

声学译丛

总 第 8 号

超声在工业上的应用

(超声检测专辑)

3

上海市物理学会声学工作委员会主編
上海市科学技术編譯館出版

声学译丛 总第8号

超声在工业上的应用

(超声检测专辑)

第3辑

上海市物理学会声学工作委员会主编

*

上海市科学技术编译馆出版

(上海南昌路59号)

新华书店上海发行所发行 各地新华书店经售

商务印书馆上海厂印刷

*

开本 787×1092 1/16 印张 6 字数 180,000

1963年6月第1版 1963年6月第1次印刷

印数 1—2,000

编 号 : 5005·108

定 价 : 1.00 元

工

出版說明

《声学譯丛》在1962年出版了五冊；即声学譯丛之一——超声物理、声学譯丛之二——超声檢測、声学譯丛之三——超声加工及处理、声学譯丛之四——建筑声学和声学譯丛之五——超声診斷。为了使本譯丛的出版更有系統以便利讀者了解譯丛的全貌起見，我們决定对譯丛的体系作如下的調整：

- 一、《声学譯丛》每期都編有总号，說明譯丛的总冊數。
- 二、《声学譯丛》暫分为：“超声物理”、“超声在工业上的应用”(包括超声檢測、超声加工及处理)、“超声医学”(包括超声診斷和治疗)、“建筑声学”和“电声学”等五种。每一种另編分号，說明每种的輯数。
- 三、1962年已出版的五冊，編为本譯丛总第1—5号，从1963年开始，譯丛編号順序，即按調整后的体系从总第6号起依次排列。現将已出版的和即將出版的情况按譯丛的新体系列表于后：

附表：声学譯丛体系及出版情况

| 总 编 号 | 譯 丛 名 称 及 分 号 | 出 版 情 况 |
|-----------|----------------------------------|------------------|
| 声学譯丛总第1号 | 超声物理(1)(原称：声学譯丛之一——超声物理) | 已 出 版 |
| 声学譯丛总第2号 | 超声在工业上的应用(1)(原称：声学譯丛之二——超声檢測) | 已 出 版 |
| 声学譯丛总第3号 | 超声在工业上的应用(2)(原称：声学譯丛之三——超声加工及处理) | 已 出 版 |
| 声学譯丛总第4号 | 建筑声学(1)(原称：声学譯丛之四——建筑声学) | 已 出 版 |
| 声学譯丛总第5号 | 超声医学(1)(原称：声学譯丛之五——超声診斷，分五个分冊出版) | 已 出 版 |
| 声学譯丛总第6号 | 超声物理(2) | 已 出 版 |
| 声学譯丛总第7号 | 超声物理(3)(換能器專輯) | 已 出 版 |
| 声学譯丛总第8号 | 超声在工业上的应用(3)(超声檢測專輯) | 即 本 輯 |
| 声学譯丛总第9号 | 超声在工业上的应用(4)(超声加工及处理專輯) | 将于 1963 年 6 月 出版 |
| 声学譯丛总第10号 | 建筑声学(2)(室内声学和响度計量專輯) | 将于 1963 年 7 月 出版 |
| 声学譯丛总第11号 | 建筑声学(3)(噪声隔絕与降低專輯) | 将于 1963 年 9 月 出版 |

目 录

| | |
|----------------------------------|----|
| 1. 由近声源处的測量來計算远場輻射图形..... | 1 |
| 2. 有源声納探測的最佳頻率..... | 4 |
| 3. 引导原子潜艇的現代声納系統 | 11 |
| 4. 超声波脉冲宽度与回声訊号强度的关系 | 20 |
| 5. 应用緊湊的扫掠系統的捕魚声納 | 23 |
| 6. 应用回声測深仪对由魚体反射来的訊号作定量的估价 | 27 |
| 7. 魚体的声学特性 | 36 |
| 8. 超声波方法測量彈性模量的摘要和参考文献 | 38 |
| 9. 在高温下測量固体彈性性质的超声新方法 | 47 |
| 10. 超声流量計的設計 | 50 |
| 11. 超声流量計的一般理論概要 | 56 |
| 12. YPT-5 谱振型超声厚度計 | 61 |
| 13. 超声密度計 | 66 |
| 14. 声学測温法 | 69 |
| 15. 超声波应力分析 | 71 |
| 16. 双管式声学气体分析仪 | 75 |
| 17. 超声波的多普勒效应在测距装置中的应用 | 77 |
| 18. 超声頻閃观测仪 | 84 |
| 19. 超声敏感与轉換系統 | 89 |
| 20. 怎样建造水声測量箱 | 90 |

1. 由近声源处的测量来计算远场辐射图形

C. W. Horton, G. S. Innis, Jr.

J. Acoust. Soc. Am., Vol. 33, No. 7. p. 877~880 (1961) [英文]

一般原理

近年来,由接近声源处的测量,来计算远场辐射图形的问题,对于水声学中的实际工作,已经显得日益重要了。对这个问题以格林函数求解的方法,是大家所熟悉的,可以叙述如下^[1]: 设有一声源或一群声源位于一封闭面 s 的内部,而 n 是封闭面向外的法线, ζ 是 s 面上一典型点, P 为 s 面之外的场中的一个点,即需要计算声压的点。本文将限于讨论依赖于时间函数 $\exp(-i\omega t)$ 的周期场。

场中 P 点的声压由下式给出:

$$p(P) = \frac{1}{4\pi} \int_s \left[p(Q) \frac{\partial}{\partial n} G(P, Q) - G(P, Q) \frac{\partial p(Q)}{\partial n} \right] dA(Q) \quad (1)$$

其中 $G(P, Q)$ 是非齐次 Helmholtz (赫姆霍兹) 方程 $\nabla^2 G(P, Q) + k^2 G(P, Q) = -4\pi\delta(P, Q)$ (2) 这就是在 Q 点的周期性单个声源的波动方程的一个解。如果我们选定 $G(P, Q)$ 为一简单的函数 $\exp(i\omega R)/R$, (其中, R 是由 Q 点至 P 点的距离), 就可得到著名的赫姆霍兹公式^[2]:

$$p(P) = \frac{1}{4\pi} \int_s \left[p(Q) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{ikR}}{R} \right) - \frac{e^{ikR}}{R} \frac{\partial p(Q)}{\partial n} \right] dA(Q) \quad (3)$$

另一方面,如果确定 $G(P, Q)$ 为式(2)之解,它在整个 s 面上的值为零,则可写成简洁的形式如下:

$$p(P) = \frac{1}{4\pi} \int p(Q) \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n} dA(Q), \quad (4)$$

使用方程(3)的优点,在于函数 G 的形式比较简单,但由于必须先知道 s 面上的 p 和 $\frac{\partial p}{\partial n}$, 因而上述优点就被抵消了一部分。

可以指出,这些公式都是一些数学理论,它们和存在于封闭面 s 内部的具体物体(如换能器)完全无关。对于方程(4),我们不能明确地说,在 s 面上 p

和 $\frac{\partial p}{\partial n}$ 彼此无关。

新近, Pachner^[3] 提出了一种方法,能够根据 s 面上的 $p(Q)$ 值, 来计算 $p(P)$ 。因为 Pachner 没有将他的方法与方程(3)或(4)中的任何一个联系起来, 所以, 如果来分析他的方法, 并就此说明它与方程(4)有关, 就是十分有意义的事了。本文第二部分将说明 Pachner 对这个问题的解, 在长球面坐标中, 精确地等效于方程(4)。这里包含着由 Pachner 作为一种特殊情况讨论过的球面坐标。在各种不同的坐标系统中, 波动方程具有不同的形式, 而上述的等效性似乎在每一种坐标系统中, 都是成立的, 然而作者并没有能找到一个与坐标系统无关的普遍性证明, 因为这个证明取决于象特殊函数中所包含的 Wronskian (朗斯基) 的特性。

Pachner 的方法的依据是: 假定能写出一个波动方程的普遍解, 它仅仅包含向外发出的“辐射形状”的波和在整个封闭表面 s 上构成一个完整系统的表面函数, 这样, 例如在长球面坐标中, 便可写出^[4]:

$$p(\eta, \phi, \xi) = \sum_{mn} \{ A_{mn} \cos m\phi + B_{mn} \sin m\phi \} \times s_{mn}(c, \eta) R_{mn}^{(s)}(c, \xi) / R_{mn}^{(s)}(c, \xi_s) \quad (5)$$

在 $\xi = \xi_s$ 的地方, 即为封闭面 s ; 在此封闭面上我们对声压 $p_0(\eta, \phi)$ 进行实验测量, $R_{mn}^{(s)}(c, \xi)$ 是一个与第一类 Hankel 函数相仿的径向函数, 它在无限大时满足 Sommerfeld 的辐射条件。Pachner 规定用下面的展开式来选择系数 A_{mn} 和 B_{mn}

$$p_0(\eta_0, \phi_0) = \sum_{mn} \{ A_{mn} \cos m\phi_0 + B_{mn} \sin m\phi_0 \} S_{mn}(c, \eta_0), \quad (6)$$

