

学 竞

奥数
AOSHU

主编/刘鑫



金牌赛手 手把手教程



小学4年级

编者/杨浩 谢琳 郑晖

奥数金牌赛手
手把手
让你与奥数奖牌
手拉手



开明出版社



这些年轻人很不简单，他们的竞赛成绩都很突出，又愿意投入精力从事奥数培训。看到中国数学奥林匹克活动后继有人，我感到很欣慰。

——裘宗沪（著名数学奥林匹克专家，前中国数学会理事，中国数学奥林匹克委员会常务副主席）

这套书的编写很新颖、有特色，对老师讲课是有帮助的，对学生提高数学成绩是有用的，对运动员训练、参赛是有益的。

——陶晓永（数学奥林匹克专家，中国数学奥林匹克高级教练，国家队教练）

从书编选的例题非常具有代表性，练习题的量也比较适中，非常适合奥数的教学使用。

——朱华伟（中国数学奥林匹克委员会委员，中国数学奥林匹克高级教练，国家队教练）

这套书的语言生动活泼，适合孩子们的阅读习惯；讲解深入浅出，容易调动起孩子们的积极性和兴趣。相信这样一套书的出现，会使孩子和家长对数学奥林匹克有一个新的认识。

——熊斌（中国数学奥林匹克委员会委员，中国数学奥林匹克高级教练，国家队教练）

本书的作者，都是数学奥林匹克竞赛中的优胜者，又都毕业于著名学府，相信他们的经历本身对孩子们就是一种激励。

——柴星 赵菲（开明出版社资深编辑）



ISBN 7-80205-010-3



9 787802 050105 >

ISBN 7-80205-010-3/G-10

定价：11.00元

学 竞

奥数
AOSHU

主编/刘鑫

ISBN 7-309-05030-4

定价：15.00元

（CIP）

金牌赛手

手把手教程

小学4年级

编者/杨浩 谢琳 郑晖



开明出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

奥数金牌赛手手把手 (教程) 小学四年级/刘鑫主编. —北京: 开明出版社, 2004. 7

ISBN 7-80205-010-3

I. 奥... II. 刘... III. 数学课—小学—教学参考资料 IV. G624. 503

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 054873 号

策 划 焦向英

项目执行 赵 菲 柴 星

责任编辑 刘智娜

封面设计 大象工作室/陈大章

插图绘制 拓美卡通工作室

奥数金牌赛手手把手 (教程) 小学四年级

主编 刘 鑫

出版 开明出版社 (北京海淀区西三环北路 19 号)

印刷 保定市印刷厂

发行 新华书店北京发行所

开本 880×1230 毫米 1/32 开

印张 8.5

字数 220 千

版次 2004 年 7 月第 1 版 2004 年 7 月第 1 次印刷

书号 ISBN 7-80205-010-3/G·10

印数 00 001~30 000 册

定价 11.00 元

版权所有, 侵权必究

盗版举报电话: 010-88817647, 88817487



丛书主编 刘鑫

自幼习画,小学五年级时应邀携作品赴意大利都灵画展参展。之后萌发对数学的兴趣,次年,参加全国小学数学奥林匹克总决赛,获一等奖,同年进入沈阳东北育才学校数学特长班。初中时,连续两年参加全国初中数学联赛,均获得满分。高一参加全国高中物理竞赛,获得辽宁省第十名。高二参加全国高中物理竞赛,获得辽宁省第一名,同年参加全国总决赛,获得金牌,被保送至北京大学物理学院。在北大就读期间,曾任北大武术协会、书画协会主席,现为跆拳道黑带。2003年取得美国哈佛大学、莱斯大学、卡耐基梅隆大学、达特茅斯学院全额奖学金,因致力于奥数培训,尚未成行。

本书编者 杨浩

1989年,获得小学“祖冲之杯”数学邀请赛一等奖,同年参加全国小学数学奥林匹克竞赛,获一等奖。1992年,参加全国初中数学联赛,获二等奖,同年参加安徽省化学竞赛,获得一等奖。1995年,参加全国高中数学联赛,获三等奖。从一开始从事奥林匹克数学培训,有丰富的教学经验,他所指导的每期学生,都有人在全国比赛中取得优异成绩,并夺得奖牌。



