

《21世纪高等院校优秀教材》

自动控制原理

吴忠强 张秀玲 刘志新 魏立新 华长春 编 李惠光 主审

国防工业出版社

<http://www.ndip.cn>

21 世纪高等院校优秀教材

自动控制原理

吴忠强 张秀玲
刘志新 魏立新 华长春 编
李惠光 主审

国防工业出版社

·北京·

内 容 简 介

本教材主要介绍分析和设计反馈控制系统的古典控制理论和方法。全书共分八章,内容有自动控制系统的基本概念、线性系统的数学模型、控制系统的时域分析、根轨迹法、控制系统的频域分析、自动控制系统的校正、非线性系统的分析以及采样控制系统等。

本书可作为高等学校工业电气自动化专业的本科生教材,还可供从事自动控制系统工程的技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

自动控制原理 / 吴忠强等编. —北京:国防工业出版社,2004.7

ISBN 7-118-03521-1

I. 自... II. 吴... III. 自动控制理论 IV. TP13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 053637 号

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号)

(邮政编码 100044)

涿中印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 印张 17¼ 400 千字

2004 年 7 月第 1 版 2004 年 7 月北京第 1 次印刷

印数:1—6000 册 定价:23.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

前 言

本书作为一门技术基础课的教材,力求在阐明控制理论的基本概念、基本知识与基本方法的基础上,紧密结合工程实际,以便沟通与加强数理基础与专业知识之间的联系。采用本教材授课的包括工业电气自动化、电气技术、工业自动化仪表、自动控制等专业,除此之外,本教材也适于其他非电类专业学习控制理论之用。

全书共分八章,内容包括自动控制系统的基本概念、线性系统的数学模型、控制系统的时域分析、根轨迹法、控制系统的频域分析、自动控制系统的校正、非线性系统分析以及采样控制系统等。各章都有一定数量的例题和习题,授课学时以 60~80 为宜。

本书的第一章、第七章、第八章由吴忠强编写,第二章、第三章由张秀玲编写,第四章由魏立新编写,第五章由刘志新编写,第六章由华长春编写。全书由吴忠强汇总整理,李惠光教授主审。由于水平有限,不当之处在所难免,恳请读者不吝指教。

编 者
2004 年 6 月

目 录

第一章 概论	1
1-1 概述	1
1-2 控制理论在工程中的应用	2
1-3 自动控制系统的基本概念	4
习题	9
第二章 线性系统的数学模型	10
2-1 引言	10
2-2 控制系统微分方程的建立	11
2-3 传递函数	15
2-4 非线性数学模型线性化	17
2-5 典型环节的数学模型	18
2-6 方框图	23
2-7 信号流图	29
习题	34
第三章 控制系统的时域分析	38
3-1 典型输入信号	38
3-2 一阶系统的过渡过程	40
3-3 二阶系统的过渡过程	42
3-4 高阶系统的过渡过程	50
3-5 线性系统的稳定性	54
3-6 控制系统的稳态误差	61
3-7 稳态误差的计算	63
习题	68
第四章 根轨迹法	71
4-1 根轨迹的基本概念	71
4-2 绘制根轨迹的基本条件和基本规则	73
4-3 广义根轨迹	87
4-4 正反馈零度根轨迹绘制	89
4-5 利用根轨迹法分析系统的暂态响应	92
4-6 利用根轨迹法分析控制系统	94
4-7 增加开环零极点对系统根轨迹的影响	97
4-8 应用 MATLAB 绘制根轨迹	99

习题	102
第五章 控制系统的频率特性	105
5-1 频率特性	105
5-2 典型环节的频率特性	110
5-3 系统开环频率特性的绘制	117
5-4 Nyquist 稳定判据和系统的相对稳定性	128
5-5 闭环系统的频域性能	142
习题	147
第六章 控制系统的校正	151
6-1 概述	151
6-2 线性系统的基本控制规律	153
6-3 相位超前校正装置和相位迟后校正装置及其特性	159
6-4 串联校正	164
6-5 反馈校正	172
6-6 复合校正	176
习题	180
第七章 非线性系统的分析	183
7-1 关于非线性系统的基本概念	183
7-2 相平面法	187
7-3 相平面分析	203
7-4 描述函数法	214
7-5 非线性系统的描述函数分析	223
习题	228
第八章 采样控制系统	231
8-1 采样控制系统引论	231
8-2 采样过程及采样定理	232
8-3 保持器	235
8-4 差分方程	238
8-5 z 变换	239
8-6 脉冲传递函数	247
8-7 线性采样系统的稳定性分析	252
8-8 采样系统的稳态误差分析	256
8-9 采样系统的暂态响应与脉冲传递函数极点、零点分布的关系	257
8-10 最少拍采样控制系统设计	262
习题	268
参考文献	270

