时代教育

中考命题大揭密 新题难题早攻破

韬智图书

新课标 XIN KE BIAO

快车道丛书

双解一试

八年级·数学

上册

(北师大版)

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

中考命题大揭密 新题难题早攻破

快车道丛书

稻智图书

双解一试

新课标
XIN KE BIAO

八年级·数学

上册

策划：邹才仁

主编：黄绍德

林立砚 莫春光 周邹佳 傅　宏
潘实杰 刘海滨 许小珂 李理桦 编写

(北师大版)

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

《双解一试》编委会

策　划　邹才仁

主　编　李玉祥　符　良

副主编　（按姓氏笔画顺序排列）

王敏洁　吴凤英　赵京晶　涂卫红

徐秀筠　黄　欣　黄劭锝　靳雅琴

图书在版编目（CIP）数据

快车道丛书．双解一试．八年级数学．上册：北师大版/林立砚等编写．—北京：机械工业出版社，2004.9

ISBN 7-111-02370-6

Ⅰ．快…　Ⅱ．林…　Ⅲ．数学课-初中-解题　Ⅳ．G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第081508号

机械工业出版社（北京市百万庄大街22号　邮政编码100037）

责任编辑：郑文斌　　　封面设计：鞠　杨

责任印制：石　冉

保定市印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行

2004年9月第1版·第1次印刷

890mm×1240mm A4·7.75印张·207千字

定价：11.00元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

本社购书热线电话：(010)68993821、88379646

封面无防伪标均为盗版

内容特色

要实施素质教育，就要优化课堂教学，优化教学辅导资料，以达到精投入、高产出、低耗高效的目的，使教师和学生赢得自由支配的同时，能够合理配置智力资源，有利于学生的个性发展和教师的优化教学，从而促进学生素质的全面提高。出于上述考虑，我们在原有的“初中快车道.双解一试”丛书的基础上，又加入了适应新课程标准的配套用书。

本套丛书是按照最新的新课标教材的章节顺序，以每节教材为编写单元，每节设立“双基表解”、“考题例解”和“课后练习”三个栏目，每章又编有“单元测试”，书末附有参考答案。同时每个“课后练习”和“单元测试”均可单独撕下作为试卷来使用，是集教学辅导、练习册和单元测试卷于一体的崭新教辅书。

“双基表解”栏目将该节教材的内容用简明的“表解”进行概括，提示重点、难点，揭示规律，点拨方法和技巧，使学生一目了然，花较少的精力便可掌握该节的基础知识和基本技能。“考题例解”栏目选解近年来全国的典型中考题目，指引解题思路，归纳解题方法，点拨解题技巧，总结解题规律，示范解题格式。“课后练习”和“单元测试”均包括“基础题”、“综合题”、“开放(创新、探究)题”三大类题组，均体现新课标的理念，强调联系现实生活、学生经验、实际应用、突出开放性、探究性、创新精神和实践能力的培养，符合素质教育的要求，紧跟初中教学改革以及中考命题的新动向。

由于本套丛书具有的独创性、科学性、适应性、实用性和高效性，从而赢得了“黄金教辅”的美誉。

但愿本套丛书能为莘莘学子们开辟一条成功的快速通道，实现自己美好的愿望。

初中快车道双解一试编写组

2004 年 7 月

目　　录

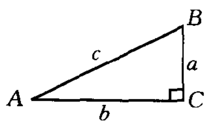
第一部分 教学辅导

第一章 勾股定理

1.1 探索勾股定理

双基表解

表 1-1 探索勾股定理

内 容	图形及表达式	应 用	注意事项
勾股定理：在直角三角形中，两条直角边的平方和等于斜边的平方	 在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，则有 $a^2+b^2=c^2$	在直角三角形中，任知其中两边可求第三边．如 $c=\sqrt{a^2+b^2}$ $a=\sqrt{c^2-b^2}$ $b=\sqrt{c^2-a^2}$	1. 应用勾股定理时，必须注意是直角三角形这个前提条件 2. 由于在三角形中，边长恒为正，故应用勾股定理计算时，只取算术平均根

典型题解

例 1 求图 1－1 中字母 A、B 所代表的正方形面积.

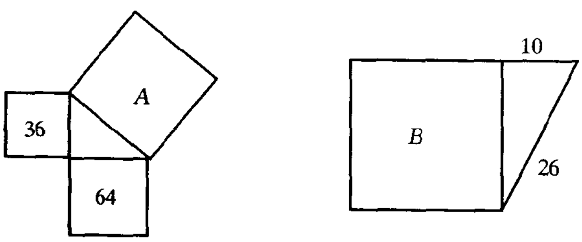


图 1－1

分析：这两问题都是利用勾股定理进行计算．因为根据勾股定理算出的第三边的平方，恰好是所代表的正方形面积.

解：设 A、B 所代表的面积分别为 S_A、S_B，则得

$S_A=36+64=100$，$S_B=26^2-10^2=576$.

例 2 如图 1－2 一根 25dm 的木棍，斜立在一竖直的墙上，这时木棍底端距墙底端 7dm，如果木棍的顶端沿墙下滑 4dm，那么木棍底端滑过多远？

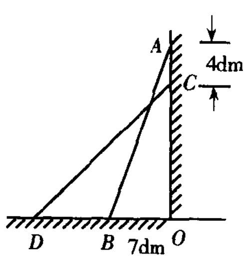


图 1－2

分析：根据题意，可判定 △AOB 与 △DOC 都是直角三角形．因而可先利用勾股定理求出 AO，从而算出 OC，再在 Rt△DOC 中，利用勾股定理求出 DO，从而算出 BD.

解：如图，在 Rt△ABO 中，根据勾股定理得：

$AO^2=AB^2-BO^2=25^2-7^2=576$.

∴ $AO=24$.

∵ $AC=4$，

∴ $OC=AO-AC=24-4=20$.

在 Rt△DOC 中，根据勾股定理，得

$OD^2=CD^2-OC^2=25^2-20^2=225$.

∴ $OD=15$.

∴ $BD=OD-OB=15-7=8$(dm).

答：木棍底端滑过 8dm.

例 3 如图 1－3．在 △ABC 中，AD 是高，$AB>AC$，求证：$AB^2+CD^2=AC^2+BD^2$.

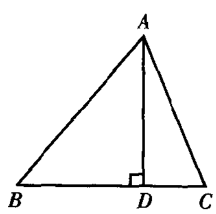


图 1－3

分析：图中有两个直角三角形，要求证的结论又都是某些线段的平方，故就要想到采用勾股定理得到求证式子中的平方项．再通过观察，把 AD^2 替换就可证得结论.

证明：∵ $AD\perp BC$，

∴ △ABD 和 △ACD 都是直角三角形.

∴ 在 Rt△ABD 中有

$AD^2=AB^2-BD^2$.

在 Rt△ACD 中有：$AD^2=AC^2-CD^2$.

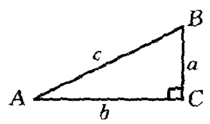
∴ $AB^2-BD^2=AC^2-CD^2$.