本书编者 谢琳

1994年,参加全国小学数学奥林匹克竞赛,获一等奖。初二参加首届全国中学生英语能力测试,获二等奖,同年获得第四届中华圣陶杯中学生作文大赛优秀奖。高中参加全国高中数学联赛,获三等奖。2000年考入北京大学信息科学技术学院,高考成绩为辽宁省本溪市第二名。大学期间任电子学系团总支副书记,校学生会常代会办公室主任,北京大学蓝火风尚传播协会副会长。从一开始从事奥数培训,对研究数学竞赛的题目尤其感兴趣,因讲课细致耐心、有亲和力,颇受学生和家長欢迎。2004年6月被“希望杯”全国数学邀请赛组委会评为“数学教育优秀园丁”。现被保送至北京大学信息与信号处理实验室读研。



本书编者 郑晖 1994 年，参加全国小学数学奥林匹克总决赛，获一等奖。1995 年，获得“华罗庚金杯”少年数学邀请赛小学组第一名。1998 年，参加全国初中数学联赛，获一等奖。高二参加全国高中数学联赛，获二等奖。高三参加全国高中数学联赛，获湖北省第一名。同年参加全国总决赛，获得金牌，并被保送至北京大学数学科学学院。

2001 年，代表中国参加在美国举行的第四十二届国际数学奥林匹克竞赛 (IMO)，获得金牌。





前言

经过几年的努力，我们的这套书终于出版了。作为作者，我们都是当年奥林匹克数学竞赛的参赛者。这其中有小学数学奥林匹克总决赛的一等奖，“华罗庚金杯”少年数学邀请赛的第一名，全国初中数学联赛的满分，全国高中数学联赛的全国最高分，全国数学冬令营的金牌，国家集训队的队员，国际数学奥林匹克(IMO)的金牌。

大学时，偶然的机会让我们进入了奥数培训的领域。在培训实践中我们发现，现在参加奥数学习的学生非常多，学校、家长也十分重视。通过学习，虽然确有部分学生的成绩得到提升，并在各类竞赛中获奖，但许多学生并未真正掌握正确解决问题的思考方法和正确的学习习惯，这也是为什么有的学生在小学阶段各类竞赛的成绩均很优秀，但在升入中学后这种优势无法保持甚至直线下降的原因。

我们是从数学奥林匹克竞赛中成长起来的，对数学奥林匹克竞赛有着深厚的感情。出于对引领我们进入奥数竞赛的前辈们的感激和将此事业不断向前推进的使命感和责任感，我们成立了3A教育中心。刚开始，看着我们年轻的面孔，有的家长觉得我们太年轻，不放心。但是，逐渐地，家长对我们有了认同。我们的学生在北京的历届“迎春杯”上及各种学校的入学考试中，获奖率都是最高的。我们通过多年的经验，使学生们掌握了适合自己的正确的思考方法和正确的学习习惯；使他们真正喜欢上数学，而不是为了什么而去学数学。而一旦他们由衷地喜欢上数学，认真地去钻研后，什么样的考试便都能应付自如了。孩子们再也不会把竞赛和考试当做负担和压力了，而是把这些当做展现自己才华的一个机会。

在培训中，我们一直用的都是自己编写整理的讲义，因为同社会上流行的教材相比，这些讲义可以更直接地体现我们的教学意图，而且尽量做到轻松活泼，让孩子们易于接受。

经过多年的培训实践，我们对自己的教学体系有了一个较为完



整的归纳，便想到了把讲义整理出版，希望使更多的学生们得到有效的帮助。在开明出版社领导和编辑们的帮助支持下，现在这套书终于出版了。我们希望它能得到广大老师、学生的认可和喜爱，并能给他们提供切实的帮助。

这套丛书分成“教程”和“测试”两部分。

在“教程”部分，每章节的开始都用一个学生们熟悉和喜爱的故事引出本章的中心问题，巧妙地将题目以及解题方法融入其中，读起来容易理解又兴趣盎然。每章故事之后都安排了七八道由浅入深的例题，每道题都给出了细致的解答和思路分析、引导，并且总结归纳出一些规律性问题。每章都配有课后习题，并且在书后附有详细的解答过程。

