高等学校通信教材
gaodeng xuexiao tongxin jiaocai

◎ 解培中 编

XINHAO YU XITONG
DIANXING TIJIE YU FENXI

信号与系统典型题解与分析

人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS

高等学校通信教材

信号与系统典型题解与分析

解培中　编

人民邮电出版社

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统典型题解与分析/解培中编. —北京:人民邮电出版社,2004.8
高等学校通信教材
ISBN 7-115-11868-X

Ⅰ.信... Ⅱ.解... Ⅲ.信号系统—高等学校—解题 Ⅳ.TN911.6-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 073803 号

内 容 提 要

本书按照高等理工类学校信号与系统课程教学基本要求编写而成。全书共分 7 章，内容包括：信号与系统的基本概念、连续信号与系统的时域分析、连续信号与系统的频域分析、连续信号与系统的复频域分析、离散信号与系统的时域分析、离散信号与系统的变换域分析以及状态变量分析。每章内容包括本章要点、典型题解析、习题以及习题答案四部分。本书后面的附录，提供了 2001～2003 年的 3 套南京邮电学院本课程的硕士研究生入学试题及解答。

本书可作为通信、电子、计算机、自动控制等相关专业的本、专科大学生学习信号与系统课程的复习和自学辅导教材，也可作为相关专业学生的考研辅导书。

高等学校通信教材

信号与系统典型题解与分析

◆ 编　　　解培中
　责任编辑　徐亨华

◆ 人民邮电出版社出版发行　北京市崇文区夕照寺街 14 号
　邮编　100061　电子函件　315@ptpress.com.cn
　网址　http://www. ptpress.com.cn
　读者热线　010-67129258
　北京汉魂图文设计有限公司制作
　北京隆昌伟业印刷有限公司印刷
　新华书店总店北京发行所经销

◆ 开本：787×1092　1/16
　印张：11.75
　字数：282 千字　　2004 年 8 月第 1 版
　印数：1-4 000 册　　2004 年 8 月北京第 1 次印刷

ISBN 7-115-11868-X/TN・2214

定价：18.00 元

前　言

“信号与系统”是高等工科院校通信与电子信息类专业的一门重要的专业基础课程。作者在教学实践中发现，不少学生反映学习该门课程时感到困难。本书是根据高等理工类学校信号与系统课程教学基本要求编写的辅助教材，目的在于给学生提供一本用于信号与系统课程的自学、复习和应试辅导教材。

全书共分7章，内容包括：信号与系统的基本概念、连续信号与系统的时域分析、连续信号与系统的频域分析、连续信号与系统的复频域分析、离散信号与系统的时域分析、离散信号与系统的变换域分析以及状态变量分析。每章内容都包括本章要点、典型题解析、习题以及习题答案。本书中的典型例题均选自南京邮电学院电路与系统教研室自编的《信号与系统习题册》以及教学过程中积累的例题。每个例题都给出基本解题步骤，部分例题给出了解题思路和结果点评，力求举一反三。

目前解题仍然是检验学生掌握理论知识最常用的方法。学习者往往容易理解定理的内容，但在解题时就觉得困难。因此，本书将“典型题解析”作为主要部分，使读者有详细的解题过程可参考，达到用较少的时间学会理解和应用理论的目的。每章典型题结束后另有习题，并且还给出了参考答案，供学习者自己练习。本书后面的附录提供了2001～2003年的3套南京邮电学院的硕士研究生入学试题及解答，供学习者和考生了解试题的题型、范围和难易程度以及解答题的方法。

全书内容结构的安排遵循主体上按信号先“连续”，后“离散”的方式进行。连续部分，在介绍频域、复频域分析时，又注意与时域分析方法的联系。特别是一题有多种解法时，一般会在“解题提示”中说明各种方法的优缺点，难易程度等；在“点评”中说明本题的特点及可扩展的内容。离散部分，又联系连续部分相对应的内容，体现连续离散两部分相对独立，内容相互并行的特点。

本书基本按照教学要求的重点程度安排题目数量。重点要求的部分题目量多，一般要求的部分题量适中，仅要求了解的部分题量较少。习题中仅安排少量的题目，且联系的理论知识与典型题解析中的前后次序相同，便于学习者查找解题过程。

作者提醒学习者仅能看懂习题解答是不够的，一定要自己开动脑筋思考、动手练习。建议学习者在使用本书时，先不要看解题过程，自己做一做。如答案相同，看看书中的解题思路；如果答案不同，找到原因，把原因记下来，找相似的题目练习、练熟，这些原因也可作为复习迎考的重点，如此可加强对理论的理解。