第一章 概 论

1-1 概 述

自动控制理论课程主要阐述的是有关自动控制技术的基础理论。当前,现代工业、农业、国防和科学技术发展的一个明显而重要的趋势是越来越广泛而深刻地引入了控制理论。例如,数控机床、工业机器人、电气液压伺服系统、微细工程、机床动态分析、动态测试、锻压和焊接自动化设备、精密仪器等都要用到自动控制理论的基础知识。尽管从历史的发展来看,这还是初步的,但从发展的现状与前途看,这却是极活跃、极富生命力的。控制理论不仅是一门极为重要的科学,而且也是科学方法论之一。因此本课程是一门非常重要的技术基础课。

所谓自动控制,就是在没有人直接参与的情况下,使生产过程或被控对象的某些物理量准确地按照预期规律变化。例如,程序控制机床能够按预先排定的工艺程序自动地进行刀切削,加工出预期的几何形状;焊接机器人可按工艺要求焊接流水线上的各个机械部件;温度控制系统能保持恒温等等。所有这些系统都有一个共同点,即它们都是一个或一些被控制的物理量按照给定量的变化而变化。给定量可以是具体的物理量,例如电压、位移、角度等,也可以是数字量。如果给定量是恒定的,一般把这种系统叫做恒值调节系统,如稳压电源、恒温控制系统。如果被调量随着给定量(也叫输入量)的变化而变化,则是调节系统或随动系统,例如转速调节系统、位置随动系统等。一般地说,如何使被控制量按照变化规律而变化,这就是控制系统所要解决的基本任务。学习自动控制这门科学技术要解决两个问题:一是如何分析某个给定控制系统的工作原理,元部件组成,分析这个系统的稳定性和品质;二是如何根据生产的需要进行控制系统的设计,并用机、电、光、液压元件或设备来实现这一系统。前者主要是分析系统,后者主要是设计或综合,但无论要解决哪一个问题,都必须具有丰富的控制理论知识。

控制论是自动控制、电子技术、计算机科学等多种学科相互渗透的产物。控制论是在20世纪40年代酝酿形成,而在50年代以后才得到蓬勃发展的。新兴学科控制论的奠基人N·维纳从1919年就已经萌发控制论的思想,1940年他提出了数字电子计算机的5点建议,后来计算机的问世证明了他的设计思想是正确的。第二次世界大战期间,维纳参加了火炮自动控制的研究工作,他把火炮自动打飞机的动作与人狩猎的行为做了对比,并且发现了极重要的反馈概念。他认识到,稳定活动的方法之一是把活动的结果所决定的一个量,作为信息的新的调节部分,再反馈回控制仪器中,这就是负反馈。即使驾驶一辆车的人类活动,都是由负反馈调节着。人们不是按照固定的模式来操纵车上的驾驶盘,而是发现靠左了,就向右边做一个校正,反之亦然。因此他认为,目的性行为可以用反馈来代替,把目的性行为这个生物所特有的概念赋予机器。于是,维纳等在1943年发表了《行为,目的和目的论》,加上火炮自动控制研制成功,这些就是控制理论萌芽的重要标志。

1948年,维纳所著《控制论》的出版,标志着这门学科의正式诞生。

20世纪50年代以后是控制论的发展时期,一方面,火炮及导弹控制技术极大地发展,数控、电力、冶金自动化技术突飞猛进;另一方面,控制理论也日渐成熟。1954年,我国科学家钱学森在美国运用控制论的思想和方法,首创了工程控制论,把控制论推广到工程技术领域。接着,又相继出现了生物控制论、经济控制论和社会控制论。目前,控制论正在继续发展。

根据自动控制技术发展不同阶段,控制理论可分为“古典控制理论”和“现代控制理论”两大部分。

“古典控制理论”的内容是以传递函数为基础,主要研究单输入、单输出这类控制系统的分析和设计问题。

“现代控制理论”是在“古典控制理论”的基础上,于20世纪60年代以后发展起来的。它的主要内容是以状态空间法为基础,研究多输入、多输出、变参数、非线性、高精度、高效能等控制系统的分析和设计问题。最优控制、最佳滤波、系统辨识、自适应控制等理论都是这一领域主要的研究课题,特别是近年来由于电子计算机技术和现代应用数学研究的迅速发展,又使现代控制理论在大系统理论和模仿人类智能活动的人工智能控制等方面有了重大发展。