“测试”是配合教程使用的题集，分成“同步测试”和“全真测试”两部分。“同步测试”针对“教程”的章节设置，除了收录一些经典好题之外，还有我们自己出的题目，力求给学生们全面的训练。“全真测试”则收录了包括“华罗庚金杯赛”、小学数学奥林匹克竞赛、“迎春杯”等一些重大比赛近三年的全部试卷，读者可以在学习之后对自己的水平作一个全面的检测，同时也可以提前感受一下竞赛试题的气氛。

整套丛书在编写上特别注意了讲解和题目的设置符合“新课标”的要求。教师在使用时，可以一章安排三个学时，学生自学时则可根据自己的情况自由安排，“教程”与“测试”搭配学习。为了能使读者更好地使用这套书，我们还特别提供答疑服务，读者如果有什么疑问可以写信到“手拉手营地”（地址：北京市海淀区西三环北路19号外研大厦5层开明出版社2505室，邮编：100089），也可以发邮件到我们的答疑信箱：shou-la-shou@126.com，我们会亲自给你做出解答。

在这里，我们衷心感谢教导过我们的老师和所有为这套书的出版付出努力的伙伴，并祝所有读者都能取得好成绩。

主编 刘鑫

2004年6月



目 录

第 1 章	速算与巧算 (上)	(1)
第 2 章	乘除法数字谜	(10)
第 3 章	等差数列及其应用	(22)
第 4 章	相遇问题	(30)
第 5 章	追及问题	(40)
第 6 章	流水问题	(48)
第 7 章	分步计数原理	(58)
第 8 章	分类计数原理	(65)
第 9 章	枚举法解应用题	(75)
第 10 章	方阵问题	(84)
第 11 章	填横式	(92)
第 12 章	简单的统筹规划	(101)
第 13 章	速算与巧算 (下)	(109)
第 14 章	定义新运算	(116)
第 15 章	数学游戏	(124)
第 16 章	等积变换	(132)
第 17 章	正方形、长方形面积	(142)
第 18 章	图形周长问题	(152)
第 19 章	排列	(161)
第 20 章	组合	(168)
第 21 章	排列、组合综合题	(176)



— 1	第 22 章 盈亏问题	(184)
— 1	第 23 章 图形的剪拼	(191)
— 2	第 24 章 几何计数	(203)
— 2	习题解答	(215)



第1章 速算与巧算(上)

“铃……”上课铃响了，又是一节数学课，数学老师走进了教室，他拿起粉笔，在黑板上写下了一大堆计算题：

$$\begin{array}{llll} 15 \times 15 = & 24 \times 26 = & 33 \times 37 = & 42 \times 48 = \\ 51 \times 59 = & 65 \times 65 = & 74 \times 76 = & 83 \times 87 = \\ 92 \times 98 = & 101 \times 109 = & 15 \times 95 = & 25 \times 85 = \\ 35 \times 75 = & 45 \times 65 = & 55 \times 55 = & \end{array}$$

然后，老师对大家说：“请同学们计算这15道题目，看哪位同学算得最快。”

