节	概述.....	(315)
第二节	连续清查的估计方法和效率分析.....	(317)
第三节	样本单元的形状.....	(325)
第四节	样地数量的计算.....	(327)
第五节	样地的布设与调查.....	(331)
第六节	内业计算分析.....	(332)
第十四章	竹林调查.....	(335)
第一节	概述.....	(335)
第二节	毛竹计量方法.....	(335)
第三节	毛竹林分平均直径和平均高.....	(339)
第四节	毛竹年龄的识别.....	(340)
第五节	毛竹林分密度的评定.....	(340)
第六节	毛竹林分蓄积量的测定.....	(342)
第七节	毛竹林分的生产力等级及生长预估.....	(343)

绪 论

一、测树学的概念

测树学是论述树木、林分、大面积森林以及原木产品的数量测算、质量评定和生长动态分析的理论与技术方法的一门学科，是林业专业的专业基础课。

测树学不能简单地解释为树木的体积（材积）、林分蓄积量以及树木与林分生长量的测算。因为树木或林分的高度与粗度不同的原木材种及其出材量是不同的，也就是可能得到的原木产品质量不会相同；树木和林分在不同年龄与不同立地条件下的生长量或出材量虽同以体积增长的绝对值或相对值作为测定指标，但林分生长量不一定是正向增长的，由于树种本身或自然与人为的影响，其增长变化有时快、有时慢、还有时呈现减少的现象，需要用动态的观点看待林分生长；在生长动态分析中，不仅要根据树种、年龄、经营措施、自然因素、乃至人为公害的影响，还要以立地质量的评定、林分结构的评定作为根据，因为动态分析的结果，也必然评定了森林的质量。所以树木、林分、森林以及它们的原木产品，不仅要测定数量，还需要评定质量和作出生长的动态分析。

测树学的英文为 Forest Mensuration 或 Forest Measurement，俄文为 Лесная Таксация 或 Таксация Леса。这些英、俄外文的学科名称意思是《森林测定法》、《森林求积法》或《森林的评价》。日本的中山博一（1957，1960，1962）曾以《林木材积测定学》，大隅真一等（1971，1978）曾以《森林计测学》对本学科命名，我国除台湾省杨荣启（1980）采用《森林测计学》一词外，长期沿用《测树学》这个名称。

二、测树学的目的任务与内容

测树学的目的任务有两个方面。一是为森林的生长与木材生产提供生产性数量调查、质量评定和生长动态分析的理论与技术。二是给林学的各个分科提供分析研究用的测算理论知识与技术方法。然而林学各分科理论，既渊源于林业生产而又服务于林业生产。因此，测树学的具体目的任务在于：

为优良林木的树种选育，适地适树选定造林树种与培育各林种森林所进行的造林调查设计；

为森林的合理经营与永续利用，国需民用木材的采伐与森林更新，查清森林资源及

其结构与地理分布, 评定森林的立地质量、生长动态与经济效益而拟定经营规划与各种作业设计;

为发挥和利用森林的多种效益、保持生态平衡, 以及完成上述各项任务所需进行的科学实验等等。

在上述活动中, 测树学能够提供既有现实意义而又有预见性的科学数据。

可见, 测树学是促进林学与林业生产发展的有力工具。是一门林业技术基础科学。过去曾把测树学局限于为森林经理学服务, 而在教学计划中作为一门专业课, 显然已不符合现代要求。

本书内容分单株树木的材积、重量、生长量的测定, 材种划分与材种材积的测定, 林分调查及林分蓄积量、材种、生长量、重量的测定, 角规测树, 林分生长过程与收获预估, 航空像片的立体观察与森林判读, 森林抽样调查与连续清查等。

作为全国性测树学教材, 立木的区分求积、实验形数、林分及树木的重量测定、竹林调查、森林抽样调查与连续清查等是本书新增内容; 这些内容是在生产或科研上多已见诸实践的, 至于在我国已经取得研究成果, 尚未在生产或科研上推广应用的, 暂不纳入本书。