式中的零下标, 表示变数取在 $\xi = \xi_s$ 的表面上。当系数已被这个关系确定时, 我们将这些数值代入方程(5), 并对 $R_{mn}^{(s)}(c, \xi)$ 采取渐近的形式, 来确定远场辐射图形。

从所有这些方法中, 我们知道, 必须把 s 面上的声压 p_0 的幅度和相位都测量出来。要测量这些与激励着的声源有关的相位是方便的。

方程(4)和(5)的等效

本节的目的在于說明，在长球面坐标中，方程(5)和(6)与在方程式(4)中使用第二格林函数时等效。对于格林函数 $G(P, Q)$ ，Flammer^[5]给出如下的展开式，其中 $G(P, Q)$ 在 $\xi = \xi_0$ 的表面上为零；在点 (η, ϕ, ξ) , $\xi > \xi_0$ 时，成为极简单的象 e^{ikR}/R 的形式。

$G(P, Q)$

$$= i \cdot 2k \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=-m}^{\infty} \frac{2 - \delta_{0m}}{N_{mn}} S_{mn}(c, \eta) S_{mn}(c, \eta_0) \cos m(\phi - \phi_0) \\ \times \left[R_{mn}^{(1)}(c, \xi_0) - \frac{R_{mn}^{(1)}(c, \xi_0)}{R_{mn}^{(3)}(c, \xi_0)} R_{mn}^{(3)}(c, \xi_0) \right] \\ \times R_{mn}^{(3)}(c, \xi), \quad (7)$$

現在此处 (η_0, ϕ_0, ξ_0) 的一点不是 $\xi = \xi_0$ 面上，而是位于 $\xi_0 < \xi < \xi_0$ 的区域内。对 ξ_0 取导数后， ξ_0 即可接近于 ξ_0 。对取决于 Flammer 方程(3.1.32)和(3.1.33)的函数 S_{mn} 来說， N_{mn} 是一个校正因数。

在引入测量用的系数 h_η , h_ϕ 和 h_ξ 之后，方程式(4)的形式有所变更，这些系数是由 Flammer 在他的方程(2.2.2a)中确定的，这就给出

$$dA(Q) \frac{\partial}{\partial n} \Big|_{\xi_0=\xi_0} = \left(\frac{h_\eta h_\phi}{h_\xi} \right) d\eta_0 d\phi_0 \frac{\partial}{\partial \xi_0} \Big|_{\xi_0=\xi_0} \\ = \frac{d}{2} (\xi_0^2 - 1) d\eta_0 d\phi_0 \frac{\partial}{\partial \xi_0} \Big|_{\xi_0=\xi_0}$$

方程(4)就成为：

$$p(P) = \frac{d}{8\pi} (\xi_0^2 - 1) \int_0^{2\pi} d\phi_0 \\ \times \int_{-1}^{+1} p_0(\eta_0, \phi_0) \frac{\partial G(P, Q)}{\partial \xi_0} \Big|_{\xi_0=\xi_0} d\eta_0 \quad (8)$$

$\frac{\partial G}{\partial \xi_0}$ 的求解是简单的。在求解时利用了朗斯基(Wronskian)的关系式：

$$R_{mn}^{(3)}(c, \xi) R_{mn}^{(1)\prime}(c, \xi) - R_{mn}^{(1)}(c, \xi) R_{mn}^{(3)\prime}(c, \xi) \\ = \frac{-i}{c(\xi^2 - 1)} \quad (9)$$

将(7)代入(8)，并利用(9)，可得：

$$p(P) = \frac{1}{2\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=-m}^{\infty} \frac{2 - \delta_{0m}}{N_{mn}} S_{mn}(c, \eta) \frac{R_{mn}^{(3)}(c, \xi)}{R_{mn}^{(3)}(c, \xi_0)} \\ \times \int_0^{2\pi} d\phi_0 \int_{-1}^{+1} p_0(\eta_0, \phi_0) S_{mn}(c, \eta_0) \\ \times \cos m(\phi - \phi_0) d\eta_0 \quad (10)$$

現在再来說明可由 Pachner 的規定得到同样的方程。正弦和余弦函数的正交性是大家所熟知的，与 S_{mn} 有关的方程是 Flammer 的方程(3.1.32)。把这些公式应用于方程(6)，可得：

$$A_{mn} = \frac{2 - \delta_{0m}}{2\pi N_{mn}} \int_0^{2\pi} d\phi_0 \int_{-1}^{+1} p_0(\eta_0, \phi_0) \\ S_{mn}(c_0, \eta_0) \sin m\phi_0 d\eta_0$$

和

$$B_{mn} = \frac{2 - \delta_{0m}}{2\pi N_{mn}} \int_0^{2\pi} d\phi_0 \int_{-1}^{+1} p_0(\eta_0, \phi_0) \\ S_{mn}(c, \eta_0) \sin m\phi_0 d\eta_0$$

我們很容易得出：

$$\{ A_{mn} \cos m\phi + B_{mn} \sin m\phi \} \\ = \frac{2 - \delta_{0m}}{2\pi N_{mn}} \int_0^{2\pi} d\phi_0 \int_{-1}^{+1} p_0(\eta_0, \phi_0) S_{mn}(c, \eta_0) \\ \times \cos m(\phi - \phi_0) d\eta_0 \quad (11)$$

将方程(11)代入方程(5)，即可得方程(10)。證明完毕。

对方程(3)的近似簡化

将方程(3)和(10)对比之后可以看出：如果能測量声压的法向梯度，或者找到一些能够免除这种測量的近似关系，则赫姆霍茲方程的用途还是很值得注意的。假定换能器的曲率半徑可与波长比較，并假定换能器表面的相位变化率不很大。則似乎可以作一个第一級近似的假定，即將换能器附近的波場看作一种沿换能器表面法向傳布的平面波，按照这样的近似关系，应有：

$$\frac{\partial p}{\partial n} \approx ikp \quad (12)$$

在球面波和柱面波的情况下，对于足够大的 kr ，声压的法向梯度可表示为^[6]：

$$\frac{\partial p}{\partial n} = ikp + O(1/(kr)^2),$$

因此，我們只需要由經驗来决定，上述的近似关系所适用的 kr 可以小到什么程度。

第二个近似关系，通常是应用赫姆霍茲公式(3)，假定場中的 P 点离开声源甚远，除指数函数 $\exp(ikR)$ 外，可以将可变距离 $R = PQ$ 可看作一常数，即仅需考慮 R 的展开式中的“綫性項”。这就是常見的 Fraunhofer 近似关系。将上述两种近似关系和方程(12)代入方程(3)，經過一系列的代数运算(見附录)可以得到如下的輻射公式：

$$p(P) = (e^{ikr}/kr) \psi(\eta, \phi), \quad (13)$$

其中 r 为球体坐标原点至場中 P 点的距离。在球体坐标中的指向函数 $\psi(\eta, \phi)$ 定义为：

$$\psi(\eta, \phi) = -\frac{i}{4\pi} \int_s [1 + G + H \cos(\phi_0 - \phi)] \\ \times \exp[iE + iF \cos(\phi_0 - \phi)] p_0(\eta_0, \phi_0) da_0 \quad (14)$$

其中 da_0 是一个面积的无量纲单位, 而

$$E = -c\eta\eta_0\xi_s$$

$$F = -c[(1-\eta^2)(1-\eta_0^2)(\xi_s^2-1)]^{\frac{1}{2}}$$

$$G = \eta\eta_0[(\xi_s^2-1)/(\xi_s^2-\eta_0^2)]^{\frac{1}{2}}$$

$$H = \xi_s[(1-\eta^2)(1-\eta_0^2)/(\xi_s^2-\eta_0^2)]^{\frac{1}{2}}$$

$$c = kd/2$$

$$da_0 = c^2[(\xi_s^2-\eta_0^2)(\xi_s^2-1)]^{\frac{1}{2}}d\eta_0d\phi_0$$

在下节所述的实际试验中, 声源是对称于椭球轴的, 因此 $p_0(\eta_0, \phi_0)$ 并不取决于角 ϕ_0 , 利用这一简化, 我们可以对 ϕ_0 积分给出如下的角度关系:

$$\begin{aligned} \psi(\eta, \phi) &\cong \frac{i}{2} c^2 (\xi_s^2 - 1)^{\frac{1}{2}} \int_{-1}^{+1} [(1+G) J_0(F) \\ &+ i H J_1(F)] \times e^{iE} (\xi_s^2 - \eta_0^2)^{\frac{1}{2}} p_0(\eta_0) d\eta_0 \end{aligned} \quad (15)$$

式中 J_0 和 J_1 为第一类贝塞尔(Bessel)函数。为了进行比较, 有必要在与 ϕ_0 无关的特殊情况下重复使用方程式(10)。在远场中我们有下列角度关系:

$$\begin{aligned} \psi(\eta, \phi) &\cong +i \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-i)^n S_{0n}(c, \eta)}{N_{0n} R_{0n}^{(3)}(c, \xi_s)} \int_{-1}^{+1} p_0(\eta_0) \\ &\times S_{0n}(c, \eta_0) d\eta_0 \end{aligned} \quad (16)$$