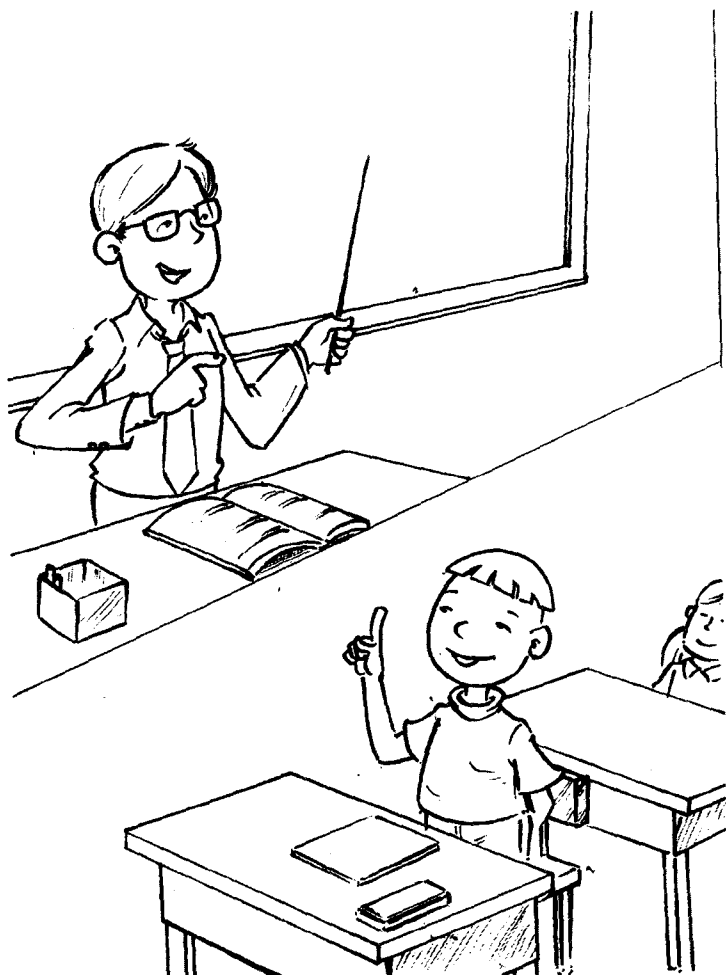
话音刚落，小明就把手高高地举了起来。同学们都诧异地看着小明，心里想：“怎么他又这么快做完了？怎么可能呢？”老师笑着说：“好，请你说出你的答案。”

小明不假思索地回答道：“

$$\begin{array}{lll} 15 \times 15 = 225; & 24 \times 26 = 624; & 33 \times 37 = 1221; \\ 42 \times 48 = 2016; & 51 \times 59 = 3009; & 65 \times 65 = 4225; \\ 74 \times 76 = 5624; & 83 \times 87 = 7221; & 92 \times 98 = 9016; \\ 101 \times 109 = 11009; & 15 \times 95 = 1425; & 25 \times 85 = 2125; \\ 35 \times 75 = 2625; & 45 \times 65 = 2925; & 55 \times 55 = 3025. \end{array}$$

老师赞许地点点头：“很好，完全正确！”同学们又是目瞪口呆地看着小明。老师接着说：“小明同学，你为什么总是能够算得这么快，而且这样准确无误呢？是不是有什么窍门，能不能给大家讲一讲啊？”

小明不好意思地笑了笑：“是这样的，三年级的时候我们总结过：一个数个位数字是5，求它自己与自己相乘的乘积。这样的乘法有一个规律，先将这个数个位的5划去，用这个数乘以比它自己大1的数，然后在乘积的后面补上25就是正确答案。例如 55×55 ，55划



去个位的 5 变成 5, 5 乘以 $(5+1)$, $5 \times 6 = 30$, 然后在 30 后面补上 25, 就得到了 3025 的正确答案.

我后来做题的时候又发现了一个引申的规律. 相乘的两个数, 如果只有个位数字不一样, 而且两个个位数字的和是 10 (也可以叫



做互补), 这时候同样是把个位的数字划去, 用剩下的数再乘以一个比自己大1的数, 然后在乘积后面补上两个个位数的乘积(不够两位要加0补足两位, 如 $1 \times 9 = 09$) 就是正确答案. 例如 54×56 , 54划去个位的4变成5, 5乘以 $(5+1)$, $5 \times 6 = 30$, 然后在30后面补上 $4 \times 6 = 24$, 就得到了3024的正确答案. 这样前面的10道题就做完了.

至于后面的5道题, 还有我自己总结的一个规律: 两个两位数相乘, 个位数字都是5, 而且两个十位数字互补, 这时候是把两个十位数字相乘, 再加上5, 然后在结果后面补上25就是正确答案. 例如 45×65 , 十位数字相乘, $4 \times 6 = 24$, 加上5, $24 + 5 = 29$, 然后在29后面补上25, 就得到了2925的正确答案.”

老师对小明说: “说得非常好, 请坐!” 然后高兴地对大家说: “大家都听到了吧, 小明说得很好. 小明同学不仅仅满足于已经知道的速算巧算规律, 还自己在做题过程中与已经得到的结论相印证, 并能推出新的规律; 另外还能自己总结出新的规律. 我们大家都应该好好向小明学习啊!”