三、测树学发展历史概述

测树学的发展历史, 是与社会生产力和科学技术的发展紧密相关。并因此而决定了不同历史时期测树学在那些国家或地区居领先地位。由简单而粗放的测树技术发展成为一门学科, 与科学技术发展历史过程一样, 亦可按古代、近代与现代划分为三个历史时期。

古代森林茂密、人烟稀少。生产简单, 对木料与树木无需精密量测。我国古代文化居于世界前列, 据史料记载(陈嵘, 1951), 在距今2700多年的春秋战国时期, 就采用“把、握、围”作为树木粗度的粗放量度, 在制作车辆时的构件才用尺寸计量。

在明朝崇祯年间(十七世纪四十年代), 我国测树技术发展的突出代表, 是江西省遂川县(当时名龙泉县)有创造性地编制了杉木原条的龙泉码价(杨芳华等, 1980), 用滩尺($1\text{ 滩尺} = 0.3422\text{ m} = 1.0267\text{ 市尺}$ 的丝篾围尺)围量杉条眉高处($\approx 1.7\text{ m}$)的周围叫眉高围, 用粗篾滩尺量材长, 分别等级列出表示杉条价格的码价, 并按木材缺陷规定了让篾、让码标准〔表1〕。据多方考证, 认为它是世界上可考的最早原木材积表, 比欧美的原木材积表早200年以上。(陈嵘1950、1953, 黄中立1952, 杨芳华等1980), 龙泉码价在我国长江以南地区广为应用。虽然表列为码价, 但在木材使用与加工中, 均能按码价等级确定用途, 间接起到材积表的作用, 因而一直沿用三百多年。到1954年因国家规定用公制计量木材而废止使用。但在杉木产区自产自销时, 林农仍多采用。由于我国近代科学技术的落后, 使得测树技术没有发展成为系统的测树学学科。在欧洲, 由于近代科学技术与工业在十八世纪兴起, 森林更加遭到破坏, 木材供需矛盾加剧, 木

材交易频繁,测树技术发展而成为一门专门学科成为历史的必然。据介绍(大隅真一等1971与1978引普诺登),意大利、法国和瑞士很早就对树木和林分的材积进行估计,并作为一种技术逐渐发展起来。从十七世纪末到十八世纪初,数学家和自然科学家经常关心测树技术方面的问题。在德国,从十八世纪末到十九世纪初,就使用平均断面求积式与中央断面求积式作为伐倒木求积式,在此期间,还创立了形数理论,编制了最初的材积表和收获表。十九世纪对测树法的研究更加盛行。有关测树学著作如M.孔兹(Kunze, 1873), F.包尔(Baur, 第二版1875), 直到二十世纪初如R.V.古坦伯格(Guttenberg, 1912)、U.穆勒(Müller, 第二版1915)的书已整理成科学体系。据П.Н.阿努钦(Анучин, 1952)介绍,俄国于十九世纪前75年,主要采用德国的测树技术,如俄国1841年出版的第一本测树学——森林数学是从德文书翻译的,1873年出版了来自包尔的测树学为材料的俄国测树学,1878年又翻译了孔兹与包尔的两本测树学。直到1923年出版了M.M.奥尔洛夫(Орлов)的具有苏联和西欧测树学理论和实践成就的苏联测树学、日本于十九世纪明治维新之后,输入了德国的测树学,1882年在日本学校才正式开设这门课。

现代即二十世纪的测树学,北欧各国与美国所追求的发展方向,由一般数学的测算法转向抽样调查法,采用了数理统计学的方法。如H.H.查普曼(Chapman 1924), D.布鲁斯(Bruce)与E.X.舒马赫(Schumacher)(1935)等美国初期的测树学著作。现代测树学的进展,除了应用数理统计学的原理与方法外,还有三大重要标志:即二次大战期间兴起的航测技术、电算技术的引入,和奥地利林学家W.彼特利希(Bitterlich 1947)首创的角规测树法。有人把角规测树的创立,比作测树学的一次“革命”。在彼特利希启发下,日本的平田种男(1955)及挪威的L.斯特兰德(Strand 1957)先后提出了与彼特利希所用的水平角规不同的垂直角规测树法,出现了角规点抽样与角规线抽样法(大隅真一等1971),形成了测树学中概率与大小成比例的不等概率抽样调查技术。与古典测树学中的形高结合应用,形成了独立于古典测树学的角规测树体系。日本称其为无样地抽样调查法,以其无须测定样地边界而命名。