由于学时限制,本课程只涉及古典控制理论,现代控制理论的一些内容将在后续课及研究生课程中讲到。

1-2 控制理论在工程中的应用

控制理论在工程中的应用大致可分为3类。

一、研究工程技术中广义系统的动力学问题

例如图1-1所示的质量弹簧阻尼系统。图中 m 、 f 、 k 分别表示质量、粘性摩擦系数和弹簧刚度。当质量受外力 $F(t)$ 作用时,其位移为 $y(t)$,则系统的动力学方程为

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{y}(t) + f\dot{y}(t) + ky(t) &= F(t) \\ y(0) = y_0; \dot{y}(0) &= \dot{y}_0 \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

$mp^2 + fp + k$ 为方程(1-1)的特征式($p = \frac{d}{dt}$),它与系统本身的结构和参数有关,反映了与外界无关的系统本身的特性。 $F(t)$ 称为系统的输入, $y(t)$ 称为系统的输出。

广义系统如图1-2所示,用控制理论来分析可归结为如下5个方面:

- (1) 当系统已定,输入已知时,求系统的输出响应,并通过输出来研究系统本身의有关问题,此即系统分析问题;
- (2) 当系统已给出时,确定输入,使输出尽可能符合给定的最佳要求,此即最优控制问题;
- (3) 当输入已知时,确定系统,使得输出尽可能符合给定的最佳要求,此即最优设计问题;
- (4) 当输出已知时,确定系统,以识别输入或输入中的有关信息,此即滤波与预测问题;

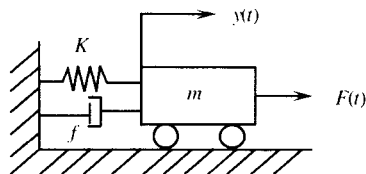


图 1-1 质量弹簧阻尼系统

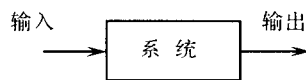


图 1-2 系统模型

(5) 当输入与输出均为已知时,求出系统的结构和参数,即建立系统的数学模型,此即系统辨识问题。

二、研究反馈控制系统的性能和设计

1788年瓦特发明的蒸汽机离心调速器就是一个自动调节系统。离心机构组成的检测装置,对蒸汽进行流量控制。因此这一反馈作用是人们设计制作的,并不是固有的,如图 1-3 所示。现以它为例来对反馈加以说明。

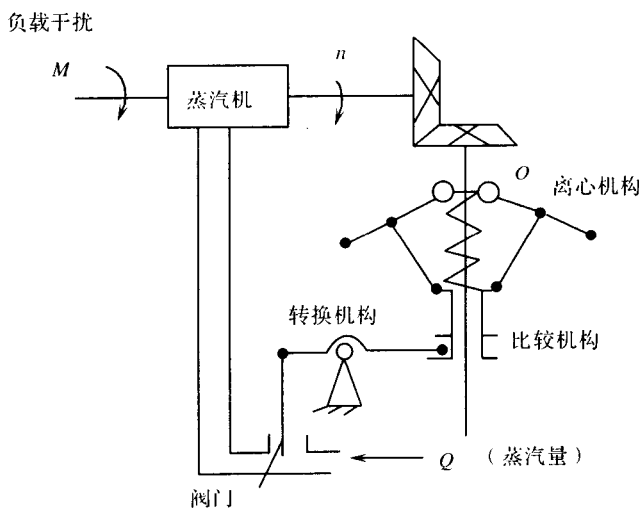


图 1-3 离心调速器

由离心机构、比较机构、转换机构等组成的离心调速器,调节进入蒸汽机的蒸汽量 Q ,使得蒸汽机在工作负荷(输出轴扭矩 M)不同时,输出(输出轴转速 n)保持不变。例如,当外界负荷变化使 M 减小时,由于蒸汽带入的功率未变,输出轴转速 n 上升,而 n 一上升,离心机构就以 O 点为支点进一步张开,使比较机构的滑套上升,通过转换机构的杠杆,使调节阀的阀门下降,减小 Q ,使 n 下降逐渐趋向原值(给定值);反之,当外界负荷变化使 M 加大时, n 下降,此时,离心调速器可使 n 回升并逐渐趋向原值。显然,蒸汽机输出轴的转速 n 通过离心调速器调节蒸汽量 Q ,进而调节 n 本身。这就是转速 n 本身的交互作用或反馈。

电气液压伺服系统也是反馈控制系统。数控机床、计算机控制的精密工作台,甚至整个自动生产线都可以作为反馈控制系统来研究。

三、研究生产过程的组织和管理

整个生产组织与管理同生产过程一起,组成了一个不可分割的制造系统,现代制造工艺的概念正是建立在研究这样一个动态系统的基础上。这也是用控制理论来研究现代制造业的极重要方面,但这已远超出本书的范围。