∴ $AB^2+CD^2=AC^2+BD^2$.

1.2 能得到直角三角形吗
1.3 蚂蚁怎样走最近

双基表解

表 1-2 能得到直角三角形吗 蚂蚁怎样走最近

内容	图形说明	解题技巧	注意事项
如果三角形的三边长分别为 a,b,c，满足 $a^2+b^2=c^2$，那么这个三角形是直角三角形	 在△ABC 中，若有 $a^2+b^2=c^2$，则△ABC 是直角三角形	判定一个三角形是否是直角三角形时，先找出这个三角形哪条边最大，然后算出其余两边的平方和是否等于最大边的平方	记住一些常用的勾股数，如 $3n,4n,5n$ 及 $5n,12n,13n$（其中 n 为正整数），以便于迅速判定这个三角形是否是直角三角形

典型题解

例 1 下列各组数分别是三角形的三条边长：(1)0.5，1.2，1.3；(2)8，15，17；(3)$\frac{3}{2}$，2，$\frac{5}{2}$；(4)$n^2-1,2n,n^2+1(n>1)$；(5)1，2，3. 问其中是直角三角形的是哪几组数.

分析：判别一个三角形是不是直角三角形时，应注意得出较小的两边的平方和等于较大边的平方时，才可判断这个三角形是直角三角形.

解：(1)是. 因为 $0.5^2+1.2^2=1.69$，$1.3^2=1.69$，所以 $0.5^2+1.2^2=1.3^2$.

(2)是. 因为 $8^2+15^2=289$，$17^2=289$，所以 $8^2+15^2=17^2$.

(3)是. 因为 $\left(\frac{3}{2}\right)^2+2^2=\frac{25}{4}$，$\left(\frac{5}{2}\right)^2=\frac{25}{4}$，所以 $\left(\frac{3}{2}\right)^2+2^2=\left(\frac{5}{2}\right)^2$.

(4)是. 因为 $(n^2-1)^2+(2n)^2=n^4-2n^2+1+4n^2=n^4+2n^2+1$，$(n^2+1)^2=n^4+2n^2+1$，所以 $(n^2-1)^2+(2n)^2=(n^2+1)^2$.

(5)不是. 因为 $1^2+2^2=5$，$3^2=9$，所以 $1^2+2^2\neq3^2$.

例 2 如图 1－4，在△ABC 中，$AC=5$，$AB=12$，$BC=13$，求 BC 边上的高.

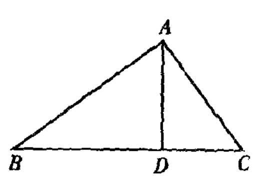


图 1－4

分析：由已知三边长，先考虑这三边构成的三角形是否是直角三角形. 如果是直角三角形时，就可应用"面积"法解决问题.

解：∵ $AB^2+AC^2=12^2+5^2=169$，$BC^2=13^2=169$，

∴ $AB^2+AC^2=BC^2$.

∴ △ABC 是直角三角形.

根据三角形的面积公式得

$\frac{1}{2}\times AB\times AC=\frac{1}{2}\times BC\times AD$.

∴ $\frac{1}{2}\times12\times5=\frac{1}{2}\times13\times AD$.

∴ $AD=\frac{60}{13}$.

例 3 如图 1－5，有一个圆柱形茶杯的高为 9cm，底面周长为 24cm. 茶杯下底边的 A 点有一只蚂蚁，它想吃到上底面与 A 点相对的 B 点处的食物，它需要爬行的最短路程是多少？

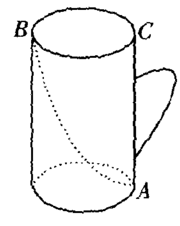


图 1－5

分析：解决本题的关键首先要弄明白圆柱体的侧面展开是一个长方形，其次要弄清蚂蚁走最短的路线应该是侧面展开图中连结 A、B 两点的直线距离，即线段 AB.

解：将圆柱形茶杯侧面剪开并展成一个长方形，如图 1－6，则 BC 就是圆柱底面周长的一半. 即 $BC=\frac{1}{2}\times24\text{cm}=12\text{cm}$.

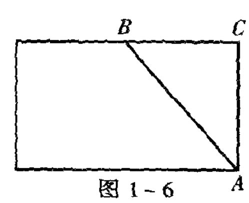


图 1－6

在 Rt△ABC 中有 $AC^2+BC^2=AB^2$.

而 $AC=9\text{cm}$，$BC=12\text{cm}$，

∴ $9^2+12^2=AB^2$.

∴ $AB=15(\text{cm})$.

答：蚂蚁需要爬行的最短路程是 15cm.

第二章　实　数

2.1　数怎么又不够用了

双基表解

表 2-1　数怎么又不够用了

项目	定义	注意事项
有理数	整数和分数统称为有理数	有理数可用有限小数或无限小数表示，所以任何有限小数或无限循环小数都是有理数，分数（分子分母都是整数）一定可以化为有限小数或无限循环小数 要注意有些无限小数有规律，但不循环，这样的小数是无理数（如 0.1010010001…）
无理数	无限不循环小数叫做无理数	

典型题解

例 1　下列各数中哪些是有理数，哪些是无理数？

$-\frac{3}{4}$，$\frac{103}{119}$，$0.3\dot{4}\dot{6}$，$\frac{3\pi}{2}$，3.1415926，0.323323332，4.1515515551…

分析：任何一个有理数都可以写成有限小数或无限循环小数，反之亦然. 而无理数是无限不循环小数，因此，判断一个数是有理数还是无理数，可以看该数是有限小数还是无限小数，是循环小数还是不循环小数. 此外，分数（分子分母都是整数）一定可以转化为有限小数或无限循环小数，分数都是有理数，要注意，$\frac{3\pi}{2}$不是分数，它不是有理数而是无理数 .

解：有理数有：$-\frac{3}{4}$，$\frac{103}{119}$，$0.3\dot{4}\dot{6}$，3.1415926，0.323323332.

无理数有：$\frac{3\pi}{2}$，4.1515515551…

例 2　在等式 $a^2=3$ 中，a 是有理数吗？

分析：有理数的加、减、乘、除、乘方的结果依然是有理数. 在上式中，不存在这样的整数，它的平方等于 3，也不存在这样的分数，它的平方等于 3，所以，a 既不是整数也不是分数，所以 a 不是有理数 .

答：a 不是有理数 .

例 3　已知一个正方形的边长为 a，面积是 7.

(1)估计边长 a 的整数部分是多少？

(2)a 的十分位数字是多少？

(3)a 的百分位数字是多少？

分析：(1)边长为 a 的正方形面积为 a^2，由题设有 $a^2=7$，由于 $2^2=4$，$3^2=9$，可见 $4<a^2<9$，所以，a 的整数部分是 2，寻找 a 的整数部分的方法是找出平方结果最接近的两个连续整数，则较小的整数即为 a 的整数部分 .