其实, 小明的第二个规律还可以再引申的, 就是两个两位数相乘, 个位数字相同, 而且两个十位数字的和互补, 这时候是把两个十位数字相乘, 再加上个位数字, 然后在结果后面补上两个个位数字的乘积(不够两位要加0补足两位) 就是正确答案. 例如 47×67 , 十位数字相乘, $4 \times 6 = 24$, 加上个位数字7, $24 + 7 = 31$, 然后在31后面补上 $7 \times 7 = 49$, 就得到了正确答案3149.”

同学们, 从这节课里, 你们又得到了什么启发呢?

例1 计算: (1) $5678 + 1999$;

(2) $8765 - 1998$.

分析 算式中出现有接近整十、整百、整千……的数时, 利用补数凑整是十分常用的办法, 但需要注意的是, 在凑整的计算过程中, 应注意把多加的数减去, 多减的数加上, 切忌发生该加却减, 该



减却加的情况.

$$\begin{aligned}\text{解 (1)} \quad & 5678+1999 \\ & =5678+2000-1 \\ & =7678-1 \\ & =7677.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{(2)} \quad & 8765-1998 \\ & =8765-(2000-2) \\ & =8765-2000+2 \\ & =6765+2 \\ & =6767.\end{aligned}$$

例 2 计算: $(8641+8642+8643+8641+8643+8638+8639) \div 7$.

分析 这里的 7 个加数都不接近整十、整百、整千……不能采用上题的凑整的办法,但是可以发现括号内所有加数都接近于 8640,要么大一点点,要么小一点点,这样我们可以选择 8640 作基准数,然后再补上大的或是小的那一点.

$$\begin{aligned}\text{解} \quad & (8641+8642+8643+8641+8643+8638+8639) \div 7 \\ & = (8640 \times 7 + 1 + 2 + 3 + 1 + 3 - 2 - 1) \div 7 \\ & = (8640 \times 7 + 7) \div 7 \\ & = 8640 + 1 \\ & = 8641.\end{aligned}$$

例 3 计算: (1) $85 \times 27 + 85 \times 73$;

$$(2) 99 \times 99 + 99.$$

分析 在计算两个积的和或差时,常常使用乘法分配律,提出相同的项,剩下的项求和或是求差刚好可以凑成整数.

$$\begin{aligned}\text{解 (1)} \quad & 85 \times 27 + 85 \times 73 = 85 \times (27 + 73) = 85 \times 100 = 8500. \\ \text{(2)} \quad & 99 \times 99 + 99 = 99 \times 99 + 99 \times 1 = 99 \times (99 + 1) \\ & = 99 \times 100 = 9900.\end{aligned}$$



例4 计算: $56 \times 32 + 56 \times 27 + 56 \times 96 - 56 \times 57 + 56$.

分析 乘法分配律同样适用于多个乘法算式相加减的情况, 在计算加减混合运算时要特别注意提走公共乘数后所剩的乘数前面的符号. 同样的, 乘法分配律也可以反着用, 即将一个乘数凑成一个整数, 再补上它们的和或是差.

$$\begin{aligned}\text{解} \quad & 56 \times 32 + 56 \times 27 + 56 \times 96 - 56 \times 57 + 56 \\ &= 56 \times (32 + 27 + 96 - 57 + 1) \\ &= 56 \times 99 \\ &= 56 \times (100 - 1) \\ &= 56 \times 100 - 56 \times 1 \\ &= 5600 - 56 \\ &= 5544.\end{aligned}$$

例5 计算 $999 \times 222 + 333 \times 334$.

分析 看到此题的结构, 应感觉到也许可以用前面的乘法分配律进行简算, 但4个乘数中并没有相同项, 仔细观察可以发现 $999 = 333 \times 3$, 这样我们就制造出一个相同的乘数, 然后再利用乘法分配律.

$$\begin{aligned}\text{解} \quad & 999 \times 222 + 333 \times 334 \\ &= 333 \times 3 \times 222 + 333 \times 334 \\ &= 333 \times 666 + 333 \times 334 \\ &= 333 \times (666 + 334) \\ &= 333 \times 1000 \\ &= 333000.\end{aligned}$$

例6 计算 125×31 .