目前,控制论在制造领域中应用最为活跃的有下述几个方面:

(1) 制造过程正在向“自动化”与“最优化”结合的方向,以及机电一体化方向发展。如机床的数字控制;自适应控制和柔性自动生产线;工业机器人的研究和应用;部件及产品的自动装配;产品的自动和半自动测量和检验;具有视觉功能及其他人工智能的智能控制机器的应用;计算机集成制造系统 CIMS 等。

(2) 制造和加工过程的动态研究。现代加工过程的精度要求越来越高,这就要求把加工过程如实地作为动态系统加以研究,包括计算机仿真及优化。

(3) 在产品的设计方面,充分考虑产品与设备的动态特性,然后建立它们的数学模型,进行优化设计,包括计算机辅助设计和试验的研究。

(4) 在动态过程或参数测试方面,正在以控制理论作为基础,向着动态测试方向发展。动态精度、动态位移、振动、噪声、动态力与动态温度等的测量,从基本概念、测试手段到测试数据的处理方法无不同控制理论息息相关。

总之,控制理论、微处理技术同制造技术的结合,机电一体化的结合,将促使工程领域中的试验、研究、设计、制造、管理等各个方面发生巨大的变化。

1-3 自动控制系统的基本概念

在各种生产过程和生产设备中,常常需要使其中某些物理量(如温度、压力、位置、速度等)保持恒定,或者让它们按照一定的规律变化。要满足这种需要,就应该对生产机械或设备进行及时的控制和调整,以抵消外界的扰动和影响。下面介绍自动控制系统如何对这些物理量实现自动控制。

一、自动控制系统工作原理

首先研究恒温系统这个例子。实现恒温控制有两种办法:人工控制和自动控制。图 1-4 所示为人工控制的恒温箱。人们可以通过调压器改变电阻丝的电流,以达到控制温

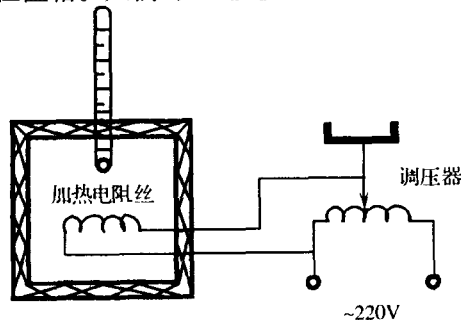


图 1-4 人工控制的恒温箱

度的目的。箱内温度是由温度计测量的。人工调节过程可归结如下：

- (1) 观测由测量元件(温度计)测出的恒温箱的温度(被控制量)。
- (2) 与要求的温度值(给定值)进行比较,得出偏差的大小和方向。
- (3) 根据偏差的大小和方向再进行控制。当恒温箱温度高于所要求的给定温度时,就移动调压器使电流减小,温度降低。若温度低于给定的值,则移动调压器,使电流增加,温度升到正常范围。

因此,人工控制的过程就是测量、求偏差、再控制以纠正偏差的过程。简单地讲,就是“检测偏差并用以纠正偏差”的过程。

对于这样简单的控制形式,如果能找到一个控制器代替人的职能,那么这样一个人工调节系统就可以变成自动控制系统了。图1-5就是一个自动控制系统。其中,恒温箱的温度是由给定信号电压 u_1 控制的。当外界因素引起箱内温度变化时,作为测量元件的热电偶,把温度转换成对应的电压信号 u_2 ,并反馈回去与给定信号 u_1 相比较,所得结果即为温度的偏差信号 $\Delta u = u_1 - u_2$ 。经过电压、功率放大后,用以改变电动机的转速和方向,并通过传动装置拖动调压器动触头。当温度偏高时,动触头向着减小电流的方向运动,反之加大电流,直到温度达到给定值为止。即只有在偏差信号 $\Delta u = 0$ 时,电机才停转,这样就完成了所要求的控制任务。而所有这些装置便组成了一个自动控制系统。