(2)由(1)知道 a 的整数部分是 2，要确定 a 的十分位数字，可采用中间值估算法 . 2 和 3 的中间值为 2.5，而 $2.5^2=6.25<7$，可见 $a>2.5$，再取 2.5 与 3 的中间值（取一位小数），$2.7^2=7.29>7$，可见 $a<2.7$，再取 2.5 与 2.7 的中间值 2.6，$2.6^2=6.76<7$，可见，$2.6<a<2.7$，所以 a 的十分位数字为 6.

(3)由(2)已经知道 a 的估计值为 2.6，因为 $2.6<a<2.7$，所以取 2.6 与 2.7 的中间值 2.65，$2.65^2=7.0225$，用同样的方法最后可确定 a 的百分位数字是 4.

例 4　图 1－7 是由 18 个边长为 1 的小正方形拼成的，任意连接这些小正方形的若干个顶点，可得到一些线段 . 试分别找出长度是有理数和无理数的线段各两条，并在图上画出它们 .

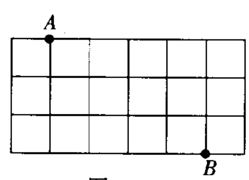


图 1－7

分析：由图知道，任意连接在同一线段上的两个顶点，得到的线段长度均为整数，又由勾股定理知，连接不在同一直线上的两个点，所得的线段的长度由这两点的水平距离和垂直距离来确定（如以 $AB=\sqrt{3^2+4^2}=5$），这时，如果这两个距离的平方和为某整数的平方，则这条线段的长度为有理数，否则，线段的长度为无理数 .

2.2 平方根

双基表解

表 2-2 平方根

项目	定义	符号	性质	应用提示
算术平方根	如果一个正数 x 的平方等于 a，即 $x^2=a$，则 x 叫做 a 的算术平方根，特别地，0 的算术平方根是 0	"$\sqrt{\ }$"是算术平方根的符号，"$\sqrt{a}$"读作"根号 a"，它是一个非负数	正数 a 的算术平方根是正数 0 的算术平方根是 0 负数没有算术平方根，即 $\sqrt{a}$ 中，$a\geqslant 0$，$\sqrt{a}\geqslant 0$	1. 由于负数没有算术平方根和平方根，所以被开方数 a 必须是非负的，即 $a\geqslant 0$，由此可知 $\sqrt{a}\geqslant 0$ 2. 只有非负数才有算术平方根，求一个非负数 a 的算术平方根，是要找到这样的一个数 x，它的平方等于 a，即如果 $x^2=a$，$(x\geqslant 0)$，则 a 的算术平方根是 x（即 $\sqrt{a}$）．求正数 a 的平方根方法类似，但要注意正数 a 的平方根有两个
平方根	如果一个数 x 的平方等于 a，即 $x^2=a$，则 x 叫做 a 的平方根	正数 a 的两个平方根合起来写成"$\pm\sqrt{a}$"，读作"正、负根号 a"，$\sqrt{a}$ 是它的算术平方根，$-\sqrt{a}$ 是 a 的负平方根，它们互为相反数	正数 a 有两个平方根，它们互为相反数 0 只有一个平方根，是 0. 负数没有平方根 当 $a\geqslant 0$ 时，$(\sqrt{a})^2=a$ 当 $a\geqslant 0$ 时，$\sqrt{a^2}=a$ 当 $a\leqslant 0$ 时，$\sqrt{a^2}=-a$	
开平方：求一个数 a 的平方根的运算，叫做开平方，其中 a 叫做被开方数．				

典型题解

例 1 求下列各数的算术平方根．

(1)1.44；(2)0.16；(3)$(-9)^2$；

(4)$-(-169)$；(5)$8+\left(-\frac{1}{6}\right)^2$．

分析：求一个正数 a 的算术平方根，就是依据算术平方根的定义，找出一个正数 x，使得 $x^2=a$，则这个数就是 a 的算术平方根．

解：(1)∵ $1.2^2=1.44$，

∴ 1.44 的算术平方根是 1.2，

即 $\sqrt{1.44}=1.2$.

(2)∵ $0.4^2=0.16$，

∴ 0.16 的算术平方根是 0.4，

即 $\sqrt{0.16}=0.4$.

(3)∵ $(-9)^2=81$，$9^2=81$.

∴ $(-9)^2$ 的算术平方根是 9，

即 $\sqrt{(-9)^2}=9$.

(4)∵ $-(-169)=169$，$13^2=169$，

∴ $-(-169)$的算术平方根是 13，

即 $\sqrt{-(-169)}=13$.

(5)∵ $8+\left(-\frac{1}{6}\right)^2=8+\frac{1}{36}=\frac{289}{36}$，

又 $\left(\frac{17}{6}\right)^2=\frac{289}{36}$，

∴ $8+\left(-\frac{1}{6}\right)^2$ 的算术平方根是 $\frac{17}{6}$.

即 $\sqrt{8+\left(-\frac{1}{6}\right)^2}=\frac{17}{6}$.

例 2 求下列各数的平方根.

(1)361；(2)$-(-9)$；

(3)$1\frac{9}{16}$；(4)$(-8)^2$.

分析：平方与开平方是互为逆运算，求一个正数的平方根，可以通过平方运算来求，要注意的是，$1\frac{9}{16}=\frac{25}{16}$，$-(-9)=9$，$(-8)^2=64$，即需要把带分数化为假分数，把不是简单形式的数进行化简，同时，要注意求平方根与求算术平方根的区别：一个正数的平方根有两个，它们互为相反数，而一个正数的算术平方根只有一个．

解：(1)∵ $(\pm 19)^2=361$，

∴ 361 的平方根是 ± 19.

即 $\pm\sqrt{361}=\pm 19$.

(2)∵ $-(-9)=9$，$(\pm 3)^2=9$，

∴ $-(-9)$的平方根是 ± 3.

即 $\pm\sqrt{-(-9)}=\pm 3$.

(3)∵ $1\frac{9}{16}=\frac{25}{16}$，$\left(\pm\frac{5}{4}\right)^2=\frac{25}{16}$，

∴ $1\frac{9}{16}$的平方根是$\pm\frac{5}{4}$.

即 $\pm\sqrt{1\frac{9}{16}}=\pm\frac{5}{4}$.

(4)∵ $(-8)^2=64$, $(\pm8)^2=64$,

∴ $(-8)^2$ 的平方根是±8.

即 $\pm\sqrt{(-8)^2}=\pm8$.

例 3 求$\sqrt{81}$的平方根.

分析:本题要审清求的是 81 的平方根,还是求 81 的算术平方根的平方根,这是初学者容易出错的.

解:∵ $\sqrt{81}=9$,

又∵ $(\pm3)^2=9$,

∴ $\sqrt{81}$的平方根是±3.

例 4 当 x 为何值时,下列各式有意义?

(1) $\sqrt{-2x}$; (2) $\sqrt{4-x}$.

分析:由算术平方根的定义,只有正数或 0 才有算术平方根,所以对于$\sqrt{a}$,要求被开方数是非负数,即 $a\geqslant0$.

解:(1)要使 $\sqrt{-2x}$有意义,必须$-2x\geqslant0$,即 $x\leqslant0$,

∴ 当 $x\leqslant0$ 时,$\sqrt{-2x}$有意义.