分析 我们都知道 $5 \times 2 = 10$, $25 \times 4 = 100$, $125 \times 8 = 1000$, 所以当见到题目中出现的125时, 就会想到去找125×8, 但本题却是



125 和一个奇数相乘，应该怎么办呢？可以联想到前面的乘法分配律，我们将 31 写成 $32 - 1$ ，32 是 8 的 4 倍，这样就有 8 了。

$$\begin{aligned}\text{解 } 125 \times 31 &= 125 \times (32 - 1) \\ &= 125 \times 32 - 125 \times 1 \\ &= 125 \times 8 \times 4 - 125 \\ &= 4000 - 125 \\ &= 3875.\end{aligned}$$

例 7 计算：(1) 23×27 , 64×66 , 75×75 ;
(2) 43×63 , 27×87 , 56×56 .

分析 (1) 这 3 道题中，相乘的两个两位数有如下特点，十位数字相同，个位数字之和为 10，我们把这种情况称为头同尾补，头同尾补有如下速算法：

$$\text{积} = \text{头} \times (\text{头} + 1) \times 100 + \text{尾} \times \text{尾}.$$

对于 23×27 可以这样计算

$$23 \times 27 = 2 \times (2 + 1) \times 100 + 3 \times 7 = 621.$$

这个方法不仅对于两位数适用，对于多位数的头同尾补也适用，例如：

$$191 \times 199 = 19 \times (19 + 1) \times 100 + 1 \times 9 = 38009.$$

(2) 这 3 道题中，相乘的两个两位数，十位数字之和为 10，个位数字相同，我们称之为头补尾同，这时的速算法为：

$$\text{积} = (\text{头} \times \text{头} + \text{尾}) \times 100 + \text{尾} \times \text{尾}.$$

对于 43×63 可以这样计算

$$43 \times 63 = (4 \times 6 + 3) \times 100 + 3 \times 3 = 2709.$$

$$\begin{aligned}\text{解 } (1) \quad 23 \times 27 &= 2 \times (2 + 1) \times 100 + 3 \times 7 = 621, \\ 64 \times 66 &= 6 \times (6 + 1) \times 100 + 4 \times 6 = 4224, \\ 75 \times 75 &= 7 \times (7 + 1) \times 100 + 5 \times 5 = 5625.\end{aligned}$$

$$(2) \quad 43 \times 63 = (4 \times 6 + 3) \times 100 + 3 \times 3 = 2709,$$



$$27 \times 87 = (2 \times 8 + 7) \times 100 + 7 \times 7 = 2349,$$

$$56 \times 56 = (5 \times 5 + 6) \times 100 + 6 \times 6 = 3136.$$

例 8 计算 $5 \div (7 \div 15) \div (15 \div 17) \div (17 \div 21)$.

分析 按照一般的运算优先次序, 应该先计算括号内的算式, 可是括号内的除法不能整除, 商都不是整数, 计算起来比较麻烦, 我们利用去括号和带符号搬家的办法来解这道题, 在乘除法运算中去括号或添括号的办法是如果括号前面是乘号, 去掉括号后, 原括号内的符号不变, 如果括号前面是除号, 去掉括号后, 原括号内的乘号变成除号, 原除号变成乘号, 添括号的方法与去括号类似.

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & 5 \div (7 \div 15) \div (15 \div 17) \div (17 \div 21) \\ &= 5 \div 7 \times 15 \div 15 \times 17 \div 17 \times 21 \\ &= 5 \div 7 \times 21 \\ &= 5 \times (21 \div 7) \\ &= 5 \times 3 \\ &= 15. \end{aligned}$$

总结 常见的速算有下面几种方法:

1. 加数凑整法

该方法将一个接近于整十、整百、整千……的数看成一个整的数和它相应的偏差之和或是差, 例如:

$$9 + 99 + 999 + 9999 + \cdots + 9999999999;$$

对于不是整的数, 但是几个加数大小相近的情况, 也可以参照这种方法, 直接化为乘法运算和较小数的加减运算, 例如:

$$5301 + 5309 + 5297 + 5290 + 5311.$$

2. 乘数凑整法

乘数凑整法是利用特殊数的乘积特性进行速算, 如: $5 \times 2 = 10$, $25 \times 4 = 100$, $125 \times 8 = 1000 \cdots$;