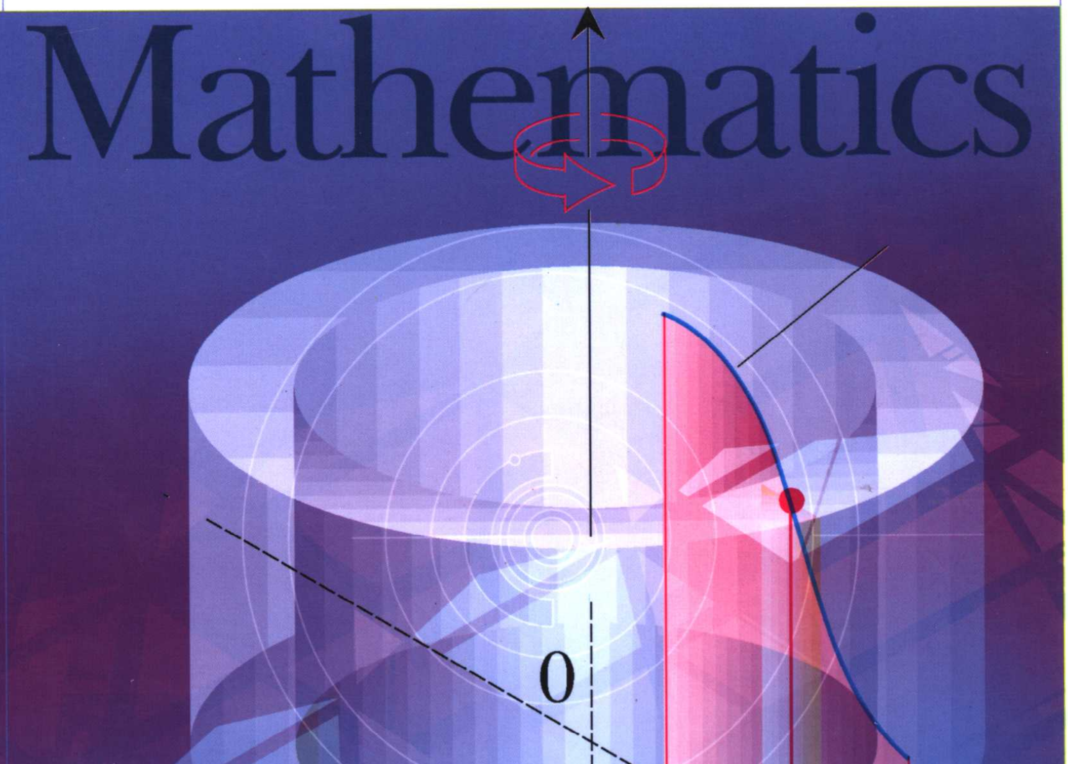
高职高专人才培养创新教材出版工程

高职高专基础课教材系列

高等数学（下册）

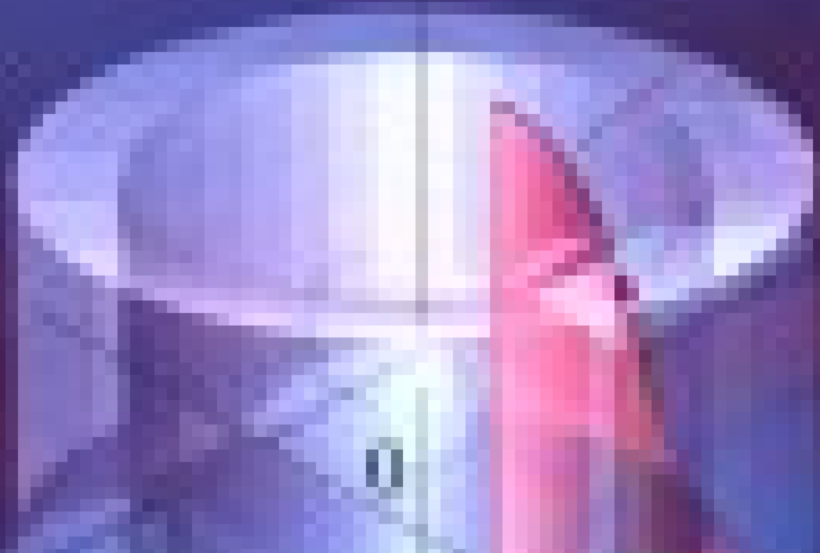
中国高等教育学会　组编 ／ 马韵新　陈建华　主编



科 学 出 版 社

高等数学（下册）

Mathematics



科 学 出 版 社

● 高职高专人才培养创新教材出版工程

高职高专基础课教材系列

高等数学(下册)