(2)要使 $\sqrt{4-x}$有意义,必须 $4-x\geqslant0$,即 $x\leqslant4$,

∴ 当 $x\leqslant4$ 时,$\sqrt{4-x}$有意义.

例 5 写出下列各式成立的条件.

(1) $\sqrt{x^2}=-x$; (2) $\sqrt{(x-2)^2}=2-x$.

分析:根据算术平方根的定义,一个正数的平方根也是一个正数,0 的算术平方根是 0,所以$\sqrt{a}$中,$a\geqslant0$,同时,$\sqrt{a}\geqslant0$,即$\sqrt{a}$也是非负数(要注意与上题的区别).

解:(1)∵ $\sqrt{x^2}\geqslant0$,

∴ $-x\geqslant0$.

∴ $x\leqslant0$,

即 $\sqrt{x^2}=-x$ 成立的条件是 $x\leqslant0$.

(2)∵ $\sqrt{(x-2)^2}\geqslant0$,

∴ $2-x\geqslant0$,

∴ $x\leqslant2$.

即 $\sqrt{(x-2)^2}=2-x$ 成立的条件是 $x\leqslant2$.

例 6 **计算**:(1) $\sqrt{81}+\sqrt{36}$;

(2) $\sqrt{36}\cdot\sqrt{\frac{1}{4}}-\sqrt{(-2)^2}$.

分析:本题主要在于理解各题所表示的含义,是求平方根还是求算术平方根.同时,要注意灵活运用好公式$\sqrt{a^2}=a(a\geqslant0)$.

解:(1) $\sqrt{81}+\sqrt{36}$

$=\sqrt{9^2}+\sqrt{6^2}$

$=9+6$

$=15$.

(2) $\sqrt{36}\cdot\sqrt{\frac{1}{4}}-\sqrt{(-2)^2}$

$=\sqrt{6^2}\cdot\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2}-\sqrt{2^2}$

$=6\times\frac{1}{2}-2$

$=3-2$

$=1$.

例 7 已知 $x=1-\sqrt{3}$,求 $x^5-2x^4-2x^3+x^2-2x-1$ 的值.

分析:形如本题的问题,若直接将字母 x 的值代入代数式中,后续计算将是很繁杂的.将已知条件 $x=1-\sqrt{3}$变形为 $x-1=\sqrt{3}$后,两边平方得 $x^2-2x-2=0$. 然后再想法从原代数式中"分离"出 x^2-2x-2 这样的因式来,这是求次数较高、形式较繁的代数式的值的常用方法.

解:∵ $x=1-\sqrt{3}$,

∴ $x-1=\sqrt{3}$.

∴ $x^2-2x+1=3$.

∴ $x^2-2x-2=0$.

于是:$x^5-2x^4-2x^3+x^2-2x-1$

$=x^3(x^2-2x-2)+(x^2-2x-2)+1$

$=x^3\cdot0+0+1$

$=1$.

例 8 求下列各式中的 x.

(1)$x^2=16$; (2)$4x^2-9=0$;

(3)$(x+1)^2=25$; (4)$4(3x-2)^2=81$.

分析:根据平方根的定义:若 $x^2=a$,则 $x=\pm a(a\geqslant0)$,要注意(3)题应把 $x+1$ 作为一个整体看待,先求出$(x+1)$的值,再求 x 的值.同样地,(4)题也应把$(3x-2)$看作一个整体,先求出$(3x-2)$的值,再求 x 的值.

解:(1)∵ $x^2=16$,

∴ $x=\pm\sqrt{16}$.

即 $x=\pm4$.

(2)∵ $4x^2-9=0$,

∴ $x^2=\frac{9}{4}$.

∴ $x=\pm\sqrt{\frac{9}{4}}$.

即 $x=\pm\frac{3}{2}$.

(3)∵ $(x+1)^2=25$,

∴ $x+1=\pm\sqrt{25}$.

即 $x+1=\pm5$.

当 $x+1=5$ 时,$x=4$.

当 $x+1=-5$ 时,$x=-6$.

(4)∵ $4(3x-2)^2=81$,

∴ $(3x-2)^2=\frac{81}{4}$.

∴ $3x-2=\pm\sqrt{\frac{81}{4}}$.

即 $3x-2=\pm\frac{9}{2}$.

当 $3x-2=\frac{9}{2}$时,$x=\frac{13}{6}$.

当 $3x-2=-\frac{9}{2}$时,$x=-\frac{5}{6}$.

2.3 立方根

双基表解

表 2-3 立方根

定义	符号及表示法	性质	注意事项
如果一个数 x 的立方等于 a，即 $x^3=a$，则这个数 x 就叫做 a 的立方根（也叫做三次方根）	若 $x^3=a$，则 $x=\sqrt[3]{a}$ “$\sqrt[3]{\ }$”是立方根的符号，其中 a 叫做被开方数，3 叫做根指数，“$\sqrt[3]{a}$”读作“三次根号 a”	正数的立方根是正数，0 的立方根是 0，负数的立方根是负数 $(\sqrt[3]{a})^3=a$，$\sqrt[3]{a^3}=a$	(1)负数没有平方根，但负数有立方根 (2)正数的平方根有两个，但正数的立方根只有一个 (3)每个数 a 都有且只有一个立方根 (4)注意 $\sqrt[3]{\ }$ 中的根指数 3 不能省略
开立方：求一个数 a 的立方根的运算叫做开立方，其中 a 叫做被开方数．开立方是立方的逆运算			

典型题解

例 1 求下列各数的立方根．

(1)343； (2)$-2\dfrac{10}{27}$； (3)±125.

分析：运用立方运算求一个数的立方根是常用的方法，求带分数的立方根，要先将带分数化为假分数．由负数的立方根的性质，可以把负数 $-a(a>0)$ 的立方根 $\sqrt[3]{-a}$ 转化为正数的立方根，然后再取它的相反数，即 $\sqrt[3]{-a}=-\sqrt[3]{a}$，此外，应熟记一些数（如 0～9）的立方．

解：(1)∵ $7^3=343$，

∴ 343 的立方根是 7.

即 $\sqrt[3]{343}=7$.

(2)∵ $-2\dfrac{10}{27}=-\dfrac{64}{27}$，

$\left(-\dfrac{4}{3}\right)^3=-\dfrac{64}{27}$，

∴ $-2\dfrac{10}{27}$ 的立方根是 $-\dfrac{4}{3}$.

即 $\sqrt[3]{-2\dfrac{10}{27}}=\sqrt[3]{-\dfrac{64}{27}}=-\dfrac{4}{3}$.

(3)∵ $5^3=125$，

∴ ±125 的立方根是 ±5.

即 $\sqrt[3]{\pm125}=\pm5$.

例 2 求下列各式的值．

(1) $\sqrt[3]{0.027}$；(2)$\sqrt[3]{-1\dfrac{91}{125}}$；(3)$-\sqrt[3]{\dfrac{37}{64}-1}$.