两种方法的实验测量

为了进行上述两种方法的试验, 在实验测量时, 使用了一个长 33 尺($\approx 2\lambda$)的线型水听器, 以 3490 赫的频率在水下工作。对远场辐射图形和邻近水听器处声压的测量, 是在美国德克萨斯大学国防研究所的 Lake Travis 试验站进行的。

选取 $\xi_s = 1.0125$ 的 s 面, 同时在 $\eta_0 = 0, \pm 0.225, \pm 0.454, \pm 0.643, \pm 0.799, \pm 0.921$ 和 ± 0.985 的十三个点上, 测得这些点对应的 $p_0(\eta_0)$, 利用高斯数值积分法来求出方程(15)和(16)的积分值。如前所述, 声压的幅度和相位两者是均要测量的。图 1 和图 2 分别列出了采用赫姆霍兹(Helmholtz)公式(15)和格林(Green)公式(16)计算远场辐射图形的结果。为了进行比较, 将由实验测得的图形也画在每一图中。在计算方程(16)的展开式时, 取其前面九项之和。

总之, 可以说, 用赫姆霍兹公式和格林公式计算所得的数据, 与本文所述由实验测得的以及其它已经得出的远场辐射图形都是十分接近的。但是, 近似的程度并不是在一切情况下都很好的。这可能是由于方程(12)的近似不够或者高斯积分公式的项数取得太少的缘故。当声压的相位在 s 面上迅速变化

时, 就会产生此种情况。上述方法的使用范围对于各种换能器来说, 是可以确定的。赫姆霍兹公式是较易于应用的, 但需要测量 $\frac{\partial p}{\partial n}$, 这是困难的, 有时, 还牵涉到象方程(12)那样的近似式, 而方程(12)的精确度是未知的。

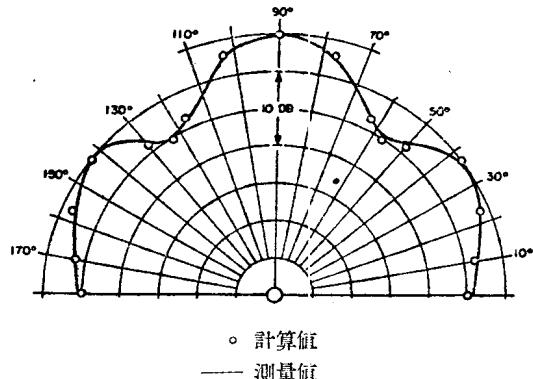


图 1 由线型水听器测量和由赫姆霍兹公式计算所得的远场辐射图形的比较。其中实线为测得的图形, 小圆圈表示计算值

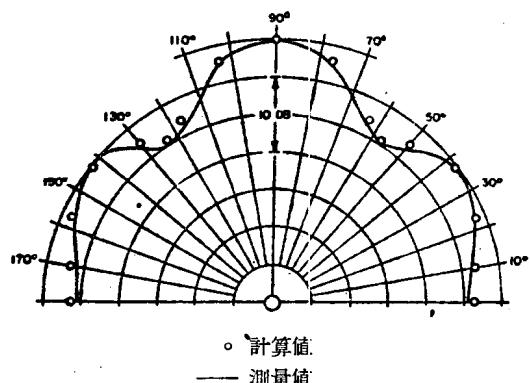


图 2 由线型水听器测量和由格林函数计算所得远场辐射图形的比较。其中实线为测得的图形, 小圆圈表示计算值

附录

在 Fraunhofer 区域中, 近似关系通常可表示为:

$$\frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{ikR}}{R} \right) \approx \frac{ik}{R} e^{ikR} \frac{\partial R}{\partial n} = -\frac{ik \cos \theta}{R} e^{ikR}$$

其中 θ 是 s 面上的法向矢量 n 与由 Q 点指向 P 点的单位矢量之间的夹角。在 Fraunhofer 区域中, 对于由 Q 点指向 P 点的单位矢量, 可以用一个由原点 O 指向 P 点的单位矢量 m 来代替。因此:

$$\cos \theta = m_x n_x + m_y n_y + m_z n_z$$

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_{x,y} &= \lim_{\xi \rightarrow \infty} \left[\frac{(1-\eta^2)(\xi^2-1)}{\xi^2+\eta^2-1} \right]^{\frac{1}{2}} \cos, \sin \phi \\ &= (1-\eta^2)^{\frac{1}{2}} \cos, \sin \phi \\ \mathbf{m}_z &= \lim_{\xi \rightarrow \infty} \frac{\eta \xi}{(\xi^2+\eta^2-1)^{\frac{1}{2}}} = \eta \end{aligned}$$

矢量 \mathbf{n} 平行于由下列三分量組成的矢量。

$$\partial x / \partial \xi|_{ts}, \partial y / \partial \xi|_{ts}, \partial z / \partial \xi|_{ts}$$

于是 $n_{x,y} = \left(\frac{1-\eta_0^2}{\xi_s^2-\eta_0^2} \right)^{\frac{1}{2}} \xi_s \cos, \sin \phi_0,$
 $n_z = \left(\frac{\xi_s^2-1}{\xi_s^2-\eta_0^2} \right)^{\frac{1}{2}} \eta_0,$

所以

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \xi_s \left[\frac{(1-\eta^2)(1-\eta_0^2)}{\xi_s^2-\eta_0^2} \right]^{\frac{1}{2}} \cos(\phi_0 - \phi) \\ &\quad + \eta_0 \eta \left(\frac{\xi_s^2-1}{\xi_s^2-\eta_0^2} \right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

距离 R (定义为 $(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2$ 的非负的平方根) 可展开成一个 $1/\xi$ 的幂級数。近似关系可表示为如下的形式：

$$\begin{aligned} R^2 &= \frac{1}{4} d^2 \{ \{ [(1-\eta^2)(\xi^2-1)]^{\frac{1}{2}} \cos \phi \\ &\quad - [(1-\eta_0^2)(\xi_s^2-1)]^{\frac{1}{2}} \cos \phi_0 \}^2 \\ &\quad + \{ [1-\eta^2](\xi^2-1) \}^{\frac{1}{2}} \\ &\quad \times \sin \phi - [(1-\eta_0^2)(\xi_s^2-1)]^{\frac{1}{2}} \sin \phi_0 \}^2 \\ &\quad + [\eta \xi - \eta_0 \xi_s]^2, \\ &= \frac{1}{4} d^2 \{ (1-\eta^2)(\xi^2-1) \\ &\quad - 2[(1-\eta^2)(1-\eta_0^2)(\xi_s^2-1)(\xi^2-1)]^{\frac{1}{2}} \\ &\quad \cos(\phi_0 - \phi) + (1-\eta_0^2)(\xi_s^2-1) \\ &\quad + \eta^2 \xi^2 - 2\eta \eta_0 \xi \xi_s + \eta_0^2 \xi_s^2 \}, \\ &= \frac{1}{4} d^2 \{ \xi^2 - 2\xi \{ \eta \eta_0 \xi_s \\ &\quad + [(1-\eta^2)(1-\eta_0^2)(\xi_s^2-1)]^{\frac{1}{2}} \\ &\quad \times \cos(\phi_0 - \phi) \} + [1/\xi \text{ 的較高次幕}] \} \end{aligned}$$

所以, 由 $kR/2 = c$, 得

$$kR \cong c\xi - c \{ \eta \eta_0 \xi_s \\ + [(1-\eta^2)(1-\eta_0^2)(\xi_s^2-1)]^{\frac{1}{2}} \cos(\phi_0 - \phi) \}$$

(陈兆治譯 黃广霖审校)

参考文献

- [1] P. M. Morse and H. Feshback, *Methods of Theoretical physics*, Part I (Mc Graw-Hill Book Co. Inc. New York, 1953), p. 806. 此书作者所用的单位法綫方向, 在本文中是負的。
- [2] B. B. Baker and E. T. Copson, *The Mathematical Theory of Huygen's Principle*, 2nd Ed. (Clarendon Press. Oxford, 1950), p. 24.
- [3] J. Pachner. *J. Acoust. Soc. Am.* 28, 86 (1956).
- [4] C. Flammer, *Spheroidal Wave Functions* (Stanford University Press, Stanford, California, 1957). 球坐标的表示法与 C. Flammer 所用的完全相同。
- [5] 参看文献[4]中第 47 頁, 方程(5.2.11). Flammer 的展开式乘以 4π , 是为了消去他的方程(5.2.9)左边一項的分母中的 4π . 注意, 因数 $\cos m(\phi - \phi')$ 已从 Flammer 的方程(5.2.11)及(5.2.12)中略去。
- [6] Claus Müller, *Grundprobleme der Mathematischen Theorie Elektromagnetischer Schwingungen* (Springer-Verlag, Berlin, 1957), p. 83.