遥感技术的原理与方法应用于测树学上,使森调技术得到新的发展。抽样调查技术在测树学中的应用,不仅加速了森调工作,而且给监测森林资源消长的森林连续清查的发展打下了理论基础。在现代测树学发展中,干形的研究与测树仪的研制,亦都获得了进展。电子计算技术的引入,除加速了调查数据的处理外,还可以同时检验精度与控制不出计算错误。对于改进测树数表编制的作用亦很显著。综上所述,现代测树技术的进展是与现代科学技术的发展息息相关。

我国从本世纪二十年代才开始引进近代测树学知识,起初借鉴日本、德国发展极慢。1949年中华人民共和国成立之前,有关测树学教科书,仅出版了侯过编(二十年代)测树学与张静甫编(1936)森林经营中的第一篇。邵均(1947)编了树干解析法。

其它散见于当时林学杂志的寥寥无几。旧中国采用的木材测量尺码上极不统一,反映了半封建半殖民地特色。如上海等大城市用英制;东北地区用日本尺(才);江南一带用滩尺、鲁板尺;兄弟民族地区还有用“火柴尺”的,以火柴盒的长为1寸等等。

我国测树学的发展是从中华人民共和国成立后才开始的。大体可分为两个阶段。

本世纪五十年代到六十年代初为借鉴苏联阶段。翻译出版了П.Н.阿努钦(Анучин 1952)编著苏联林业高等院校适用的测树学教材(中译本1955年出版),以及П.Н.谢尔盖也夫(Сергеев 1953)所编苏联中专适用的测树学教科书(中译本1954年出版),1956年还翻译出版了Г.Г.沙玛伊洛维奇(Самойлович 1953)著的航空和航空摄影测量在林业中的应用一书,同时引进了森林分子学说。林业部综合队据此主持编制了全国各大林区各主要树种的树高级立木材积表、材种表、生长过程表及出材量表等测树调查数表,编印出版了森林调查员手册(1958)森林航测资料汇编、森林调查内业资料汇编与外业资料汇编(1956),先后创办了专业期刊林业调查规划与林业建设。北京林学院森林经理教研组编写出版了我国高等林业院校适用的第一本测树学(1961)教材和第一本航空及航空在林业中的应用(1961)教材。五十年代后期引进了角规测树法,中国林科院研制成功林分速测镜,并研究了杉木林分结构规律(1958)。五十年代初期,为统一我国木材的计量工作,黄中立借用苏联以图示法编制的原木材积表Гост 2708-44的数据,用数式法编制了我国统一的一般原木材积表(1952)。由于此表不适用于杉原木。随后中国林科院经营室又编制了杉原木材积表(1958)。林昌庚(1961, 1964)利用苏联和部分我国材料,用统计分析的方法,研究提出一组简便的实验形数。这些都属于我国测树学发展中的适用技术与理论研究成果。

自六十年代初起为第二阶段,我国测树学发展的主题是引入数理统计抽样调查技术及新技术的应用。为探索建立我国森调体系服务,因而较全面地吸取各国有益的测树学技术。1963年起,北京林学院与林业部综合调查队等以分层抽样为起点,开始探索森林抽样调查。1973年大兴安岭森林调查队,北京、南京与东北等林学院在全国先后开展了南北方大规模森林抽样调查和森林资源连续清查技术的引进、验证和研究的试点,并于1980年以前在全国完成第四个五年计划期间的森林资源清查与建立各省区森林资源连续清查体系。为适应我国森调工作迅速发展的需要,利用电算与遥感技术的优势,1975年林科院主持编制并由林业部颁布了全国各大林区主要树种立木材积表。随后还开展了立地指数图表,航空象片数量化材积表、人工与次生林林分密度管理图表及树木与林分重量测定的研究;为单株立木求积和单株抽样调查技术研究的需要,还广泛开展了各类型测树仪的研制。为提高我国森林经营强度,实现森林永续利用,这些研究还需作进一步努力,测树数表的标准化、系列化,特别是其中适用的出材量表和收获表,以及角规测树的体系化等还有待组织攻关。至于把森林作为生态系统,用系统分析的方法对森林进行定性与定量的评定研究,随着我国林业现代化和林业科学的全面发展,测树学将在其中承担应