分析：第(1)题表示的是 0.027 的立方根，第(2)题可根据立方根的性质把负号由根号里移到根号外，并把带分数化为假分数，第(3)题要注意运算顺序，要先把根号内的数进行化简．

解：(1) $\sqrt[3]{0.027}=0.3$.

(2)$\sqrt[3]{-1\dfrac{91}{125}}=-\sqrt[3]{1\dfrac{91}{125}}=-\sqrt[3]{\dfrac{216}{125}}=-\dfrac{6}{5}$.

(3)$-\sqrt[3]{\dfrac{37}{64}-1}=-\sqrt[3]{-\dfrac{27}{64}}=\dfrac{3}{4}$.

例 3 计算：

(1)$(\sqrt[3]{5^3-2^3})^3$；

(2) $\sqrt[3]{24\times45\times200}$；

(3) $\sqrt[3]{27}-\sqrt[3]{(-2)^3}\div\sqrt{2\dfrac{1}{4}}+\sqrt[3]{10^{-6}}+(\sqrt[3]{2})^3$.

分析：本题考查对公式 $\sqrt[3]{a^3}=a$，$(\sqrt[3]{a})^3=a$ 的运用，这两个公式应用很广泛，要注意．

(1)注意 $\sqrt[3]{5^3-2^3}\neq5-2$，应先计算 5^3-2^3，然后用公式 $(\sqrt[3]{a})^3$ 计算．(2)注意不要将 $24\times45\times200$ 的值求出来而应进行质因数分解，找出三次幂因式，再运用公式 $\sqrt[3]{a^3}=a$ 进行计算．(3)对于 $\sqrt[3]{10^{-6}}$ 可以先将 10^{-6} 化成 $(10^{-2})^3$ 再计算．

解：(1) $(\sqrt[3]{5^3-2^3})^3=(\sqrt[3]{125-8})^3$

$=(\sqrt[3]{117})^3=117$.

(2) $\sqrt[3]{24\times45\times200}$

$=\sqrt[3]{2^3\times3\times5\times3^2\times2\times10^2}$

$=\sqrt[3]{2^3\times3^3\times10^3}$

$=2\times3\times10$

$=60$.

(3) $\sqrt[3]{27}-\sqrt[3]{(-2)^3}\div\sqrt{2\dfrac{1}{4}}+\sqrt[3]{10^{-6}}+(\sqrt[3]{2})^3$

$=3-(-2)\div\sqrt{\frac{9}{4}}+\sqrt[3]{(10^{-2})^3}+2$

$=3-(-2)\div\frac{3}{2}+10^{-2}+2$

$=3+\frac{4}{3}+\frac{1}{100}+2$

$=6\frac{103}{300}$.

例 4　求下列各式中的 x.

(1)$8x^3+125=0$;

(2)$8(x-1)^3=-\frac{125}{64}$.

分析:求 x 的关键是将这些方程化成 $x^3=a$ 的形式,然后再分开立方解出 x,要注意,(2)题要把$(x-1)$作一个整体看待.

解:(1)$\because$　$8x^3+125=0$,

$\therefore$　$8x^3=-125$.

$\therefore$　$x^3=-\frac{125}{8}$.

$\therefore$　$x=-\sqrt[3]{\frac{125}{8}}=-\frac{5}{2}$.

(2)$\because$　$8(x-1)^3=-\frac{125}{64}$,

$\therefore$　$(x-1)^3=-\frac{125}{512}$.

$\therefore$　$x-1=-\frac{5}{8}$.

$\therefore$　$x=\frac{3}{8}$.

2.4　公园有多宽
2.5　用计算器开方　(略)

2.6　实　数

双基表解

表 2-4　实数

项　目	内　　　容
定　义	有理数和无理数统称为实数
绝对值	实数 a 的绝对值记为 $\lvert a\rvert$.　$\lvert a\rvert=\begin{cases}a & (a>0)\\0 & (a=0)\\-a & (a<0)\end{cases}$
相反数	实数 a 的相反数是 $-a$,互为相反数的两个数绝对值相等符号相反,零的相反数是零
倒　数	非零实数 a 的倒数是 $\frac{1}{a}(a\neq0)$,零没有倒数
实数与数轴上的点的关系	每一个实数都可以用数轴上的一个点来表示;反过来,数轴上的每一个点都表示一个实数,即实数和数轴上的点是一一对应的
比较两个实数的大小	正数大于零、零大于负数,两个正实数中,绝对值大的实数大于绝对值小的实数,两个负数中,绝对值大的实数小于绝对值小的实数．在数轴中,右边的点表示的数比左边的点表示的数大
运算律及运算法则	与有理数的运算规律相同,与有理数的运算法则相同 注意:$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}(a\geq0,b\geq0)$,$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}(a\geq0,b>0)$
化　简	所谓化简,就是使被开方数不含分母、不含小数和开得尽方的因数或因式

实数表

- 实数
  - 有理数
    - 整数
      - 正整数
      - 零
      - 负整数
    - 分数
      - 正分数
      - 负分数
      - （正分数、负分数）有限小数或无限循环小数
  - 无理数
    - 正无理数
    - 负无理数
    - （正无理数、负无理数）无限不循环小数

典型题解

例1 下列各数：3.14，$\sqrt{2}$，$\sqrt[3]{-8}$，0，121121112…，1.5，$\frac{\pi}{3}$中，无理数是______，有理数是______．

分析：有限小数和无限循环小数是有理数，无限不循环小数是无理数，判断一个数是有理数还是无理数，不能只看形式，更要看化简后的结果，不是带有根号的数就一定是无理数，如$\sqrt[3]{-8}=-2$就不是无理数．

解：有理数有：3.14，$\sqrt[3]{-8}$，1.5

无理数有：$\sqrt{2}$，0.121121112…，$\frac{\pi}{3}$.

例2 把下列各数填在相应的大括号内：

$0,\sqrt{8},-\sqrt[3]{\frac{8}{27}},\sqrt{16},-\sqrt{27},-2,0.1^{-2},\sqrt{3},|1-\sqrt{3}|,$

$-7^{-2},\frac{22}{7},2.313131\cdots,\frac{\pi}{5},0.101001001\cdots,(3-\pi)^0.$

自然数集合{ …}； 有理数集合{ …}；

正数集合{ …}； 整数集合{ …}；

非负数集合{ …}； 分数集合{ …}.

分析：对实数进行分类时，应先对某些数进行计算或化简，然后根据它的结果进行分类，不能仅看到带根号的数，就认为是无理数，如$\sqrt{16}=4$，所以它是自然数，也是整数，是有理数．因为2.313131…是无限循环小数，所以它是有理数，由于π为无理数，所以$\frac{\pi}{5}$是无理数，但因任何非零数的零次幂结果都是1，所以$(3-\pi)^0$不是无理数，它是自然数、整数，也是有理数．

解：自然数集合{$\sqrt{16},0.1^{-2},(3-\pi)^0,\cdots$}；

有理数集合{$0,-\sqrt[3]{\frac{8}{27}},\sqrt{16},-2,0.1^{-2},-7^{-2},\frac{22}{7}$，2.313131…，$(3-\pi)^0$，…}；

正数集合{$\sqrt{8},\sqrt{16},0.1^{-2},\sqrt{3},|1-\sqrt{3}|,\frac{22}{7}$，2.313131…，$\frac{\pi}{5}$，0.101001001…，$(3-\pi)^0$，…}；

整数集合{$0,\sqrt{16},-2,0.1^{-2},(3-\pi)^0,\cdots$}；

非负数集合{$0,\sqrt{16},0.1^{-2},(3-\pi)^0,\cdots$}；

分数集合{$-\sqrt[3]{\frac{8}{27}},-7^{-2},\frac{22}{7}$，2.313131…，…}.