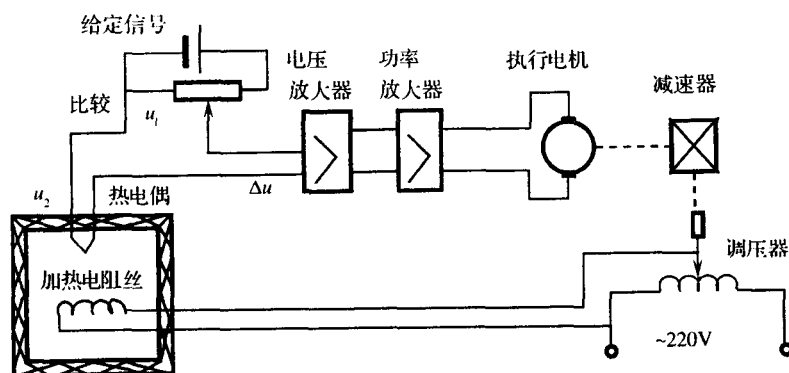


图 1-5 恒温箱的自动控制系统

上述人工控制系统和自动控制系统是极相似的。执行机构类似于人手,测量装置相当于人的眼睛,控制器类似于人脑。另外,它们还有一个共同的特点,就是都要检测偏差,并用检测到的偏差去纠正偏差,可见没有偏差就没有调节过程。在自动控制系统中,这一偏差是通过反馈建立起来的。给定量也叫控制系统的输入量,被控制量称为系统的输出量。反馈就是指输出量通过适当的测量装置将信号全部或部分返回输入端,使之与输入量进行比较,比较的结果叫偏差。因此基于反馈基础上的“检测偏差用以纠正偏差”的原理又称为反馈控制原理。利用反馈控制原理组成的系统称为反馈控制系统。

图1-6所示为恒温箱温度自动控制系统职能方框图。图中⊗代表比较元件,箭头代表作用的方向。从图中可以看到反馈控制的基本原理。也可以看到,各职能环节的作用是单向的,每个环节的输出是受输入控制的。总之,实现自动控制的装置可各不相同,但反馈控制的原理却是相同的,可以说,反馈控制是实现自动控制最基本的方法。

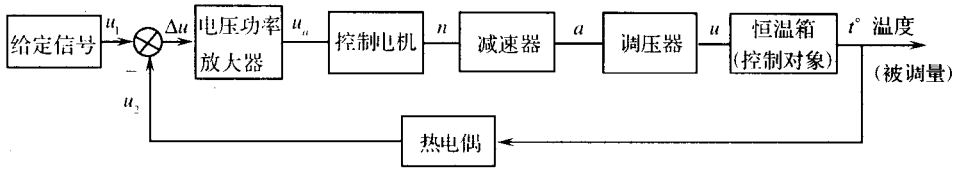


图 1-6 恒温箱温度自动控制系统职能方框图

二、开环控制与闭环控制

工业上用的控制系统,根据有无反馈作用又可分为两类:开环控制与闭环控制。

1. 开环控制系统

如果系统的输出端和输入端之间不存在反馈回路,输出量对系统的控制作用没有影响,这样的系统称为开环系统。图 1-7 所示的电机转速控制系统就是开环控制的。当给定电压改变时,电机转速也跟着改变,但这个控制系统经受不住负载力矩变化时对转速的影响。

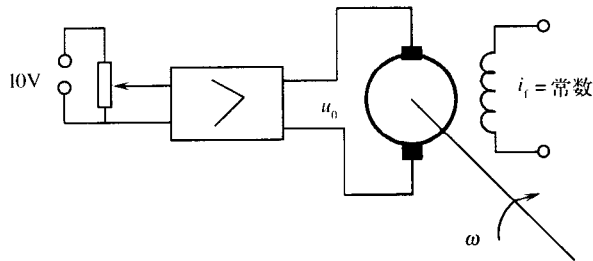


图 1-7 电机转速控制系统

2. 闭环控制系统

图 1-8 是一个反馈控制系统,也叫做闭环控制。

这种系统的特点是系统的输出端和输入端之间存在反馈回路,即输出量对控制作用有直接影响。闭环的作用就是应用反馈来减少偏差。

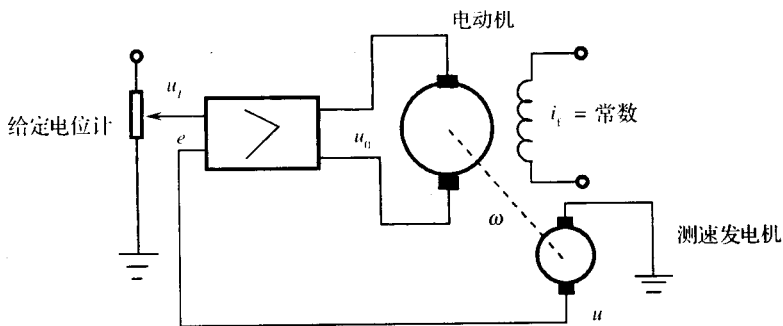


图 1-8 闭环调速系统原理图

闭环控制的突出优点是精度高,不管什么干扰,只要被控制量的实际值偏离给定值时,闭环控制就会产生控制作用来减小这一偏差。图 1-8 所示的闭环调速系统就能大大

降低负载力矩对转速的影响,例如负载加大,转速当时就会降低,但有了反馈,偏差就会增大,电机电压就会升高,转速又会上升。

闭环系统也有它的缺点,这类系统是检测偏差用以纠正偏差,或者说是靠偏差进行控制。在工作过程中系统总会存在着偏差,由于元件的惯性(如负载的惯性),很容易引起振荡,使系统不稳定。因此精度和稳定性之间的矛盾始终是闭环系统存在的主要矛盾。