中国高等教育学会　组编
马韵新　陈建华　　主编

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书是"高职高专基础课教材系列"之一,根据教育部制定的《高职高专教育高等数学课程教学基本要求》编写而成.上册内容包括:极限与连续、导数与微分、中值定理与导数的应用、不定积分、定积分、定积分的应用;下册内容包括微分方程、级数、向量代数与空间解析几何、多元函数微分学、重积分、曲线积分与曲面积分.本书每章附有习题,书末附有答案,带"*"号的内容供选用.

本书可作为高职高专理工科专业数学教学用书,也可供高等师范专科学校非数学专业使用,还可以作为成人高校学生及自学者的辅导用书.

图书在版编目(CIP)数据

高等数学(下册)/马韵新,陈建华主编.—北京:科学出版社,2004.5

高职高专人才培养创新教材出版工程,高职高专基础课教材系列

ISBN 7-03-013341-2

Ⅰ.高… Ⅱ.①马…②陈… Ⅲ. Ⅳ.高等数学-高等学校:技术学校-教材 Ⅳ.013

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第041824号

责任编辑:许 远/责任校对:张 琪

责任印制:安春生/封面设计:王凌波

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

http://www.sciencep.com

双青印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2004年5月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2004年5月第一次印刷 印张:14 1/2

印数:1—17 000 字数:266 000

定价:17.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

《高等数学(下册)》编委会名单

组　　编	中国高等教育学会
本书主编	马韵新　陈建华
主　　审	罗成林
副 主 编	张国勇　宋然兵　何　平 裴亚枫
编　　委	王仲英　王　忠　屈文文 付希刚　李建奎　初胜安 赵香兰　郭田芬　尹江艳 张英杰　王月山　石　平 张运玲

序

高职高专教育是我国高等教育体系的重要组成部分．近年来，高职高专教育呈现出前所未有的发展势头，办学思想日益明确，办学规模不断扩大，教育教学改革不断深化．目前，高职高专学校数量和在校生总数均占到普通高等学校的一半以上．

毋庸置疑，目前已经出版的一批高职高专教材在“主导教学方向、稳定教学秩序”方面起到了很好的作用．但是，现有的教材依然存在品种不多，可供学校选择的余地不大；一些教材不适应高职高专院校的教学要求，特别是在如何“提高教学质量、创新教学内容”上做得还不够．

目前，我国的高职教育发展面临着新的形势——在《2003—2007年教育振兴行动计划》中，提出了“职业教育与培训创新工程”的任务，要求以促进就业为目的，进一步转变高等职业技术学院的办学指导思想，实行多样、灵活、开放的人才培养模式，把教育教学与生产实践、社会服务、技术推广结合起来，加强实践教学和就业能力的培养．适应这一要求，以“产学结合、就业导向、推行双证、两年学制”为主要特点的专业建设和课程改革即将在高职高专院校展开，我国的高职高专教育又面临着一次新的教学改革与创新的机遇．

专业建设和课程改革开发是教学改革的核心．由中国高等教育学会组织编写、中国高等职业技术教育研究会参与、科学出版社出版的“高职高专基础课教材系列”（也是“高职高专人才培养创新教材出版工程”的一部分），就是适应高职高专改革的新形势应运而生的．它是中国高等教育学会组织众多从事高职高专教学工作、同时参与相关教育理论研究、具有丰富教学经验和突出的教材建设与教学改革成果的一线的专家、学者、教师共同努力的结晶．系列教材包括《高等数学》（上、下册）；《计算机公共基础》（主教材、习题和实训）；《大学英语》（共三册，配套教师用书、磁带）．今后还将陆续出版其他教材．

本系列教材根据高职高专学制缩短、基础课学时减少的新形势，以及强调基础课中理论讲授的“够用”与“适用”、与相关的专业课紧密整合的新特点，精心编写而成的．本系列教材的出版，是如何进行高职高专的基础课课程改革和教材建设的有益探索，是发挥教材在“提高教学质量、创新教学内