例3 比较下列各组数的大小.

(1)$-\sqrt{2}$，与$-\sqrt{5}$；　(2)$3\sqrt{5}$与$2\sqrt{11}$；

(3)$-\pi$与$-\frac{22}{7}$；　(4)$\sqrt{2}+\sqrt{7}$与$\sqrt{3}+\sqrt{6}$.

分析：比较两个实数的大小的方法与比较两个有理数的大小的方法相似：①两个负数绝对值大的反而小，②如遇有理数，一般可用近似数代替再进行比较，③两个算术平方根(或正的立方根)，被开方数大的则大，④具有某些特点的数可先平方后比较，如(2)(4)小题，也可把根号外的数移到根号内再比较．

解：(1) ∵ $|-\sqrt{2}|=\sqrt{2},|-\sqrt{5}|=\sqrt{5}$,

而 $2<5$,

∴ $\sqrt{2}<\sqrt{5}$.

∴ $-\sqrt{2}>-\sqrt{5}$.

(2)解法一：分别平方得：

∵ $(3\sqrt{5})^2=45,(2\sqrt{11})^2=44$,

而 $45>44$,

∴ $(3\sqrt{5})^2>(2\sqrt{11})^2$.

∴ $3\sqrt{5}>2\sqrt{11}$.

解法二：把根号外的数移入根号内得：

∵ $3\sqrt{5}=\sqrt{3^2\times5}=\sqrt{45}$

$2\sqrt{11}=\sqrt{2^2\times11}=\sqrt{44}$,

而 $45>44$,

∴ $\sqrt{45}>\sqrt{44}$.

∴ $3\sqrt{5}>2\sqrt{11}$.

(3) ∵ $\pi\approx3.1415926\cdots,\frac{22}{7}\approx3.1428$,

∴ $\pi<\frac{22}{7}$.

∴ $-\pi>-\frac{22}{7}$.

(4)解法一：

∵ $(\sqrt{2}+\sqrt{7})^2=9+2\sqrt{14}$

$(\sqrt{3}+\sqrt{6})^2=9+2\sqrt{18}$,

又 $\sqrt{14}<\sqrt{18}$,

∴ $9+2\sqrt{14}<9+2\sqrt{18}$.

∴ $(\sqrt{2}+\sqrt{7})^2<(\sqrt{3}+\sqrt{6})^2$.

∴ $\sqrt{2}+\sqrt{7}<\sqrt{3}+\sqrt{6}$.

解法二：

∵ $\sqrt{2}\approx1.141,\sqrt{3}\approx1.732,\sqrt{6}\approx2.449$,

$\sqrt{7}\approx2.646$,

∴ $\sqrt{2}+\sqrt{7}\approx3.787$,

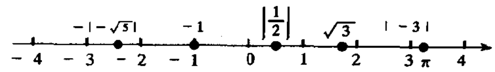
$\sqrt{3}+\sqrt{6}\approx4.181$.

∴ $\sqrt{2}+\sqrt{7}<\sqrt{3}+\sqrt{6}$.

例4 把下列各数按从小到大的顺序用不等号连接起来：

$|-3|,-1,|\frac{1}{2}|,0,\sqrt{3},\pi,-|-\sqrt{5}|.$

分析：首先应先把各数进行化简或求出其近似值，然后，构造数轴，因为数轴上的点与实数是一一对应的，数轴上位于右边的点对应的数大于位于左边的点对应的数，所以把这一组数在数轴上表示出来后，它们的大小顺序就清楚了．



解:$|-3|=3$，$\left|\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{2}$，$\sqrt{3}\approx1.73$，$\pi=3.14$，$-|-\sqrt{5}|=-\sqrt{5}\approx-2.24$.

$\therefore\quad -|-\sqrt{5}|<-1<0<\left|\frac{1}{2}\right|<\sqrt{3}<|-3|<\pi$.

例 5 (1)$\sqrt{3}$的整数部分是______，小数部分是______.

(2)$\sqrt{3}+2$ 的整数部分是______，小数部分是______.

(3)$-\sqrt{3}$的整数部分是______，小数部分是______.

(4)$-\sqrt{3}-2$ 的整数部分是______，小数部分是______.

分析:一个数的小数部分是正的纯小数(即不含整数位，是小数点右边的部分)，它的整数部分为原数与小数部分的差;反过来，它的小数部分为原数与整数部分之差，对于二次根式的整数部分，只要知道它是在哪两个连续整数之间即求得.

解:(1)$\because\quad 1<\sqrt{3}<2$，

$\therefore\quad \sqrt{3}$的整数部分是 1，小数部分是$\sqrt{3}-1$.

(2)$\because\quad 1<\sqrt{3}<2$，

$\therefore\quad 3<\sqrt{3}+2<4$.

$\therefore\quad \sqrt{3}+2$ 的整数部分是 3，小数部分是 $\sqrt{3}+2-3=\sqrt{3}-1$.

(3)$\because\quad 1<\sqrt{3}<2$，

$\therefore\quad -2<-\sqrt{3}<-1$.

$\therefore\quad -\sqrt{3}$的整数部分是$-2$，小数部分是$-\sqrt{3}-(-2)=2-\sqrt{3}$.

(4)$\because\quad 1<\sqrt{3}<2$，

$\therefore\quad -2<-\sqrt{3}<-1$.

$\therefore\quad -4<-\sqrt{3}-2<-3$.

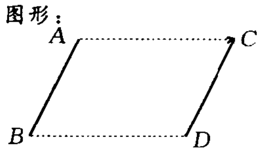
$\therefore\quad -\sqrt{3}-2$ 的整数部分是-4，小数部分是 $2-\sqrt{3}$.