从稳定性的角度看,开环系统比较容易建造,结构也比较简单,因为开环系统不存在稳定性问题。

当对整个系统性能要求比较高时,为了解决闭环控制精度与稳定性之间的矛盾,往往将闭环和开环结合在一起应用,即采用复合控制,这是比较合理的。

三、反馈控制系统的基本组成

图 1-9 就是一个典型的反馈控制系统,该图表示了这些元件在系统中的位置和其相互间的关系。由图可以看出,作为一个典型的反馈控制系统应该包括反馈元件、给定元件、比较元件(或比较环节)、放大元件、执行元件及校正元件等。

给定元件:主要用于产生给定信号或输入信号,例如,调速系统的给定电位计。

反馈元件:它测量被调量或输出量,产生反馈信号,该信号与输出量存在确定的函数关系(通常为比例关系)。例如,调速系统的测速发电机。

比较元件:用来比较输入信号和反馈信号之间的偏差。可以是一个差接的电路,它往往不是一个专门的物理元件,有时也叫比较环节。而自整角机、旋转变压器、机械式差动装置却是物理的比较元件。

放大元件:对偏差信号进行信号放大和功率放大的元件。例如伺服功率放大器、电液伺服阀等。

执行元件:直接对控制对象进行操作的元件。例如执行电机、液压电机等。

控制对象:控制系统所要操纵的对象。它的输出量即为系统的被调量(或被控制量),例如机床、工作台等。

校正元件:或称校正装置,用以稳定控制系统,提高性能。有反馈校正和串联校正两种形式。

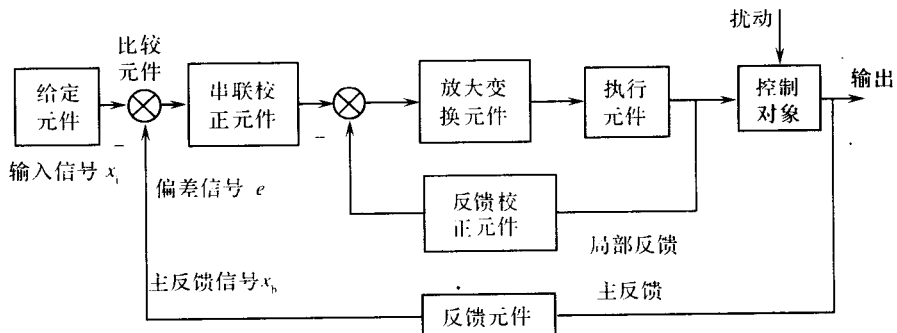


图 1-9 典型的反馈控制系统方框图

四、自动控制系统的基本类型

自动控制系统的类型很多,它们的结构类型和所完成的任务也各不相同。主要可分为以下几种。

1. 按给定量的运动规律分

(1) 恒值调节系统。例如稳压电源,恒温系统等。对于这类系统,分析重点在于克服扰动对被调量的影响。

(2) 程序控制系统。当输入量为已知给定的时间函数时,称为程序控制系统。近年来,由于微处理机的发展,更多地数字程序控制系统投入了运行,如图 1-10 所示。

(3) 随动系统。这种系统的给定量是时间的未知函数,即给定量的变化规律事先无法确定时,要求输出量能够准确、快速地复现给定量,这样的系统称为随动系统,如火炮自动瞄准敌机的系统,液压仿形刀架随动系统等。