有的任务。

表1 龙泉码价表(摘要)

等 级		周 围 (寸尺)	码 价 (两)	周围每加五 分的码价递 减数(分)	规定长度 (丈)	备 考
子 石 小 大 小 中 大 七 单 双	木	0.95以下				如木材 长度不足 或有瑕 疵,则酌 量“让 尺”或 “让码”
	木	0.95	0.02		3.2	
	分 码	1.00—1.35	0.03—0.065	0.5	3.2	
	分 码	1.40—1.50	0.07—0.09	1.0	3.2	
	钱 码	1.55—1.80	0.105—0.18	1.5	3.6	
	钱 码	1.85—2.20	0.205—0.38	2.5	4.0	
	钱 码	2.25—2.65	0.405—0.68	2.5	4.6	
	八九码	2.70—2.95	0.73—0.98	5.0	5.2	
	两 码	3.00—3.45	1.03—1.93	10.0	6.0	
飞 码	一级	4.05—4.50	4.43—8.03	40.0	6.0以上	
	二级	4.55—5.00	8.83—16.03	80.0	6.0以上	
	三级	5.05—5.50	17.63—32.03	160.0	6.0以上	
	四级	5.55—6.00	35.23—64.03	320.0	6.0以上	
	五级	6.05—6.50	70.43—128.03	640.0	6.0以上	
	六级	6.55—7.00	140.83—256.03	1280.0	6.0以上	

本表引自赵宗哲(1953),实用测树学。

第一章 伐倒木材积测定

木材的体积叫材积 (volume)。

树木都是由树干、树根和枝叶构成。从利用木材的观点出发，树干价值最高，且在整体树木体积中所占比例最大，约占 $\frac{2}{3}$ ，根和枝叶只各占 $\frac{1}{6}$ 左右，因此，测定树干材积是测树学的最主要任务。

生长着的树木称为立木。立木伐倒后称为伐倒木。同样是树干，但伐倒木和立木存在的条件不同，从而测定方法也有所不同。

第一节 树干的形状

任何规则的立体几何体，为了计算其体积，首先必须知道其形状。例如，从初等数学已知以下几种立体几何体的体积公式：

$$\text{圆柱体} \quad V = g_0 h \quad (1-1)$$

$$\text{抛物线体} \quad V = \frac{1}{2} g_0 h \quad (1-2)$$

$$\text{圆锥体} \quad V = \frac{1}{3} g_0 h \quad (1-3)$$

$$\text{凹曲线体} \quad V = \frac{1}{4} g_0 h \quad (1-4)$$

式中 g_0 是底断面积， h 是高。这四个公式也可写成如下通式：

$$V = f_0 g_0 h \quad (1-5)$$

从这些公式可看出，为计算这些几何体体积，除量测底断面积和高外，还必须知道系数 f_0 ，而 f_0 由物体本身的形状所决定。什么样的形状，就有相应固定不变的 f_0 值；圆柱体的 $f_0 = 1$ ，抛物线体 $f_0 = \frac{1}{2}$ ，圆锥体 $f_0 = \frac{1}{3}$ ，凹曲线体 $f_0 = \frac{1}{4}$ 。这个系数可称为形状系数。粗度、高度、形状系数被称为这类几何体体积的三要素。要想借助体积公式求得体积，必须知道这三个要素，缺一不可。同样，要想求得树干的体积（材积），也必须知道树干的形状。因此，研究并正确确定树干的形状，乃是测算树干材积的基础。