第三章 图形的平移与旋转

3.1 生活中的平移
3.2 简单的平移作图

双基表解

表 3-1

		内容
平移	定义	在平面内将一个图形沿某个方向移动一定距离，这样的图形运动称为平移
	特征	1. 平移后图形的形状和大小不改变 2. 对应点所连线平行且相等，移动方向就是两对应点所在直线的方向
	注意事项	1. 移动必须在同一平面内进行 2. 经过平移，对应线段、对应角分别相等 3. 对应点所连线段平行且相等
平移作图	图形的确定	确定一个图形平移后的位置，除需要原来的位置外，还需要移动方向、移动的距离以及确定原图关键点等
	作图方法	在具体作图时，关键是找出图形上的关键点，如线段的端点，线段间交点，圆心等都是关键点. 没有给出平移方向时，两对应点所在直线的方向(从原图上的某一点指向对应点)就是平移方向. 例如，设线段 AB 平移后 A 的对应点是 C，作 AB 平移后的图形: 1. 连结 AC，则 $A\rightarrow C$ 为平移方向 2. 过 B 作 $BM\parallel AC$，并在 BM 上截取 $BD=AC$ 3. 连结 CD，则线段 CD 为所求的线段 

典型题解

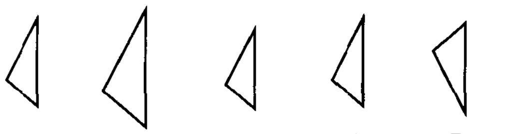
例 1 下列各图中，哪一个图是左图经过平移得到的：

A　　B　　C　　D

分析：根据平移的性质，一个图形经过平移，不改变图形的形状和大小．观察图形，应该是平移后不改变的，要注意观察关键点的相对位置的变化情况，也可尝试作出对应点的连线，看看是否平行．

答案：D.

例 2 下列各图中，哪一个图形是左图经过平移得到的？



A　　B　　C　　D

分析：根据“图形平移后，其大小不变”，故 A、B 应排除掉，又因为平移后图像上对应点连线是平行的，观察得知，D 中有一对应点与原图相比相对高了，故 D 也被排除．

答案：C.

例 3 如图 1－8，四边形 $ABCD$ 平移后得到四边形 $A_1B_1C_1D_1$，找出图中存在的平行且相等的三条线段，图中有全等四边形吗？如有，请写出来．

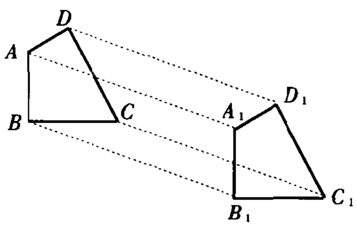


图 1－8

分析：点 A、B、C、D 的对应点是 A_1、B_1、C_1、D_1，因为“经过平移，对应点连线平行且相等”，所以 $AA_1 /\!/ BB_1 /\!/ CC_1$，且 $AA_1=BB_1=CC_1$.

因为“平移后不改变图形的形状和大小”，所以四边形 $ABCD\cong$ 四边形 $A_1B_1C_1D$.

解：(略)

例 4 如图 1－9，经过平移，五边形 $ABCDE$ 上的顶点 E 平移到了点 E_1，请作出平移后的五边形．

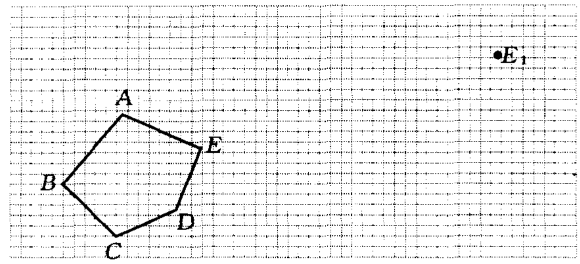


图 1－9

分析：要作图图形的平移，只要作出关键点的平移后的对应点即可．设顶点 $ABCD$ 平移后的对应点分别为 A_1、B_1、C_1、D_1，根据“经过平移，对应点所连的线段平行且相等”可知，AA_1、BB_1、CC_1、DD_1 都与 EE_1 平行且相等，据此即可作出该五边形，如图 1－10 所示．

解：

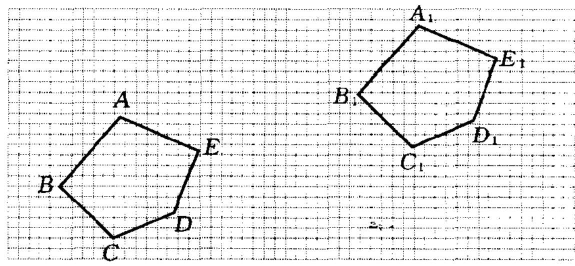


图 1－10

3.3 生活中的旋转
3.4 简单的旋转作图
3.5 它们是怎样变过来的
3.6 简单的图案设计

双基表解

表 3-2 生活中的旋转　简单的旋转作图

		内　容
旋转	定义	在平面内，将一个图形绕一个定点沿某方向转动一个角度，这样的图形运动称为旋转
	特征	1. 旋转后不改变图形的大小和形状 2. 经过旋转，图形上每一个点都绕旋转中心沿相同方向转动了相同的角度 3. 任意一对对应点与旋转中心的连线所成的角都是旋转角 4. 对应点到旋转中心的距离相等
	注意事项	1. 旋转是在一个平面内进行的 2. 关键点的确定很重要，一般一个图形的关键点就是线段的端点、线段的交点、圆心等

续表 3-2

		内　容
旋转作图	图形的确定	要确定一个图形旋转后的位置，除需要原图位置外，还需知道旋转中心、旋转角和旋转方向，以及原图上的关键点
	作图方法	设点 B 绕旋转中心 O 旋转角度 α 后得到 B'，作法如下： 1. 连结 BO 2. 以 O 为顶点，OB 为一边作 $\angle BOM=\angle\alpha$ 3. 在 OM 上截取 $OB'=OB$，则 B' 为 B 旋转后所得的对应点

典型题解

例 1　如图 1－11，$\triangle ABC$ 绕着顶点 A 旋转一定角度后得到 $\triangle ADE$，请问：

(1)旋转中心是什么，旋转角是什么？

(2)写出旋转前后的对应点．

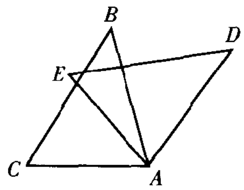


图 1－11

分析：顶点 A 即为旋转中心，因为“任意一对对应点与旋转中心的连线所成的角都是旋转角”，所以，图中 $\angle BAD$、$\angle CAE$ 都是旋转角，B 的对应点是 D，C 的对应点是 E.

解：略．

例 2　如图 1－12 是一个正八边形，它是由哪个“基本图案”通过旋转而得到的？旋转几次？每次旋转多少度？

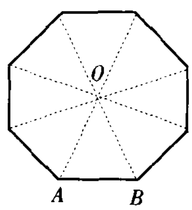


图 1－12

分析：因为“旋转不改变图形的形状和大小”，由图知，O 为旋转中心，八边形的八个顶点与中心的连线把八边形分成八个全等的等腰三角形，所以可以把这个等腰三角形看作是一个“基本图案”，由这个“基本图案”旋转得到正八边形，又因为 $\frac{360^\circ}{8}=45^\circ$，所以它旋转了 8 次，每次旋转 45°.