本书配合人民邮电出版社出版的沈元隆、周井泉编的《信号与系统》教材使用效果最佳。在本书编写过程中始终得到南京邮电学院电路与系统教研室许多老师的支持和帮助，其中，沈元隆教授对本教材的编写给予了极大的关心和帮助并审核了书稿，周井泉、于舒娟、史学军、王瑾、张宇飞、王瑾和王爱忠老师提供了部分例题和习题，张宇飞和吴玉瑾参与了图形的绘制，南京邮电学院电子工程系2001级王五丰同学在计算机录入书稿方面做了许多工作。同时作者参阅了兄弟院校出的一些习题集，在此一并致谢！

由于作者水平有限，书中难免有错误和不妥之处，恳请读者批评指正。作者E-mail地址：cas@njupt. edu. cn。

作者

2004年5月

目　录

第 1 章　信号与系统的基本概念

1.1　本章要点

1.1.1　信号的描述及分类

1. 信号及其描述

信号是带有信息的随时间变化的某种物理量，在数学上可以用时间 t 的函数 $f(t)$ 表示。

2. 信号的分类

信号从不同的角度可以分为确定信号和随机信号、连续信号和离散信号、周期信号和非周期信号、能量信号与功率信号及非能量非功率信号。

判断信号是否是确定信号，看它是否可表示为确定的时间函数。随机信号不是一个确定的时间函数，通常只知道它取某一数值的概率。

连续信号是指在所讨论的时间内，对任意时刻值，除若干个不连续点外都有定义的信号；离散信号是指只在某些不连续点的时刻有定义，而在其他时刻没有定义的信号；周期信号是指每隔一定时间 T，周而复始且无始无终的信号。

判断信号是能量信号、功率信号，还是非能量非功率信号，与信号的能量和功率有关。

信号 $f(t)$ 在时间区间 $(-\infty,\infty)$ 所消耗的总能量定义为：

$$E = \lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T}|f(t)|^2\mathrm{d}t \tag{1.1}$$

平均功率定义为：

$$P = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}|f(t)|^2\mathrm{d}t \tag{1.2}$$

信号的能量有界，即 $0 < E < \infty$，则此信号为能量信号。

信号的功率有界，即 $0 < P < \infty$，则此信号为功率信号。

若信号的能量和功率都不满足有界，则此信号为非能量非功率信号。

3. 典型连续信号

（1）单位阶跃信号

$$\varepsilon(t) = \begin{cases}0 & t < 0\\ 1 & t > 0\end{cases}$$

（2）单位冲激信号

$$\delta(t)=\begin{cases}0 & t\neq 0\\ \infty & t=0\end{cases} \text{ 和 } \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=1$$

(3) 复指数信号

$$\mathrm{e}^{st}$$

其中 $s=\sigma+\mathrm{j}\omega$ 为复数，称为复频率。

复指数信号的波形随 s 不同而不同，利用它可描述多种基本信号。

当 $s=0$ 时，$\mathrm{e}^{st}=1$，为直流信号。

当 $\omega=0$ 时，$\mathrm{e}^{st}=\mathrm{e}^{\sigma t}$，为单调增长或衰减的实指数信号。

当 $\sigma=0$ 时，$\mathrm{e}^{st}=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}=\cos\omega t+\mathrm{j}\sin\omega t$。

当 $s=\sigma+\mathrm{j}\omega$ 时，$\mathrm{e}^{st}=\mathrm{e}^{\sigma t}(\cos\omega t+\mathrm{j}\sin\omega t)$

1.1.2 信号的运算

信号的运算既可以利用信号的表达式进行，也可以利用信号的波形进行。

1. 信号的相加和相乘

两个信号相加（相乘）可得到一个新的信号，其在任意时刻的值等于两个信号在该时刻的值之和（积）。

2. 信号的导数与积分

信号 $f(t)$ 的导数是指 $\dfrac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}$ 或记作 $f'(t)$，它表示信号随时间变化的变化率。要注意 $f(t)$ 在不连续点处可能出现冲激函数，强度为原函数在该处的跳变量。

信号 $f(t)$ 的积分是指 $\int_{-\infty}^{t}f(\tau)\mathrm{d}\tau$ 或记作 $f^{-1}(t)$，它在任意时刻 t 的值为从 $-\infty$ 到 t 区间，$f(t)$ 与时间轴所包围的面积。

3. 信号的时移和折叠

信号 $f(t)$ 时移 t_0 得 $f(t-t_0)$，t_0 为实常数。若 $t_0>0$，则右移，$t_0<0$，则左移。$f(t-t_0)$ 表达式是把 $f(t)$ 中所有自变量包括时间范围定义域中的 t 替换为 $t-t_0$。