容”关键作用的有益尝试．希望本教材的出版能促进广大高职高专院校更加深入地研究、总结基于新形势的基础课建设与改革、专业建设与课程开发的经验不断将高职高专教育的课程改革引向深入．

高职高专基础课教材系列
编　委　会　主　任
中国高等教育学会秘书长

2004年4月29日

《高职高专人才培养创新教材出版工程》出版说明

一、特色与创新

随着高等教育改革的进一步深化，我国高职高专教育事业迅速发展，办学思想日益明确，办学规模不断扩大，办学形式日趋多样化，取得了显著的办学效益和社会效益。

毋庸置疑，目前已经出版的一批高职高专教材在主导教学方向、稳定教学秩序、提高教学质量方面起到了很好的作用。但是，有关专家也诚恳地指出，目前高职高专教材出版中存在的一些问题，主要是：教材建设仍然是以学校的选择为依据、以方便教师授课为标准、以理论知识为主体、以单一纸质材料为教学内容的承载方式，没有从根本上体现以应用性职业岗位需求为中心，以素质教育、创新教育为基础，以学生能力培养为本位的教育观念。

经过细致的调研，科学出版社和中国高等职业技术教育研究会共同启动了“高职高专人才培养创新教材出版工程”。该工程本着“教学改革与学科创新引路，科技进步与教材创新同步”的创新理念，根据新时代对高职高专人才的需求，旨在策划出版一系列体现教学改革最新理念，内容领先、思路创新、突出实训、成系配套的高职高专教材。

我们在教材的出版过程中，力求突出以下特点：

(1) 理念创新：秉承“教学改革与学科创新引路，科技进步与教材创新同步”的理念，根据新时代对高职高专人才的需求，策划出版一系列体现教学改革最新理念，内容领先、思路创新、突出实训、成系配套的高职高专教材。

(2) 方法创新：摒弃“借用教材、压缩内容”的滞后方法，专门开发符合高职特点的“对口教材”。在对职业岗位（群）所需的专业知识和专项能力进行科学分析的基础上，引进国外先进的课程开发理论体系，坚持教材开发的四元结构（知名专家把关、教学一线教师编写、教研机构指导、行业用户参加），以确保符合职业教育的特色。

(3) 特色创新：加大实训教材的开发力度，填补空白，突出热点，积极开发五年制高职教材和紧缺专业、热门专业的教材。对于部分教材，提供

“课件”、“教学资源支持库”等立体化的教学支持，方便教师教学与学生学习。对于部分专业，组织编写“双证教材”，注意将教材内容与职业资格、技能证书进行衔接。

（4）内容创新：在教材的编写过程中，力求反映知识更新和科技发展的最新动态。将新知识、新技术、新内容、新工艺、新案例及时反映到教材中来，更能体现高职专业设置紧密联系生产、建设、服务、管理一线的实际要求。

二、精品与奉献

“高职高专人才培养创新教材出版工程”吸引了一批职业教育和高等教育领域的权威专家积极参与，共同打造精品教材。其实施的过程可以总结为：教育部门支持、权威专家指导、一流学校参与、学术研究推动。

（1）国内的高等职业教育院校（主要是北京联合大学、天津职业大学及中国高等职业技术教育研究会的其他副会长、常务理事、理事单位等）积极参加本教材出版工程，提供了先进的教学经验，在此基础上出版一大批特色教材。

（2）本教材出版工程得到了许多教育行政部门的大力支持，许多省（市）教育行政部门将本省（市）的精品课程和教材的建设、特色专业的建设结合起来通盘考虑。

（3）在教材的编写过程中，得到了许多行业部委、行业协会的支持，对教材的推广起到促进作用。

先进的理念、科学的方法、有力的支持，必然导致精品的诞生。根据我们的规划，下列教材即将与读者见面：

（一）高职高专基础课教材

（二）高职高专专业课教材

（1）紧缺专业教材

——软件类专业系列教材

——数控技术类专业教材

——汽车类专业教材

——……

（2）热门专业教材

——电子信息类专业教材

——交通运输类专业教材

——经济管理类专业教材

——旅游类专业教材
——生物工程类专业教材
——食品工程类专业教材
——精细化工类专业教材
——广告类专业教材
——艺术设计类专业教材
——……

（三）高职高专特色教材

——高职高专院校实训教材
——国外职业教育优秀教材
——……

欢迎广大教师、学生在教学使用中提出宝贵意见，以便我们改进教材出版工作、提高质量。

中国高等职业技术教育研究会
科学出版社
2004年3月

前　言

高等职业及高等专科教育是高等教育的重要组成部分，近几年来获得了突飞猛进的发展．为更好地适应各企事业单位的人才需求，教育部颁布了《高职高专教育基础课程教学基本要求》及《高职高专教育专业人才培养目标及规格》两份文件．依照文件精神，中国高等教育学会组织、遴选了一批学术造诣高、教学及实践经验丰富、直接来自一线的高职高专院校教师编写了本系列高职高专基础课教材．目前，本系列教材已列入“高职高专人才培养创新教材出版工程”．