解：略．

例 3　如图 1－13，是一个“风车”的图案，观察图形，它可以看作是什么“基本图案”通过怎样旋转而得到的？

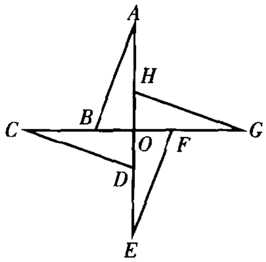


图 1－13

分析：要“寻找”旋转中心和“基本图案”，先要观察图中是否可以找到全等的图形，这些全等形能否组成该图案，观察本题图案，它是由 4 个全等的直角三角形组成的，这些全等的直角三角形公共顶点是 O，所以“风车”图案是由直角三角形这一基本图案（如 Rt$\triangle AOB$）绕顶点 O 旋转，每次旋转 90°，旋转 4 次而得到．

解：略．

例 4　怎样将图 1－14 中的甲图案变成乙图案？

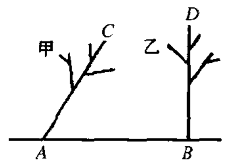


图　1－14

解：方法一：先将甲图案绕 A 点旋转，使得图案被“扶直”，然后以 AC 为对称轴，作对称图形，再沿 AB 方向将所得的图案平移到 B 点的位置，即可得到乙图案．

方法二：可先将甲图案先平移到 B 点位置，再旋转“扶直”，再以 BD 为对称轴，作对称图形，即可得到乙图案。

例 5　任画一个 Rt$\triangle ABC$，其中 $\angle B=90^\circ$，分别作出 $\triangle ABC$ 按如下条件旋转或平移后的图形。

(1)以 B 点为旋转中心，按逆时针方向旋转 30°；

(2)以 B 点为旋转中心，按逆时针方向旋转 180°；

(3)取三角形外一点 P 为旋转中心，按逆时针方向旋转 180°；

(4)将 $\triangle ABC$ 平移，使得 B 点的对应点为 A 点．

分析：(1)如图 1－15(一)，以 B 为端点，AB 为一边，在 $\triangle ABC$ 的外部作 $\angle DBA=30^\circ$；

(2)如图 1－15(二)，分别延长 AB、CB 到点 D、E，使 $BD=BA$、$BE=BC$；

(3)如图 1－15(三)，分别连接 AP、BP、CP 并延长到 D、E、F，使 $PD=PA$，$PE=PB$、$PF=PC$；

(4)如图 1－15(四)，作射线 $AD\parallel BC$，截取 $AD=BC$，再延长 BA 到 E，使 $AE=BA$.

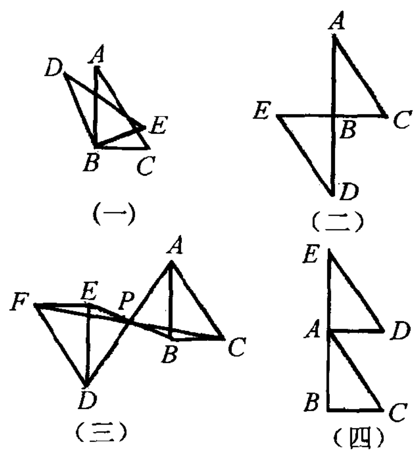


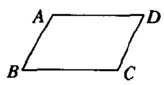
图　1－15

第四章　四边形性质探索

4.1　平行四边形的性质

双基表解

表 4-1　平行四边形的性质

定义	图示	性质及应用	注意事项
两组对边分别平行的四边形叫做平行四边形	 ∵ $AB/\!/CD$，$AD/\!/BC$， ∴ $\square ABCD$ 是平行四边形 平行四边形用"$\square$"来表示	性质　　　应用 对边相等，对角线互相平分，对边平行 ⇒ 证明两条线段相等；证明两条线段互相平分 对边平行，对角相等，邻角互补 ⇒ 证明两条直线平行垂直；证明两个角相等或互补 平行线间的平行线段相等，平行线间的垂线段处处相等 ⇒ 证明两条线段相等	1. 在平行四边形的定义中，"四边形"和"两组对边分别平行"这两个条件缺一不可，定义既是平行四边形的一个判定方法，也是平行四边形的一个性质 2. 平行四边形被一条对角线分成两个全等的三角形

典型题解

例 1　如图 1－16$\square ABCD$ 对角线 AC、BD 交于 O，$\triangle AOB$ 的周长为 59，$AC=38$，$BD=24$，则 $CD=$______，若 $\triangle AOB$ 与 $\triangle AOD$ 的周长之差为 15，则 $AD=$______，$\square ABCD$ 的周长＝______.

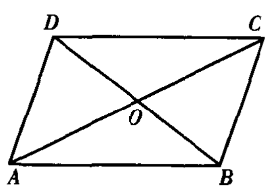


图 1－16

分析：本题考察平行四边形的两个性质：平行四边形的对角线互相平分，平行四边形的对边相等. (1) 由已知条件，$\triangle AOB$ 周长 $=AO+OB+AB$，而 $AO=\frac{1}{2}AC$，$BO=\frac{1}{2}BD$，由此可得 AB，所以 $DC=AB=28$. (2) $\triangle AOB$ 与 $\triangle AOD$ 的周长分别为 $(AO+BO+AB)$ 和 $(AO+DO+AD)$，因为平行四边形对角线互相平分，所以 $AO=\frac{1}{2}AC$，$BO=OD=\frac{1}{2}BD$，于是 $AB-AD=15$ 由此可求 AD 的长为 13.

解：(略)

例 2　已知：如图 1－17 $\square ABCD$ 中，E、O、F 分别是 AB、AC、CD 的中点：

求证：$OE=OF$.

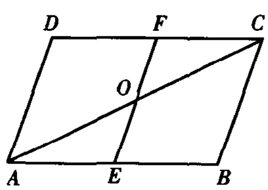


图 1－17

分析：要证 $OE=OF$，只要证 $\triangle AOE \cong \triangle COF$. 因为 $ABCD$ 是平行四边形，所以 $AB/\!/CD$，且 $AB=CD$，$\angle OAE=\angle OCF$，$AE=CF$. 要注意由于 E、O、F 是否共线尚未证实，故 $\angle AOE$ 与 $\angle COF$ 不能看成对顶角，故这一结论不能作为 $\triangle AOE$ 与 $\triangle COF$ 全等的条件. 本题考察了平行四边形的对边平行，对边相等，对角线互相平分等性质.

证明：∵　$ABCD$ 是平行四边形(已知)，

∴　$AB/\!/CD$，$AB=CD$(平行四边形的性质).

∴　$\angle OAE=\angle OCF$.

∵　E、F 分别是 AB、CD 中点，

∴　$AE=\frac{1}{2}AB$，$CF=\frac{1}{2}CD$.

∴　$AE=CF$.

又∵　O 为 AC 中点，

∴　$AO=OC$.

在 $\triangle AOE$ 和 $\triangle COF$ 中，

$$\begin{cases} AE=CF, \\ \angle OAE=\angle OCF, \\ AO=OC. \end{cases}$$

∴　$\triangle AOE \cong \triangle COF$.

∴　$OE=OF$.

例 3　已知：如图 1－18，在 $\square ABCD$ 中，E 是 BC 上一点，F 是 AD 上一点，且 $BE=DF$.

求证：$AE=CF$.

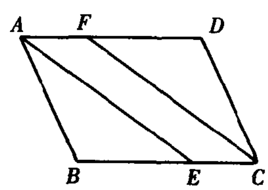


图 1－18

分析：欲证 $AE=CF$，有两种思路，第一种：由图知 AE、CF