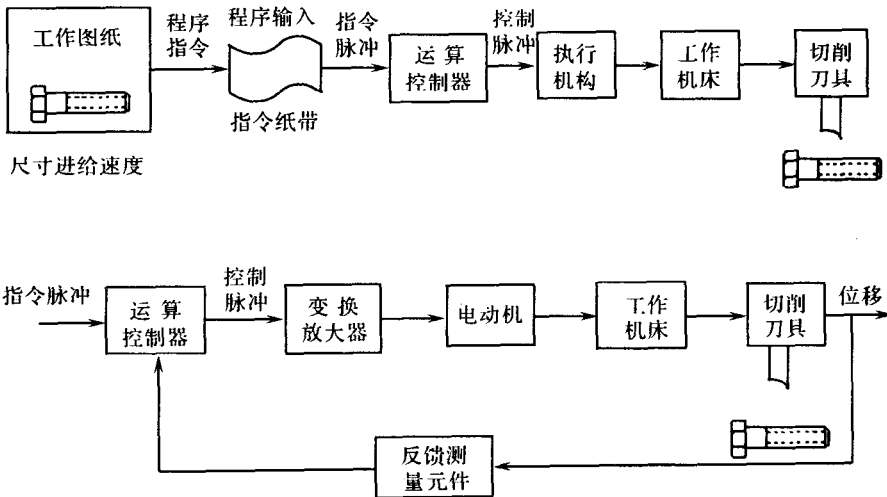


图 1-10 程序控制系统

2. 按系统反应特性分

(1) 连续控制系统。即系统中各个参数的变化都是连续进行的,并可分为线性系统和非线性系统。用线性微分方程描述的系统称为线性控制系统;不能用线性微分方程描述的系统,存在着非线性部件的系统就叫做非线性系统。

(2) 数字控制系统。控制系统的给定量、反馈量、偏差量都是数字量,数值上不连续,时间上也是离散的,一般来说,数字测量、放大、比较给定等部件均由微处理机实现,计算机的输出经转换加给伺服放大器。现在这种系统已随着微处理机的发展而日益增多。

按系统组成元件的物理性质又可分为电气控制系统,液压控制系统等。

五、对控制系统的基本要求

自动控制系统用于不同的目的,要求也往往不一样。但自动控制技术是研究各类控制系统共同规律的一门技术,对控制系统有一个共同的要求,一般可归结为稳定、准确、快

速。

1. 稳定性

由于系统存在着惯性,当系统的各个参数分配不当时,将会引起系统的振荡而失去工作的能力。稳定性就是指动态过程的振荡倾向和系统能够恢复平衡状态的能力。输出量偏离平衡状态后应该随着时间收敛并且最后回到初始的平衡状态。稳定性的要求是系统工作的首要条件。

2. 快速性

快速性是在系统稳定的前提下提出的。快速性是指当系统输出量与给定的输入量之间产生偏差时,消除这种偏差过程的快速程度。

3. 准确性

准确性是指在调整过程结束后输出量与给定的输入量之间的偏差,或称为静态精度,这也是衡量系统工作性能的重要指标。例如,数控机床精度愈高,则加工精度也越高。而一般恒温和恒速系统的精度都可在给定值的1%以内。

由于受控对象的具体情况不同,各种系统对稳、准、快的要求各有侧重,例如,随动系统对快速性要求较高,而调速系统对稳定性提出较严格的要求。

同一系统稳、准、快是相互制约的。快速性好,可能会有强烈振荡;改善稳定性,控制过程又可能过于迟缓,精度也可能变坏。分析和解决这些矛盾,是控制理论研究的中心问题。

习 题

1-1 试回答下列问题:

- (1) 自动控制装置一般包括哪几部分? 论述各部分的职能。
- (2) 比较开环控制系统和闭环控制系统的主要特点,说明其优点、缺点。
- (3) 什么是反馈控制原理?

1-2 在下列过程中,哪些是开环控制? 哪些是闭环控制? 为什么?

- (1) 人驾驶汽车;
- (2) 空调器调节室温;
- (3) 给浴缸放热水;
- (4) 投掷铅球。

1-3 图1-11表示一个水位自动控制系统,试说明输入量、输出量、被控对象和工作原理,并画出方框图。

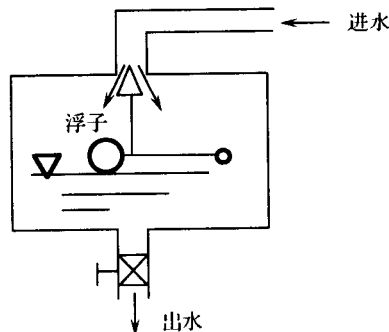


图1-11 题1-3图

第二章 线性系统的数学模型

2-1 引言

控制理论研究的是控制系统的分析与设计方法。为了设计好一个优良的控制系统,必须充分地了解受控对象、执行机构及系统内一切元件的运动规律。所谓运动规律是指它们在一定的内外条件下所必然产生的相应运动。内外条件与运动之间存在着固定的因果关系,这种关系大部分可以用数学形式表示出来,这就是控制系统运动规律的数学描述。我们把描述系统动态特性及各变量之间关系的数学表达式称为系统的数学模型。有了数学模型,通过求解,就可以得到某些物理量随时间变化的规律。

反馈控制的目的是:在存在外部扰动和内部参数变化的条件下,也能使系统的输出准确地跟踪参考输入。这个目的在系统的分析和设计过程中可以具体化为控制系统的指标,例如后面要讨论的相对稳定性、准确性和响应速度的指标,而这些指标可以用系统的响应特性(时域或频域)来表征。