一、树干横断面的形状

树干横断面的形状严格说来是变化不定的,尤其靠近树干基部,很不规则。但就大部分树干来说,大多数近似于圆形或椭圆形。根据阿努钦 (Анучин, Н.П.) 的研究,针叶树干在树干下部 $\frac{1}{3}$ 处的两个相互垂直的直径平均相差 3.7%,而在树干中央则相差 3.1%,因此,可以认为树干一般更近于椭圆。

苏联奥歇特洛夫 (Осетров, С.Е. 1905) 研究过 27 株云杉、13 株松树和 10 株落叶松胸高处横断面的形状。结果表明,不论用圆或椭圆公式求得的面积都大于树干的实际横断面积,其中树皮较细薄的云杉偏大 1% 左右,树皮粗而厚的落叶松偏大 4—5%,松树居中,偏大 2% 左右 (见表 1—1) 从表 1—1 中还可看出,由于按圆形计算横断面积所采用的直径是取最大最小两个直径 (或相互垂直的两个直径) 的平均值,而且树干大径和小径一般相差不大,所以与按椭圆公式求得的结果相差甚微。

表1—1 根据圆及椭圆公式所求得之横断面积与树干实际横断面积之偏差

偏差的性质	按照公式所求得的面积偏差百分数			
	椭圆 ($\frac{\pi ab}{4}$)	圆 ($\frac{\pi}{4} (\frac{a+b}{2})^2$)	椭圆 ($\frac{\pi a_1 b_1}{4}$)	圆 ($\frac{\pi}{4} (\frac{a_1 + b_1}{2})^2$)
算术平均值	云 杉			
最大正数	+0.81	+0.94	+1.01	+1.07
最大负数	+2.51	+2.68	+3.21	+3.23
	-0.39	-0.28	-0.30	-0.26
算术平均值	松 树			
最大正数	+1.77	+1.93	+2.66	+2.71
最大负数	+5.35	+5.46	+6.12	+6.13
	-0.51	-0.49	0.0	0.0
算术平均值	落 叶 松			
最大正数	+3.45	+3.55	+5.23	+5.25
	+5.45	+5.48	+7.91	+7.91

从以上分析可知,不论用圆或椭圆公式求树干横断面积,都只能得到近似结果,实践中为了方便,通常都采用圆面积公式进行计算。

二、树干纵断面的形状

沿树干的中心轴纵向剖开,即得树干的纵断面,但实际上为了观察树干纵断面,无

须纵剖树干，只要沿树干测量许多横断面的直径，以直角坐标的X轴作为干轴，以Y轴表示横断面的半径，按适当比例作图，即可得出表示树干纵断面轮廓的对称曲线，通称此曲线为干曲线。这条曲线的线型比较复杂，而且变化不定，但自基部向梢端的变化，大体呈凹曲线、平行于X轴的直线、抛物线和相交于X轴的直线这四种曲线类型（如图1—1中的I、II、III、IV各段曲线）。

如果把树干当作干曲线以X轴为轴的旋转体。相应于四部分曲线的体型依次分别近似于截顶凹曲线体、圆柱体、截顶抛物线体和圆锥体（见图1—2）。孔兹(Kunze, M.