本教材是根据教育部制定的《高职高专教育高等数学课程教学基本要求》编写而成．定位在“以应用为目的，以必须够用为度”的平台上，力图做到“精选内容、降低理论、加强基础、突出应用”．并在基本维护系统性与连贯性的原则下，对内容体系作了局部调整，以更好地体现“高职高专”的特色；本教材强调“基本”二字，定理推导尽可能简略，计算着重在于方法、规律的介绍；在叙述中注意文字简练、精晰准确、循序渐进、由浅入深；力图使学生准确掌握必须的数学知识，提高应用数学知识的能力，为培养高层次、复合型、实用型的高质量人才打下坚实的基础．

《高等数学》内容包括：极限与连续、导数与微分、中值定理与导数的应用、不定积分、定积分、定积分的应用、微分方程、级数、向量代数与空间解析几何、多元函数微分学、重积分、曲线积分与曲面积分．每章附有习题，书末附有答案与提示．带“*”号的内容供选用．

本书可作为高职高专理工科专业数学教学用书，也可供高等师范专科学校非数学专业使用，还可以作为成人高校学生及自学者的辅导用书．

本书由马韵新、陈建华担任主编，罗成林担任主审，负责全书的总体规划和统稿工作．参加编写的有马韵新、陈建华、付希刚、王仲英、裴亚枫、宋然兵、何平、张国勇、屈文文、李建奎、赵香兰、初胜安、王忠、郭田芬等．

本书的编写工作是在中国高等教育学会秘书长张晋峰同志的直接关心和指导下进行的．在科学出版社有关工作人员的大力支持下，确保了本套教材的顺利出版，在此表示衷心的感谢．

由于编者水平有限，书中难免有不当或错误之处，恳请广大读者批评指正，以便再版时改进．

编　者

2004 年 4 月

目　录

第 7 章　微 分 方 程

我们常用建立变量之间的函数关系来解决实际问题,但许多实际问题往往并不能直接得到函数关系，而需要先列出表示未知函数及其导数(或微分)与自变量之间关系的等式,再从中求解得出所求的函数关系,其中的等式就是微分方程.本章主要介绍微分方程的一些基本概念和几种简单微分方程的解法.

7-1　微分方程的基本概念

在学习微分方程的基本概念之前,我们先看下面的两个例子.

例 7.1.1　已知一曲线过点(1,1),且在曲线上任一点 $M(x,y)$处切线的斜率等于 $3x^2$,求该曲线的方程 $y=f(x)$.

解　根据导数的几何意义有

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=3x^2 \text{ 或 } \mathrm{d}y=3x^2\mathrm{d}x \tag{7.1.1}$$

对式(7.1.1)两边求积分得

$$y=x^3+C \quad (C\text{ 为任意的常数})$$

当曲线过点(1,1)时,即当 $x=1$, $y=1$ 时,把这个条件记为 $y\Big|_{x=1}=1$,代入上式得

$$1=1+C$$

即 $C=0$.因此,所求曲线的方程为 $y=x^3$

例 7.1.2　列车在直线轨道上以 20 m/s 速度行驶,制动后列车的加速度为 -0.4 m/s²,求开始制动后列车继续向前行驶的路程关于时间的函数.