建立控制系统的数学模型,是研究和解决实际问题的第一步,也是控制理论的基础。建立数学模型有两种基本方法:机理分析法和实验辨识法。实际上只有部分系统的数学模型能根据机理用分析推导的方法求得,而另外有相当多数量的系统的数学模型需要通过实验辨识方法去建立。考虑到课程之间的分工与配合,本章着重讨论建模的指导思想和建模的一般原理,阐述数学模型的特点和性质,不用过多的篇幅去推导具体系统的数学模型。

本章内容限于线性定常系统的数学模型。

一、系统数学模型的特点

实际系统的数学模型是复杂多样的,具体建模时,要结合研究的目的、条件合理地进行建模,才能有效地达到研究系统的目的。系统的数学模型具有以下几个共同的特点。

(1) 相似性。实际中存在的许多工程控制系统,不管它们是机械的、电动的、气动的、液动的、生物学的、经济学的等等,它们的数学模型可能是相同的,就是说它们具有相同的运动规律。因而在研究这种数学模型时,人们就不再考虑各系数的物理意义,只是把它们看成抽象的参数。只要数学模型形式上相同,不管变量用什么符号,它的运动性质是相同的。对这种抽象的数学模型进行分析研究,其结论自然具有一般性,普遍适用于各类相似的物理系统。因此,相似系统是可以相互模拟研究的。

(2) 简化性和准确性。同一个物理系统,数学模型不是惟一的。由于精度要求和应用条件不同,可以用不同复杂程度的数学模型来表达。这是因为具体的物理系统,各物理量之间的关系是复杂的,一般都有非线性存在,而且参数不可能是集中参数。因此,要想做到数学描述的准确性,真正的系统数学模型应该是非线性的偏微分方程。但是求解非

线性方程和偏微分方程是相当困难的,有时甚至是不可能的。这样,即使方程建立的再准确也是毫无意义的。为了使方程有解,而且比较容易地求出解,常在误差允许的条件下,忽略一些对特性影响较小的物理因素,用简化的数学模型来表达实际的系统。这样,同一个系统,就有完整的、复杂的数学模型和简单的、近似的数学模型。而在建模过程中,应该在模型的准确性和简化性之间作折中考虑,不要盲目强调准确性而使模型过于复杂,以至带来下一步分析上的困难;也不要片面强调模型简单,以致分析结果与实际出入过大。

(3) 动态模型。描述变量各阶导数之间关系的微分方程称为动态数学模型。对于系统性能的全面分析,一般要以动态模型为对象,详细研究各变量的运动特性。

(4) 静态模型。在静态条件下(即变量的各阶导数为零),描述变量之间关系的代数方程称为静态数学模型。静态模型描述各变量之间的关系不随时间变化,在量值上有确定的对应关系。

二、数学模型的类型

描述控制系统数学模型的形式不止一种,时域中常用的数学模型有微分方程、差分方程、脉冲响应函数和状态空间表达式;复域中有传递函数、结构图;频域中有频率特性等。在研究系统性能时,究竟选用哪一种类型好,要依据具体情况,以便于分析为准则。

微分方程是诸模型中最基本的,本章只介绍连续系统中的微分方程、传递函数、动态结构方框图、脉冲响应函数等数学模型。

2-2 控制系统微分方程的建立

在古典控制理论中采用系统的输入与输出描述(或称外部描述),其目的在于通过该数学模型确定被控制量与给定量或扰动量之间的关系,为分析系统创造条件。给定量和扰动量称为系统的输入量,被控量则称为系统的输出量。在输入信号(广义的)的作用下,系统相应的输出亦称为系统的响应。

对物理系统进行输入与输出微分方程描述时,首先要确定系统的输入量和输出量。其次,通过分析研究,提出一些合乎实际的简化系统的假设。接下去是根据物理或化学定律列出描述系统运动规律的一组微分方程。最后消去中间变量,求出描述系统输入与输出关系的微分方程。如果微分方程为线性,且其各项系数均为常数,则称为线性定常系统的数学模型。

列写微分方程的关键是元件或系统所属学科领域的有关规律而不是数学本身。但求解微分方程需要数学工具。

下面举例说明用解析方法建立系统微分方程的过程。

一、电气系统

电气系统中最常见的装置是由电阻、电感、电容、运算放大器等元件组成的电路,又称电气网络。像电阻、电感、电容这类本身不含有电源的器件称为无源器件,像运算放大器这种本身包含电源的器件称为有源器件。仅由无源器件组成的电气网络称为无源网络。如果电气网络中包含有有源器件或电源,就称为有源网络。