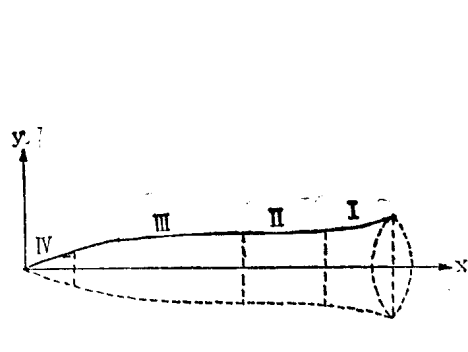


图1—1 树干纵断面与干曲线

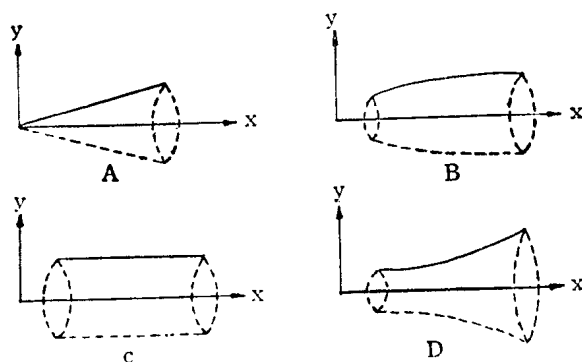


图1—2 树干不同部位的干曲线及其旋转体示意图

A. 相交于干轴的直线，圆锥体 B. 抛物线，抛物线体
C. 平行于干轴的直线，圆柱体 D. 内凹曲线，凹曲线体

1873) 提出能分别表达上述几种线型的干曲线式^[9]

$$y^2 = px^r \quad (1-6)$$

式中 y ——树干横断面半径；
 x ——树梢至该横断面处的长度；
 p ——参数；
 r ——形状指数。

形状指数一般变化于0—3之间。当1—6式取不同形状指数时，曲线方程和其旋转所构成的几何体亦不同，见表1—2。

表1—2 不同形状指数的曲线类型及其旋转体

形状指数	方程式	曲线类型	旋转体
0	$y^2 = p$	平行于x轴的直线	圆柱体
1	$y^2 = px$	抛物线	截顶抛物线体
2	$y^2 = px^2$	相交于x轴的直线	圆锥体
3	$y^2 = px^3$	凹曲线	截顶凹曲线体

形状指数可用(1—7)式计算:

$$r = 2 \frac{\log y_1 - \log y_2}{\log x_1 - \log x_2} \quad (1-7)$$

式中 y_1 、 y_2 与 x_1 、 x_2 分别为某段干曲线上两点的半径和到树梢的长度。

例如, $x_1 = 9 \text{ m}$, $y_1 = 5.5 \text{ cm}$, $x_2 = 5 \text{ m}$, $y_2 = 3.2 \text{ cm}$, 则

$$r = 2 (\log 5.5 - \log 3.2) / (\log 9 - \log 5) = 1.8$$

研究表明, 树干各部分的形状指数一般都不是整数, 所以树干各部分只是近似于某种几何体。通常干基部分近似凹曲线体 (r 接近 3) 向上依次分别近似圆柱体 (r 接近 0) 和抛物线体 (r 接近 1), 近梢端处近似圆锥体 (r 接近 2)。这四种体型在不同树干上的相对位置, 一般来说是基本稳定不变的, 但各自在树干上所占比例则变化很大, 且四种体型之间在树干上没有明显界限。

孔兹干曲线式只能分别近似地表达树干某一段的干形, 而不能完整地表达整株树干的形状, 因此不能据以直接求算整株树干的材积。为了探索能够表达整株树干的形状, 曾经提出过许多干曲线式, 主要的几种如下:

1. 门杰列也夫 (Менделеев, Д. И. 1899)

白拉诺夫斯基 (Белановский, И. И. 1917)

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3$$

2. 郝捷尔——琼森 (Höjer, A. G.—Jonson, T. 1903)

$$\frac{dx}{d_{1..3}} = a_0 \log \left(\frac{a_1 + x - 2.5}{a_1} \right)$$

3. 寺崎渡 (1910)

$$y = a_0 e^{a_1 x + \frac{a_2}{x}}$$

4. 贝雷 (Behre, C. E. 1923)

$$\frac{dx}{d_{1..3}} = \frac{x}{a_0 + a_1 x}$$

5. 大隅真一 (1959)

$$y = a_0 x + a_1 x^2 + a_2 x^3$$

以上各式中, x 是自梢端到测径处的长度 (门杰列也夫式 x 为根颈到测径处的长度), y 和 dx 分别是测径处的半径和直径, $d_{1..3}$ 和 $d_{4..3}$ 分别是根颈以上 1.3m 和 4.3ft 处的直径, 字母 e 是自然对数的底, a_0 、 a_1 、 a_2 、 a_3 是参数。

应当指出, 这些干曲线式虽各有特点, 但都只能表示出树干中上部的形状, 对基部适应性都较差。至今还没有找到一个可以全面确切地反映整株树干完整形状的干曲线式。