2. 有源声納探測的最佳頻率

J. L. Stewart, E. C. Westerfield, M. K. Brandon

J. Acoust. Soc. Am., Vol. 33, No. 9, p. 1216~1222 (1961) [英文]

引言

在早期的有源声納的研究中, 曾經对几种不同的声納設備, 在各个頻率下, 計算了其回声与噪声加混响之比和最大的探測距离。已經发现在噪声限制

的情况下, 在最大探測距离与頻率的关系曲綫中, 有一显著的最大值。Horton(霍頓)^[1]由此得到的启发是, 只要简单地使回声与噪声比(E/N)对頻率的導數等于零, 就能决定最佳的頻率, 而不需要对所有頻率都計算出 E/N 。这方法是本文的論題。

必須指出, 在最后步驟中, 除了着重說明某些參

数对最佳频率是否有关外，没有得到其他新的结果。从最后的表达式中，可以明显看出，在噪声限制的条件下，最佳频率只取决于距离以及传输损耗、噪声频谱密度、声源强度、声源与接收器的指向特性、和目标物的反向散射截面等对于频率的关系，而不是由它们的绝对值来决定的。因此，只要知道了以上各参数对频率的依从关系，我们就不需要根据声纳设备的绝对尺寸，来确定最佳频率。Rummel(隆美尔)^[2]，Rust(罗斯脱)与 Drubba(德鲁巴)^[3]最近都讨论了关于有源声纳最佳频率的存在问题。

在进一步讨论之前，必需提出一些值得注意的问题。当使用“有源声纳的最佳频率”这个名称来表示只在一组给定条件下的最佳频率时，会引起一些不满的意见。也许最好是用“有源声纳的若干最佳频率”一词来着重表示有若干组给定条件，就存在着若干个最佳频率。其次，还应当着重指出的是最大值的宽度；如附录 A 所示，对于最大距离的 0.9^[4] 或 E/N 的下 3 分贝点，通常其总宽度为一个倍频程或更大一些。最后，如须指明在最大距离下所需的 E/N 的绝对值时，则必须回顾到原来的表达式并确定在此最佳频率工作的声纳设备的尺寸。

上面所谈的是在这篇报告提出之前的研究情况。这篇报告的目的是试图将这个方法加以扩展，以便在上述的噪声限制条件以外，再包括噪声加混响限制，搜索率和处理增益等。

回声与混响比

按照 Horton^[5]的计算以及我们的讨论，可以看出，在混响限制情况下，将不存在最佳的频率。这是很明显的，因为回声与混响比不过就是目标物的反向散射截面对于同时受到检测的许多散射体的面积或体积里的反向散射截面总和之比。如果接收器的尺寸保持恒定，这个面积或体积将分别随频率的倒数或频率平方的倒数而相应地变化。因此，在这种条件下，使用高频率将无限地改善回声与混响比。如果目标的反向散射截面随频率的增加，较其他散射体的反向散射系数的增加更快，则上述倾向更为显著。从上面的讨论可以很明显地看出。混响问题必须包括在混响加噪声和之中而加以处理。也许更值得注意的是，如果多普勒分辨能力^[6,7]足以抑制对移动目标的混响上，我们就又重新回到了具有显著的最大值的噪声限制情况。因此，我们就将所考虑的问题限于受到混响限制的约束的非多普勒情况。

从下述可以看到，我们能得到一个在最大距离下所需要的，用给定的混响与噪声比 R/N (即 $R/N \leq 1$)来表示的最佳频率的解。至于在某些情况下，可以将和频率选择无关的声纳设备绝对尺寸加以调整来达到上述目的的问题，我们可以作如下论证：如果这系统在一组给定尺寸下是混响限制的($R > N$)，那末尺寸每增加一倍，将使回声与噪声比提高 18 分贝(包括接收器指向性指数增加的 6 分贝，因增加面积而可能增加的功率 6 分贝和发射器指向性指数增加的 6 分贝)。但就回声与混响比而言，当体积混响限制时，只能增加 6 分贝；当水面或水底混响限制时，只能增加 3 分贝。不过，如果能将输入与输出带宽增加 18 分贝，并相应地缩短脉冲信号宽度，则回声与混响比可总共提高 18+6 分贝(或 18+3 分贝)，而且在尺寸加倍以前，就能使回声与噪声比回到原值。这样，曾经使混响与噪声比降低了 18+6 分贝(或 18+3 分贝)。重复这过程，就可能得到 $R < N$ 。这个过程是有限度的，因为在预定的最佳频率上，大约只能得到一个倍频程的带宽。因此最终不得不对这个例题加以计算来确定能得到怎样的 R/N 最小值。我们也可以考虑如何用多普勒增强作用来进一步使 R/N 减小。因为在我们的表达式中，最佳频率是作为 R/N 的函数来表示的，因此它具有普遍的适用性。根据以上的假定和讨论，我们将进一步来求最佳频率的解。

一般情况

关于回声 E ，噪声 N ，和混响功率 R 的一般表达式，将列示如下，其中与频率有关的参数是用 (f) 来表示的。假定滤波已是匹配的，波束窄而接近水平面和混响相比，目标的多普勒频移是低的，则一般表达式如下：

$$E = [s(f)/r^4] \exp[-2\alpha(f)r][\sigma_t(f)/4\pi], \quad (1a)$$

$$N = \Pi(f) W_0(f) \Phi(f) \Psi(f)/4\pi, \quad (1b)$$

$$R = [s(f)/r^4] \exp[-2\alpha(f)r][\sigma_b(f)/4\pi] \\ \times [r\Phi(f)c/2W_i(f)], \quad (1c)$$

其中 f 是频率， r 是距离， c 是声速。(在这里，对于水面或水底混响，是以波束接近水平的情况来处理的，但对于体积混响的情况， $[\sigma_b(f)/4\pi][r^2\Phi(f)\Psi(f)c/2W_i(f)]$ 将不改变此后演算的方法)。

$s(f) = s_0 f^s$ = 在轴线上距声源一码处的声强。

$\alpha(f) = \alpha_0 f^a$ = 按自然对数减量计的声强衰减系数。

$\sigma_t(f) = \sigma_{t0} f^t$ = 目标的反向散射截面。

$\Pi(f) = \Pi_0 f^\nu$ = 噪声功率频谱密度。

$\sigma_b(f) = \sigma_{b0} f^b$ = 水底或水面的反向散射系数。

$\sigma_v(f) = \sigma_{v0} f^v$ = 体积的反向散射系数。

$\Phi(f) = \Phi_0 f^\phi$ = 水平方向波束宽度。

$\Psi(f) = \Psi_0 f^\psi$ = 垂直方向波束宽度。

$W_i(f) = W_{i0} f^i$ = 输入带宽。

$W_o(f) = W_{o0} f^\omega$ = 输出带宽。

如果将上述各项表达式均作为一个常数乘上频率的某些因次，再代入方程式(1)的 E , N 和 R 的一般表达式中，即得到方程式(2)。

$$E = c_1 f^{n_1} \exp[-2\alpha_0 f^a r], \quad (2a)$$

$$N = c_2 f^{n_2}, \quad (2b)$$

$$R = c_3 f^{n_3} \exp[-2\alpha_0 f^a r], \quad (2c)$$

其中

$$c_1 = s_0 \sigma_{t0} / (4\pi r^4),$$

$$c_2 = \Pi_0 W_{o0} \Phi_0 \Psi_0 / 4\pi,$$

$$c_3 = s_0 \sigma_{b0} \Phi_0 c / 2W_{i0} 4\pi r^3,$$

$$n_1 = s + t,$$

$$n_2 = \nu + \omega + \phi + \psi,$$

$$n_3 = s + b + \phi - i$$

一般情况的解

所要求的结果是，回声与噪声加混响比应为最大。将这个比值对频率微分并使其导数等于零，而解出其频率，即可使此比值为最大。由此求得的频率相当于比值的极限值。在所研究的实例中，我们只观察到一个极限值，并可证明它是一个最大值。因此与它相当的频率就是在这些特定条件下的最佳频率。

如果求这比值的倒数的最小值，则微分可更简化。所得的结果如下。

$$\begin{aligned} \frac{N+R}{E} &= (c_2/c_1) f^{n_2-n_1} \exp(2\alpha_0 f^a r) \\ &\quad + (c_3/c_1) f^{n_3-n_1}, \\ c_1 \frac{d}{df} \left(\frac{N+R}{E} \right) &= c_2 (n_2 - n_1) f^{n_2-n_1-1} \exp(2\alpha_0 f^a r) \\ &\quad + c_3 (n_3 - n_1) f^{n_3-n_1-1} \exp(2\alpha_0 f^a r) \\ &\quad + c_3 (n_3 - n_1) f^{n_3-n_1-1} = 0, \\ c_2 f^{n_2} [n_2 - n_1 + 2\alpha_0 raf^a] \exp(2\alpha_0 f^a r) &= (n_1 - n_3) c_3 f^{n_3}, \\ n_2 - n_1 + 2\alpha_0 raf^a &= (n_1 - n_3) (c_3/c_2) f^{n_3-n_1} \exp(-2\alpha_0 f^a r), \end{aligned}$$

$$n_2 - n_1 + 2\alpha_0 raf^a = (n_1 - n_3) (R/N),$$

从上式可解出以距离、频率的指数、和 R/N 比值为函数的 f^a ，即：

$$f^a = [(n_1 - n_3) (R/N) + (n_1 - n_2)] / 2\alpha_0 ra \quad (3a)$$

或

$$\begin{aligned} f^a &= [(t - b - \phi + i) (R/N) \\ &\quad + (s + t - \nu - \omega - \phi - \psi)] / 2\alpha_0 ra \end{aligned} \quad (3b)$$