解　根据导数的力学意义及题意可知，列车制动后加速度

$$a=\frac{\mathrm{d}^2s}{\mathrm{d}t^2}=-0.4 \tag{7.1.2}$$

速度

$$v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=-0.4t+C_1 \tag{7.1.3}$$

对式(7.1.3)两边求积分得

$$s=-0.2t^2+C_1t+C_2 \quad \text{其中 } C_1,C_2 \text{ 均为任意常数}$$

将列车制动时所满足的条件 $s\Big|_{t=0}=0$ 及 $s'\Big|_{t=0}=20$ 分别代入式(7.1.2)、式(7.1.3),得

$$\begin{cases}-0.4\times 0+C_1=20\\ -0.2\times 0^2+C_1\times 0+C_2=0\end{cases}$$

解得

$$\begin{cases}C_1=20\\ C_2=0\end{cases}$$

因此所求函数为

$$s=-0.2t^2+20t$$

以上两个例子,都是先列出含有未知函数的导数的等式,如式(7.1.1)、式(7.1.2)和式(7.1.3),而后求得所需的函数关系.

一般地,凡含有未知函数的导数(或微分)的方程,称为微分方程.未知函数是一元函数的微分方程称作常微分方程(如方程(7.1.1)、(7.1.2)和(7.1.3)),未知函数是多元函数的微分方程称作偏微分方程.本书中仅讨论常微分方程,为方便起见,我们把常微分方程简称为微分方程或方程.

微分方程中所出现的未知函数的最高阶导数的阶数,称为微分方程的阶.如方程(7.1.1)是一阶的微分方程,式(7.1.2)是二阶的微分方程.

任何代入微分方程中能使其成为恒等式的函数,称为方程的解.易知,$y=x^3$,$y=x^3+1$,$y=x^3+C$ 都是方程式(7.1.1)的解,$s=-0.2t^2+20t$ 是二阶方程式(7.1.2)的解.

例 7.1.3　验证函数 $y_1=e^x$,$y_2=e^{2x}$,$y_3=2e^{2x}$,$y=C_1y_1+C_2y_2$,$y=C_1y_1+C_2y_3$(C_1,C_2 为任意常数)都是二阶微分方程 $y''-3y'+2y=0$ 的解.

解　将 $y_1=e^x$,$y_2=e^{2x}$,$y_3=2e^{2x}$ 分别代入方程 $y''-3y'+2y=0$ 验证,易知它们都是解. 下面验证 $y=C_1e^x+C_2e^{2x}$ 也是解.

$$y=C_1y_1+C_2y=C_1e^x+C_2e^{2x}$$

$$y'=C_1e^x+C_2(2e^{2x})$$

$$y''=C_1e^x+C_2(4e^{2x})$$

将 y,y',y'' 代入方程 $y''-3y'+2y=0$ 的左端得

$$C_1e^x+4C_2e^{2x}-3(C_1e^x+C_2e^{2x})+(2C_1e^x+C_2e^{2x})$$

$$=(C_1-3C_1+2C_1)e^x+(4C_2-6C_2+2C_2)e^{2x}=0$$

所以,函数 $y=C_1e^x+C_2e^{2x}$ 是所给微分方程的解.同法可验证函数 $y=C_1y_1+C_2y_3=C_1e^x+C_2(2e^x)$ 也是所给微分方程的解.

注意到解 $y=C_1e^x+C_2e^{2x}$ 中有 $\frac{y_1}{y_2}=\frac{e^x}{e^{2x}}\neq$ 常数，而解 $y=C_1e^x+C_2(2e^x)$ 中却有 $\frac{y_1}{y_3}=\frac{e^x}{(2e^x)}=\frac{1}{2}$(常数).

一般地，若微分方程两个解的比值不恒为常数(在定义域内)，则称这两个解是线性无关的，如例 7.1.3 中的 y_1 与 y_2 是线性无关的，此时解 $y=C_1e^x+C_2e^{2x}$ 中的任意常数 C_1 与 C_2 是相互独立(即不能合并)的；若微分方程两个解的比值恒为常数(在定义域内)，则称这两个解是线性相关的，如例 7.1.3 中的 y_1 与 y_3 是线性相关的，此时解 $y=C_1e^x+C_2(2e^x)$ 中的任意常数 C_1 与 C_2 就不是独立的(即可以合并的). 事实上有 $y=C_1e^x+C_2(2e^x)=(C_1+2C_2)e^x=Ce^x$，其中 $C=C_1+2C_2$.

若微分方程的解中含有相互独立的任意常数的个数与方程的阶数相同，则称这样的解为微分方程的通解. 如 $y=x^3+C$ 与 $s=-0.2t^2+C_1t+C_2$ 分别是方程(7.1.1)、方程(7.1.2)的通解. 又如例 7.1.3 中的 $y=C_1e^x+C_2e^{2x}$ 是方程 $y''-3y'+2y=0$ 的通解.