这是解出 f 所用的关系式，图 1 是在不同的特殊情况下由此关系式绘出的曲线，将在下文中加以讨论。

从方程式(3a)可以很明显地看出，以对数-对数坐标绘出的最佳频率与最大距离的关系曲线，其斜率为 $-1/a$ ，而其衰减是与频率的 a 次幂成正比的。这个特性可由图 1 的曲线显示出来，它表明了以 $\alpha \sim f$ 和 $\alpha \sim f^{3/2}$ 的两种情况作对比时，其相对斜率分别是 -1 对 $-2/3$ 。

将方程式(3a)改写为

$$\begin{aligned} a2\alpha_0 r f^{a-1} &= [(n_1 - n_3) (R/N) \\ &\quad + (n_1 - n_2)] f^{-1} \end{aligned} \quad (4)$$

后，可得到对此式的基本解释。

在这里，可以认为方程式的左边是回声总衰减因数的对数值的负变化率。方程式(4)右边的量则为由于除回声吸收以外的一切因数所引起的 $E/(N+R)$ 的对数值的变化率。方程式(4)说明了如下的基本原理：在有源声纳探测的最佳频率时，回声衰减因数的对数值的变化率的数值，等于由包括混响的衰减因数在内的所有其他因数所引起的 $\frac{E}{(N+R)}$ 的对数值的变化率，而符号相反。

为了普遍地说明这一点，设 $E = E_0 A$ ，其中 A 是回声的双向衰减因数。按照方程式(4)的推导步骤，我们将得到更普遍的形式：

$$\begin{aligned} \frac{E}{N+R} &= \frac{AE_0}{N+R} - \frac{d}{df} \ln A \\ &= \frac{d}{df} \ln \left(\frac{E_0}{N+R} \right) - \frac{d}{df} \ln A \\ &= \frac{d}{df} \ln \left(\frac{E_0}{N} \right) + \frac{R}{N} \frac{d}{df} \ln \left(\frac{E}{R} \right) \end{aligned}$$

如果混响的衰减与回声的衰减是相同的，即 $R = R_0 A$ ，则上式可简化为

$$\begin{aligned} -\frac{d}{df} \ln A &= \frac{d}{df} \ln \left(\frac{E_0}{N} \right) \\ &\quad + \frac{R}{N} \frac{d}{df} \ln \left(\frac{E_0}{R_0} \right) \end{aligned} \quad (5a)$$

很容易看出，方程式(4)中各项与方程式(5a)的各

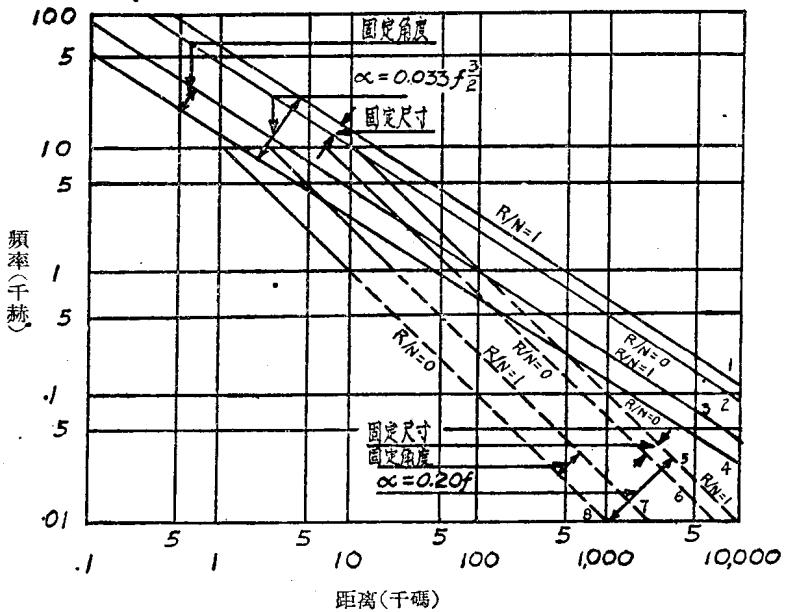


图1 在下列条件下得到的最佳频率和最大距离的关系曲线：搜索率固定，时间处理增益固定，噪声功率频谱密度与频率的平方成反比，边界散射系数与频率无关，目标散射截面与频率成正比，以及所指明的八种不同的组合条件，即：衰减系数 $\alpha = 0.033 f^{3/2}$ 或 $\alpha = 0.20f$ 分贝/千码，其中 f 的单位是千赫，混响与噪声比 $R/N = 1$ 或 $R/N = 0$ ，换能器阵的尺寸固定或角度固定。各组条件所标明的参考数字与表1所用的相同

对数的导数相同。如果右边第二项比第一项小得多时（即，如 R/N 很小或 E_0/R_0 的对数对频率的导数很小），方程式(5a)即化为应有的形式：

$$-\frac{d}{df} \ln A = \frac{d}{df} \ln \left(\frac{E_0}{N} \right) \quad (5b)$$

如将方程式(3a)写成

$$2\alpha_0 r f^\alpha = [(n_1 - n_3)(R/N) + (n_1 - n_2)]/\alpha, \quad (6a)$$

那末，它虽然不是一个最基本的公式，但显然是有用的。可以认为等号左边是双向吸收损耗的指数形式。值得注意的是，当比值 R/N 为恒定时，最佳频率随距离变化来使这个衰减因数保持不变。因为方程式(6a)使用了用自然对数减量来表示的声强衰减常数 α ，所以对右边的项，必须乘以 $10 \log_{10} e = 4.35$ 来得到用分贝表示的双向传输损耗。即，

$$2\alpha_0 r f^\alpha (\text{分贝}) = 4.35 [(n_1 - n_3)(R/N) + (n_1 - n_2)]/\alpha \quad (6b)$$

在表1中，列出了在某些特殊情况下所计算出的双向传输衰减值。

几种特殊条件

恒定搜索率

首先，为了引入搜索率的概念而把它当作频率必定是最佳的极限条件，假定所要讨论的是一个面积的搜索问题，必须在一恒定速率下检测在搜索面积里的每个单元，而此速率则取决于两次检测之间所容许的最长时间 T_b 。如果功率和设备是有限制的，则可以使声在所有时间内达到空间中所有的点，从而进行检测。这时，除输出的响应时间外，不存在搜索的问题。然而，通常的情况是假定功率和设备仅足以操作一个具有有限水平波束宽度 Φ 的声源，而 Φ 随频率的变化是已知的，即 $\Phi = \Phi_0 f^\phi$ 。而且，可以操纵这个声源的方向，从而将一个持续时间为 T 的脉冲依次发射到宽度为 Φ 的每个扇形区域。同时，还要假定接收器阵能够独立地同时从每一个宽度为 Φ 的扇形里接收到信号，使得当脉冲扫过时，可以连续地搜索一个范围。如果被搜索的扇形总数是 Φ_b ，而所有的扇形必须在每个周期 T_b 内被搜索一次，那末按上述定义，所需的恒定搜索率为 $B = \Phi_b/T_b$ 。这样就可以将送到每个扇形的脉冲最大持续时间 T 和扇形宽度 Φ 联系起来，因为

$$\Phi/T = \Phi_b/T_b = B$$

在处理系统中的最大平均时间，即输出滤波器带宽 W_0 的倒数，是受到脉冲持续时间 T 的限制。因此，

$$\begin{aligned} \text{最小的 } W_0 &= \frac{1}{\text{最大平均时间}} = \frac{1}{T} \\ &= \frac{B}{\phi} = B / (\Phi_0 f^\phi) \end{aligned} \quad (7)$$

上述关于搜索率的概念虽然是不成熟的，但希望能说明在测定最佳频率时由于考虑到搜索率而起的作用。显然，我们没有考虑到许多其它问题，如在多普勒频移中的搜索或倾斜角，而这些是可以假定在处理设备中能够同时加以处理的。

在下面一些特殊情况下，将假定搜索率 B 保持恒定而 W_0 永远等于由方程式(7)所给出的最小值。所以， $\omega = -\phi$ 。

恒定时间处理增益

输入带宽与输出带宽之比 $W_i/W_0 = TW_i = G$ ，可以称为该系统的时问处理增益。在信号处理中， $2TW_i$ 是为了和等待信号互相关连而贮存的输入数据的独立信息单位的数量，自然应当保持恒值。因为它是衡量时间处理设备复杂性的一个尺度。所以， $i = \omega$ 。

恒定换能器阵尺寸

当发射与接收换能器阵的尺寸必须固定在某些最大值时，则对频率的依从关系应当是 $\phi = \psi = -1$ ，而在 10 千赫以下受空化限制的情况下，如单位面积的声源输出功率为恒定时，则 $s = 2$ 。

恒定换能器阵的指向性

在与上不同的另一种情况下，如需要使换能器阵的指向性保持恒定，但允许换能器的尺寸变化，来得到恒定的角坐标分辨率。则对频率的依从关系应当是 $\phi = \psi = 0$ ，如果与上述情况相同，单位面积的声源输出是恒定的，则 $s = -2$ 。

对频率的依从关系的一些特殊情况

在下面的数值解中，我们将采用：

$\nu = -2$ ，即相当于噪声功率频谱密度每倍频程减少 6 个分贝^[8]。

$b = 0$ ，即相当于边界散射系数不依赖于频率的情况^[9]，例如当球体的尺寸远大于一个波长时。

$t = 1$ ，即相当于在一个尺度上弯曲的表面（圆柱形）。在 100 千赫以下水下声的衰减系数与频率的关系有二个经验公式。由于体积吸收而引起的衰减可用^[10] $\alpha = 0.033f^{\frac{3}{2}}$ 分贝/千码来表示，其中 f 的单位是千赫。在会发生多次反射的传播过程中，因水

面或水底的反射损耗所引起的衰减，可能大于因体积吸收所引起的衰减。在这种情况下，在 10 千赫以下的总衰减近似地等于^[11] $\alpha = 0.2$ 分贝/千码，其中 f 的单位仍为千赫。

几种特殊情况的数值解

在应用了要求 $\omega = -\phi$ 的恒定搜索率和要求 $i = \omega$ 的恒定处理增益的特殊情况下，方程式(6a)可化为：

$$2\alpha_0 raf^a = (t - b - 2\phi)(R/N) + s + t - \nu - \psi \quad (8)$$

（在上述方程式(8)中，以分贝计的声强衰减系数必须乘以 2.3 而换算为自然对数的声强减量）。

我们共有八种特殊情况，它们是可能由两种不同衰减系数 ($\alpha = 0.2f$ (千赫) 分贝/千码 或 $\alpha = 0.033f^{\frac{3}{2}}$ (千赫) 分贝/千码)，两种不同的换能器阵（固定尺寸或固定指向角），和两种不同混响与噪声比 ($R/N = 1$ 或 $R/N = 0$) 组合而成的。这些不同的组合和由方程式(8)左边和右边所得的结果如表 1 所示。以频率 f 作为 r 的函数所得的解，见图 1。表 1 也列出了方程式(6b)所给出的双向衰减损耗，实际上就是将方程式(8)除以 a 和 0.23 而得到的分贝值。

表 1 最后一栏中的数值，指出了在宽带信号中的高频和低频之间，双向传输损耗有很大的差异。这样看来，使用宽带似乎是不可能的。但是根据方程式(4)的讨论，在最佳频率时，衰减因数随频率的变化率，正好可以由因其他的一切因数（如声源和接收器阵的指向性和噪声频谱级等）所引起的 $E/(N+R)$ 的变化率来补偿。在附录 A 内将指出，作为频率函数的最大 E/N 值，在最佳频率附近的宽度至少是一个倍频程。这说明了只要在声源或接收器处作很小的补偿，就可以使用宽带工作。

当声纳在最佳频率工作时，所需的脉冲能量与单个脉冲所探索的面积或体积之比和距离的函数关系，是值得研究的。关于这个问题的分析，见附录 B，所得的结论如下：对于远程、即低频的声纳，每一个脉冲所需的能量，除以被搜索的面积或体积后的商，在所考虑的几种情况下，将以一个高指数迅速地随距离而增加。但是，使用声纳设备所需的电力费用，要比设备与安装的费用小得多，因此，通常这并不是一个很重要的因数。

从表 1 中的数值，图 1 中的曲线和附录 A 和 B，

可以說明下述的几个結論。

表 1 在不同条件下,在最佳頻率时的双向衰減。方程式(6)和(8)的數值举例(頻率f的单位为千赫,距离r的单位为千碼)

| 參照 圖 1 | 分貝/千碼 | 固定 | R/N | 方程式(8) | | 方程式(6) |
|-----------|------------|----|-----|-------------|----------------------------|----------------|
| | | | | 左 声 强 | 右 对 数 衰 减 量 | 双向衰 减 分貝 |
| 1 | $0.033f^2$ | 尺寸 | 1 | $0.023rf^2$ | 9 | 26 |
| 2 | $0.033f^2$ | 尺寸 | 0 | $0.023rf^2$ | 6 | 17.4 |
| 3 | $0.033f^2$ | 角度 | 1 | $0.023rf^2$ | 2 | 5.8 |
| 4 | $0.033f^2$ | 角度 | 0 | $0.023rf^2$ | 1 | 2.9 |
| 5 | $0.20f$ | 尺寸 | 1 | $0.092rf$ | 9 | 39.2 |
| 6 | $0.20f$ | 尺寸 | 0 | $0.092rf$ | 6 | 26.1 |
| 7 | $0.20f$ | 角度 | 1 | $0.092rf$ | 2 | 8.8 |
| 8 | $0.20f$ | 角度 | 0 | $0.092rf$ | 1 | 4.4 |

結 論

1. 有多少种条件和多少种参数对于頻率的依从关系的組合,就有多少个最佳頻率。我們必須了解在各指定条件下所有参数对于頻率的依从关系,并且特別需要准确地了解衰減的大小及其对頻率的依从关系,方能确定最佳頻率。(在这問題上,作者希望着重指出,他們并不认为曾經用数字計算过的某些对頻率的依从关系的特殊情況具有很大意义。)

2. 在最佳頻率下,回聲衰減因数的对数值的变化率与由其他一切因数(包括对混响的衰減因数)所引起的 $\frac{E}{N+R}$ 的对数值的变化率,是数值相等但符号相反的。从表 1 內方程式(6b)的數值可以看出,在所研究过的一些情况中,在最佳頻率时,其总衰減小于 40 分貝,但如 $a=0$ 时将为无限值。

3. 在不知道声納设备参数的絕對值,而只知道它們对頻率依从关系时,可以将确定有源声納的最佳頻率的方法,推广应用到搜索率、处理增益和 $\frac{E}{N+R}$ 等。

4. 如果在問題中也考虑了混响、处理增益和搜索等,我們只需要将单单使 E/N 成为最大值而得到的关于最佳頻率的結論稍加修正即可。这是由于在傳輸损耗中,指數衰減項对頻率的依从关系有很大的制約作用的缘故。

5. 由于衰減对頻率的依从关系是起主导作用

的,必須对它有一个精确的了解(見上述結論 2)。最佳頻率对最大距离的曲線的斜率,等于以頻率为函数的衰減的表示式中頻率的指數的負倒数。

6. 在許多不同的条件下,作为頻率的函数的 E/N 最大值的寬度通常至少为一个倍頻程(見附录 A)。

7. 在所考慮的一些情況中,对于远程或低頻有源声納,每单位搜索面积或体积所需要的脉冲能量隨設計距离而迅速地增加到一个高指數。但是,因为电力消耗的費用通常小于其他費用,这并不是一个重要因素(見附录 B)。

8. 似乎沒有什么根本理由來說,这个确定有源声納最佳頻率的方法(仅考慮不同参数的頻率依赖关系)不能扩展到許多不同的条件。但是,如結論 4 所述,除非除衰減系数以外的那些参数对頻率的依从关系有极大的变化,則最后結果将受到很小的影响(指其最大值的倍頻程寬度)。

附 录 A

为了研究作为頻率的函数的 E/N 最大值的寬度,我們必需求出方程式(2a)和(2b)之比。

$$\begin{aligned} E/N &= (c_1/c_2)f^{n_1-n_2}\exp(-2\alpha_0 f^a r), \\ \ln(E/N) &= \ln(c_1/c_2) \\ &\quad + (n_1 - n_2)\ln(f) - 2\alpha_0 f^a r, \end{aligned}$$

和

$$\begin{aligned} \ln(E/N)_{\text{最大}} &= \ln(c_1/c_2) \\ &\quad + (n_1 - n_2)\ln(f_{\text{最佳}}) - 2\alpha_0 f^a_{\text{最佳}} r \end{aligned}$$