注 要检验微分方程的解中任意常数是否相互独立的，可以看两个解的比值 $\frac{y_1}{y_2}$ 是否恒为常数，也可以看两个任意常数是否可以合并.

若解中不含有任意常数，则称这样的解为微分方程的特解. 如 $s=-0.2t^2+20t$ 是方程(7.1.2)的特解.

用来确定通解中任意常数的值的附加条件称为初始条件. 一般地，一阶微分方程的初始条件中含一个条件，记 $y\big|_{x=x_0}=y_0$ 或 $y(x_0)=y_0$；二阶微分方程的初始条件中含两个条件，记为 $y\big|_{x=x_0}=y_0, y'\big|_{x=x_0}=y_0'$，或 $y(x_0)=y_0, y'(x_0)=y_0'$；依此类推，n 阶微分方程的初始条件中含 n 个条件，即 $y\big|_{x=x_0}=y_0, y'\big|_{x=x_0}=y_0', \cdots, y^{(n-1)}\big|_{x=x_0}=y_0^{(n-1)}$.

例如，用初始条件 $y\big|_{x=1}=1$ 代入方程(7.1.1)的通解 $y=x^3+C$，得 $C=0$，从而求得它的特解 $y=x^3$. 又如，用初始条件 $s\big|_{t=1}=0$ 与 $s'\big|_{t=0}=20$ 代入方程(7.1.2)的通解 $s=0.2t^2+C_1t+C_2$，得 $C_1=20, C_2=0$，从而求得它的特解 $s=-0.2t^2+20t$.

求微分方程的特解问题也叫做求微分方程的初值问题. 例如求方程(7.1.1)满足初始条件 $y\big|_{x=1}=1$ 的特解问题，也可以说为求方程(7.1.1)的初值问题，记作

$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} = 3x^2 \\ y\Big|_{x=1} = 1 \end{cases}$$

从例 7.1.1 中可以看出,微分方程的通解 $y = x^3 + C$ 的几何意义表示的是无数多条曲线(称为积分曲线族),而特解 $y = x^3$ 则是表示满足初始条件 $y\Big|_{x=1} = 1$ (即过点(1,1))的那条曲线.

例 7.1.4 验证函数 $y = C_1\cos kx + C_2\sin kx$($C_1$ 与 C_2 为任意常数)是微分方程$\dfrac{d^2y}{dx^2} + k^2y = 0(k \neq 0)$的通解,并求满足初始条件 $y\Big|_{x=0} = 1, \dfrac{dy}{dx}\Big|_{x=0} = 0$ 的特解.

解 求出所给函数的一阶和二阶导数

$$\frac{dy}{dx} = -C_1k\sin kx + C_2k\cos kx$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -k^2(C_1\cos kx + C_2\sin kx)$$

代入微分方程得

$$-k^2(C_1\cos kx + C_2\sin kx) + k^2(C_1\cos kx + C_2\sin kx) \equiv 0$$

从而知函数 $y = C_1\cos kx + C_2\sin kx$ 是微分方程的解.又因$\dfrac{\cos kx}{\sin kx} \neq$常数,故知其两个任意常数 C_1 与 C_2 是相互独立的,所以它是微分方程的通解.

将初始条件 $y\Big|_{x=0} = 1, \dfrac{dy}{dx}\Big|_{x=0} = 0$ 分别代入通解求得 $C_1 = 1, C_2 = 0$,从而得所求的特解为 $y = \cos kx$.

习题 7-1

1. 指出下列微分方程的阶数.

(1) $x\,dx + y^2dy = 0$　　(2) $y' \cdot y'' - x^2 \cdot y = 1$

(3) $(y')^2 + xy^4 = e^y$　　(4) $(7x - 6y)dx + (x + y)dy = 0$

(5) $L\dfrac{d^2Q}{dt^2} + R\dfrac{dQ}{dt} + \dfrac{1}{C}Q = 0$　　(6) $\dfrac{dP}{d\theta} + P = \sin^2\theta$

2. 验证下列各题中的函数是否为所给微分方程的解,若是,指出是通解还是特解(其中 C, C_1, C_2 均为任意常数).

(1) $xy' = 2y$,　$y = 5x^2$

(2) $y = x \cdot y' + f(y')$,　$y = Cx + f(x)$