現令 $f = kf_{\text{最佳}}$, 其中 $f_{\text{最佳}}$ 为最佳頻率; 則

$$\begin{aligned} \ln(E/N) &= \ln(c_1/c_2) + (n_1 - n_2)\ln(kf_{\text{最佳}}) \\ &\quad + (n_1 - n_2)\ln k - 2\alpha_0 f^a_{\text{最佳}} k^a r, \end{aligned}$$

$$\ln(E/N) - \ln(E/N)_{\text{最大}}$$

$$= (n_1 - n_2)\ln k + 2\alpha_0 f^a_{\text{最佳}} r (1 - k^a)$$

但从方程式(6),在此式中 R/N 系取作零, $2\alpha_0 f^a_{\text{最佳}} r = (n_1 - n_2)/a$; 所以

$$\begin{aligned} n(E/N) - \ln(E/N)_{\text{最大}} &= [(n_1 - n_2)/a](\ln k^a + 1 - k^a) \end{aligned}$$

对于 $E/N = \frac{1}{2}(E/N)_{\text{最大}}$ 的特殊情况,

$$a \ln\left(\frac{1}{2}\right) / (n_1 - n_2) = 1 - k^a + \ln k^a, \quad (10)$$

对給定 a , n_1 和 n_2 的值,可以从上式解出 k_1 和 k_2 的数值,如表 2 所示。 k_2/k_1 的值大于 2 的这一事實表明帶寬大于一个倍頻程。在角度固定的換能器陣中,可看出它們远大于一个倍頻程。应用 $k=1+4$

和 $\ln(1+\Delta)$ 与 $(1+\Delta)^a$ 的一般展开式可以近似地将方程式(10)解出, 其中 $-1 < \Delta < 1$ 。用 $f_{\text{最佳}}$ 来表示的带宽即为 24 , $24 \approx 2[2\ln 2/(n_1 - n_2)a]^{1/2}$, 这与表 2 内的正确解很相符。

表 2 当 E/N 比值较其最大值小 3 分贝时, 上频率与下频率之比

| a | 固定 | $n_1 - n_2$ | k_1 | k_2 | k_2/k_1 |
|-----|----|-------------|-------|-------|-----------|
| 3/2 | 尺寸 | 6 | 0.65 | 1.43 | 2.2 |
| 3/2 | 角度 | 1 | 0.28 | 2.17 | 7.7 |
| 1 | 尺寸 | 6 | 0.59 | 1.56 | 2.6 |
| 1 | 角度 | 1 | 0.23 | 2.68 | 11.6 |

值得注意的是, 带宽是由参数 $[a(n_1 - n_2)]^{-1/2}$ 来决定的。解出使带宽等于一个倍频程时的 $a(n_1 - n_2)$ 值, 即 $24 = 0.7$, 我们得到 $a(n_1 - n_2) = 11$ 。对 $a(n_1 - n_2) > 11$ 的值(即 $a=2, n_1 - n_2 = 6$), 带宽小于一个倍频程。当此数值小于 11 时, 则带宽大于一个倍频程, 如表 2 内的例示。因为 $a(n_1 - n_2) \gg 11$ 的情况实际上不存在的, 因此带宽不会比一个倍频程小得多。

附录 B

当声纳用于最佳频率时, 所需的脉冲能量与每个脉冲所搜索到的面积或体积之比和距离的函数关系, 是值得研究的。在这个问题中, 我们将只考虑噪声限制的情况, 即 $R/N=0$ 。从方程式(1a)可得出回声脉冲的能量 $\epsilon_e = E \cdot T$ 和声源脉冲的能量 $\epsilon_s = s \cdot T$ 的关系如下,

$$\epsilon_e = (\epsilon_s/r^4) (\sigma_t/4\pi) \exp(-2ar) \quad (11)$$

输出信号与噪声功率的比值 (\hat{E}/N) , 可由方程式(1a)和(1b)得出,

$$\left(\frac{\hat{E}}{N}\right)_0 = \frac{2\epsilon_e}{\Pi\Psi/4\pi} \quad (12)$$

其中我们假定滤波是匹配的而换能器阵列的指向性很高。对于匹配好的滤波, $T=1/W_0$ 。输出信号是 $\hat{E}=2E$ 。

在最大距离以内, 每个脉冲所搜索到的扇形面积是

$$a = \frac{1}{2} \Phi r^2, \quad (13)$$

其中假定声束是接近于水平的而声源波束宽度与接收器波束宽度是配合的。

在最大距离以内, 每个脉冲所搜索到的扇形体积是

$$v = \frac{1}{3} \Phi \Psi r^3 \quad (14)$$

将方程式(11)~(13)合并, 可得到声源脉冲能量对被搜索面积的比值, 即

$$\frac{\epsilon_s}{a} = \left(\frac{\hat{E}}{N}\right)_0 \frac{\Pi \Psi r^2}{\sigma_t \exp(-2ar)} \quad (15)$$

对极远程的声纳进行比较时, 因为这时声是由声道中传播的, 但具有对不同声道的分辨力, 上述比值可能是一个重要的参数。

对工作在直达声道中的短程声纳进行比较时, 声源脉冲能量对被搜索体积的比值可能是一个更好的参数。这个比值是

$$\frac{\epsilon_s}{v} = \frac{3}{2} \left(\frac{\hat{E}}{N}\right)_0 \frac{\Pi r}{\sigma_t \exp(-2ar)} \quad (16)$$

对于为不同量程和运用于不同频率而设计的声纳, 如果在同样的评价标准下, 频率均为最佳值, 那末方程式(6)已经指出, 传输损耗是相同的, 即 $2ar = 2a_0 f a r = \text{常数}$ 。在同样的探测评价标准下, 对于不同的声纳, 其输出的回声与噪声比基本上是相同的, 即 $(\hat{E}/N)_0 = \text{常数}$ 。将上述这些条件与其他一些参数对频率的依从关系, 如 $\Pi = \Pi_0 f^v$, $\Phi = \Phi_0 f^\psi$, $\psi = \psi_0 f^\psi$, $\sigma_t = \sigma_{t0} f^t$ 等合并起来, 则方程式(15)和(16)简化为

$$\frac{\epsilon_s}{a} = c_4 r^2 f^p, \quad \text{其中 } p = v + \psi - t,$$

$$\text{和} \quad \frac{\epsilon_s}{v} = c_5 r f^q, \quad \text{其中 } q = v - t$$

再从方程式(6), $f a r = c_6$ 或 $f = (c_6/r)^{1/a}$ 于是, $\frac{\epsilon_s}{a} = c_7 r^{[2-(p/a)]}$ 和 $\frac{\epsilon_s}{v} = c_8 r^{[1-(q/a)]}$, 对于 $v = -2$, $t = 1$, $a = 1$ 和 $\psi = -1$ 的特殊情况(即恒定换能器阵列尺寸), 上式变为

$$\frac{\epsilon_s}{a} = c_7 r^6 \quad \text{和} \quad \frac{\epsilon_s}{v} = c_8 r^4$$

以上明显地指出, 在固定尺寸而频率为最佳时, 对于远程声纳, 所需的声源脉冲能量与所搜索的单位面积或体积之比, 将随距离的增加而迅速地增加。

对于 100 千赫以上的短程声纳, 热噪声^[12]可能大于 2 级海态的噪声, 而在我们的实例中以 $v = 2$ 代替 $v = -2$, 则在小于 1 千码的距离中, $\frac{\epsilon_s}{v}$ 将与距离无关。如再选择另外一些不同的参数, 即 $v = 2$ 和 $t = 0$, (即恒定的目标散射截面情况), 对于短程声纳, ϵ_s/v 将与距离成反比。

上述一些数值举例并不具有任何特殊意义, 仅不过是用来说明效应的大小。因为声纳设备所需的

电力消耗通常小于设备本身、安装和维护等费用，所以对于远程低频的声纳， $\frac{S_s}{a}$ 随距离而迅速增加的

这一事实可能没有多大的实际意义。

(张泽琦译 曾克京校)

参考文献

- [1] J. W. Horton, "Fundamentals of Sonar", United States Naval Institute, pp. 317~324, 344~352 (1957).
- [2] J. A. Rummel, Electronics 31, No. 1, 56~62 (1958).
- [3] H. H. Rush and H. Drubba, Arch. Tech. Messen V. 1122-6, DK 531. 719. 35 p. 45, March 1959.
- [4] 見参考文献 1, 图 8D-2, p. 347.
- [5] 見参考文献 1, 图 8D-3, p. 352.
- [6] J. L. Stewart and E. C. Westerfield, Proc. IRE 47, No. 5, pp. 872~881, (1959).
- [7] E. C. Westerfield, R. H. Prager, and J. L. Stewart, IRE Trans. on Inform. Theory IT-6, No. 3, 342~348, June 1960.
- [8] V. O. Knudsen et al., Report on Underwater Acoustics Research (National Research Council, Washington, D. C., 1950). Chap. 3, p. 30.
- [9] Carl Eckart, J. Acoust. Soc. Am. 25, 566~570 (1953).
- [10] M. J. Sheehy and R. Halley, J. Acoust. Soc. Am. 29, 464~469 (1957).
- [11] 見参考文献 [1] p. 82.
- [12] 見参考文献 [1] 图 2C-1, p. 61.

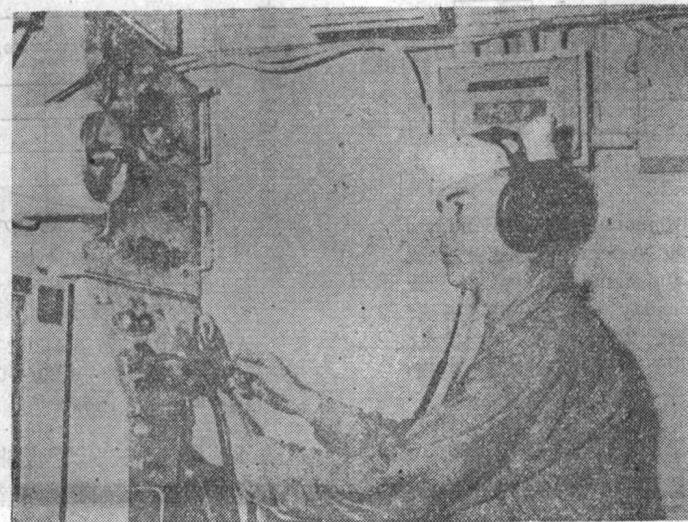
3. 引导原子潜艇的现代声纳系统

J. A. Rummell

Electronics, Vol. 31, No. 1, p. 56~62 (1958) [英文]

由于高速核潜艇的出现，在许多情况下，只有声纳是用以搜寻潜艇的唯一工具，所以在反潜艇和防潜艇战争中，声纳有很广泛的用途。它能够以已知

方位作为参考来决定舰艇的位置，而进行水底导航。海军在舰队作战时也要用声纳来进行水底通信。在商业上，声纳可以广泛地用于测深和探鱼，比



USS Menhaden号潜艇中的声纳设备(美国)

較次要的用途是繪制海洋圖。

声 納 系 統

因为声納的重要性日益增长，对軍用声納系統已訂出了几項新的指标。这些指标包括：探测距离較远，在給定的量程內探测时，可靠性較高，能提供更多的有关于目标的方位，航向、临近速度、舰型等資料。

在军事上正式使用的声納系統有二大类。图1A所示的无源系統，用一种有方向性的水听器来接收从其它舰艇辐射出来的噪声。在图1B所示的有源系統中，換能器在水中放出猝发的声能，并期望接收到从附近船只來的回声。

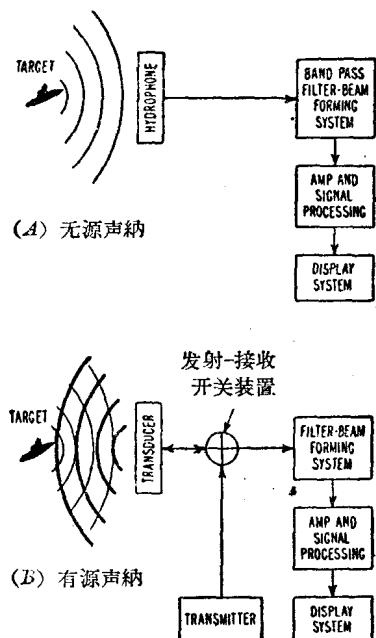


图1 近代基本的声納系統

Target—目标; Hydrophone—水听器; Bandpass filter-beam forming system—带通滤波器-波束形成系统; Amp and signal processing—放大器与信号处理; Display system—显示系统; Transducer—换能器; Transmitter—发射机; Filter-beam forming system—滤波器-波束形成系统

无源系統通常仅限于在潜艇上使用，因为可以将潜艇当作一个非常寂靜的收听台，这就不致于因本身噪声而掩蔽了微弱的声音。无源系統的突出的优点是，不会暴露收听者的存在。

有源系統通常用于水面舰艇，以单一的频率輻射高強聲脉冲，这样，所收到的回声就有足够高的能級来克服本身的噪声。

适用于雷达的演示技术并不能直接用于声納，因为声在海水中傳播的速度很低。一般声速約为4800呎/秒，按照这种速度，声作一次1000碼的来回就約需1.25秒。

在扫描系統中，6~36毫秒的声脉冲作全向发射，随后接收波束，即在方位上以每分钟30~300轉的速率扫描着。因为声射程周期很长，示波管上的扫迹是从平面位置指示器熒光屏的中心向外旋出的，如图2所示。在单个声射程周期內。接收波束通常要作几百次的圆方位扫描，因此螺旋形的扫迹变成一帧实心的扫描場。

徑向的光点速
度系二分之一
声速的类比

角速度相
当于扫描
速度

在接收到回声
时z轴信号将
螺迹显輝

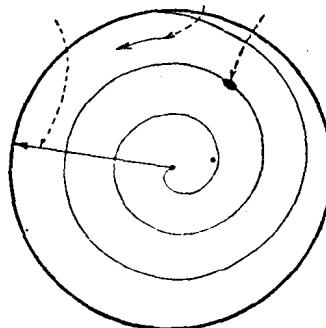


图2 声納平面位置显示器

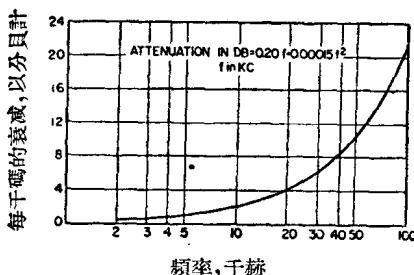
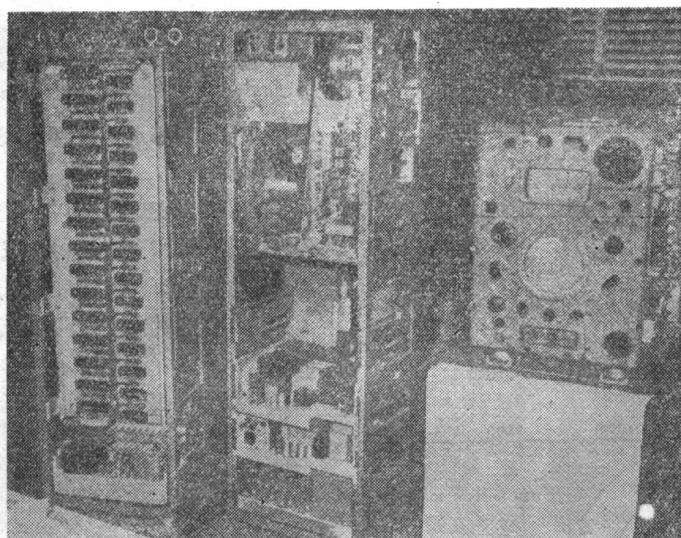


图3 海水中的声衰减

$$\text{衰減以分貝計} = 0.20f + 0.00015f^2$$

$$f \text{ in } \text{kc} - f \text{ 以千赫計}$$

在水底通訊系統中，需要利用各种可能的技术，来压缩有效带寬，例如限幅語言，声載波单边带調制。100瓦功率級的这种設備在水中可作有效通話的距离达数英里。



部分裝配好的現代高速電子扫描聲納系統

声在水中的傳輸

水，特別是海水，远不是傳輸各种情报的理想媒质。声是以水粒子的纵向压缩在水中傳播的，由于压缩振动，就产生了与频率密切有关的傳輸損耗。图3表示傳輸損耗与频率的关系曲綫。衰減随着频率的上升而迅速增加。

关于声在海水中傳播，有一个比較麻烦而又是最易变化的因素，就是存在着速度梯度，它会使声波从预定的定向路徑中折射，而在有些情况下則使声波从反射。图4, 5, 6表示海水含盐量，深度和温度对声速的影响。



在扫描声納系統中，用来形成波束的
多側板圓柱形換能器

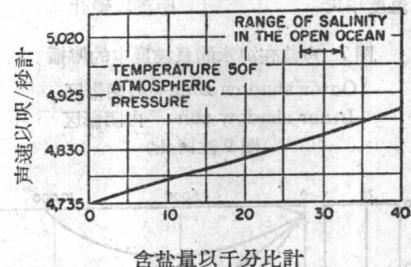


图4 含盐量对声速的影响

Range of salinity in the open ocean—在大海中含盐量变化范围；Temperature 50F atmospheric pressure—温度 50°F, 一个大气压

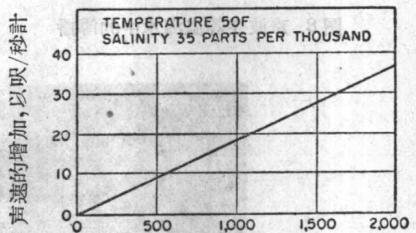


图5 深度对声速的影响

Temperature 50F—温度 50°F; Salinity 35 parts per thousand—含盐量千分之卅五

因温度而产生的声速变化对于预期行程的影响最大，虽然以百分数計算，它还是很小的。图7表示一种常见的温度情况的影响，称为均匀的负温度梯度。声道遵守着类似光線理論的定律，向速度（温