信号 $f(t)$ 的折叠是以纵坐标为轴折叠，得 $f(-t)$，表达式是把 $f(t)$ 中所有的 t 替换为 $-t$。

4. 信号的尺度变换

尺度变换是把信号 $f(t)$ 以及定义域中自变量 t 用 at 去置换，成为 $f(at)$。如果 $a>1$，表示把 $f(t)$ 的波形以原点 $(t=0)$ 为基准，沿时间轴压缩至原来的 $1/a$；如果 $0<a<1$，则表示把 $f(t)$ 的波形扩展至原来的 $1/a$。

1.1.3 系统的数学模型及其分类

1. 系统的定义

系统是由若干相互作用和相互依赖的事物组合而成的具有特定功能的整体。

2. 系统的分类

根据数学模型的差异，系统可分为：

(1) 连续时间系统和离散时间系统；

(2) 线性系统和非线性系统。

具有线性特性的系统叫线性系统。线性指齐次性和叠加性。

设 $x(t) \to y(t)$，有 $x_1(t) \to y_1(t)$，$x_2(t) \to y_2(t)$，k、k_1、k_2 为任意常数，→左边表示作用于系统的激励，→右边表示系统的响应。

齐次性：$kx(t) \to ky(t)$

叠加性：$x_1(t) + x_2(t) \to y_1(t) + y_2(t)$

线性：$k_1x_1(t) + k_2x_2(t) \to k_1y_1(t) + k_2y_2(t)$

如果系统具有初始状态，则仅有激励而初始状态为零时的响应为 $y_{zs}(t)$，称其零状态响应；仅有初始状态而激励为零时的响应为 $y_{zi}(t)$，称其零输入响应，加入激励时总的响应为 $y(t)$，只有同时满足下列 3 个条件时，系统才称为线性系统。

(1) 分解性：全响应中，零输入响应和零状态响应可分开。

(2) 零输入线性：当系统有多个初始状态时，零输入响应对每个初始状态呈线性。

(3) 零状态线性：当系统有多个输入时，零状态响应对每个输入呈线性。

不能同时满足上列 3 个条件的系统为非线性系统。

3. 时不变系统和时变系统

只要初始状态不变，系统的输出仅取决于输入而与输入的起始作用时刻无关，这种特性称为时不变性。具有时不变性的系统为时不变系统，否则为时变系统。

若 $x(t) \to y(t)$，时不变系统有 $x(t-t_d) \to y(t-t_d)$。

4. 因果系统和非因果系统

响应不会超前激励的系统为因果系统，否则为非因果系统。因果系统在任何时刻的响应只取决于激励的现在和过去值，而不取决于激励的将来值。

1.1.4　系统的模拟

1. 基本运算器

(1) 加法器：对若干个输入信号进行相加运算，如图 1.1 所示。

$$y(t) = x_1(t) + x_2(t)$$

(2) 标量乘法器：把输入信号乘以标量 a，如图 1.2 所示。

$$y(t) = ax(t)$$

(3) 积分器：对输入信号进行积分运算，如图 1.3 所示。

$$y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau)\mathrm{d}\tau$$

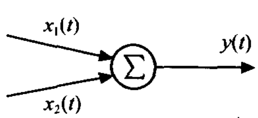


图 1.1

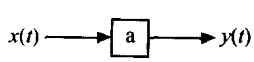


图 1.2

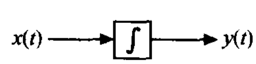


图 1.3

2. 连续系统的模拟

根据微分方程可作出相应的模拟图。

当微分方程不包含输入函数的导数时，绘制系统模拟图的规则为：(1) 把微分方程输出函数的最高阶导数项保留在等式左边，而把其他项移到等式右边；(2) 将最高阶导数作为第1个积分器的输入，其输出作为第2个积分器的输入，以后每经过一个积分器，输出函数的导数阶数就降低一阶，直到获得输出函数为止；(3) 把各个阶数降低了的导数及输出函数分别通过各自的标量乘法器，一起送到第1个积分器前的加法器与输入函数相加，加法器的输出就是最高阶导数。

当微分方程包含输入函数的导数时，需要引入辅助函数。

1.2 典型题解析

[例 1-1] 下列信号中哪些是能量信号，哪些是功率信号，计算它们的能量或平均功率。

(1) $t\varepsilon(t)$

(2) $\dfrac{1}{1+t}\varepsilon(t)$

(3) $\cos(\omega t+\theta)$

[解题提示] 判断信号是功率信号或能量信号，可由信号的功率或能量值确定。

解：(1) $E=\lim\limits_{T\to\infty}\int_{-T}^{T}[t\varepsilon(t)]^2\mathrm{d}t=\lim\limits_{T\to\infty}\int_{0}^{T}t^2\mathrm{d}t=\lim\limits_{T\to\infty}\dfrac{T^3}{3}=\infty$

$$P=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}[t\varepsilon(t)]^2\mathrm{d}t=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{0}^{T}t^2\mathrm{d}t=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\frac{T^3}{3}=\infty$$

故 (1) 是一个非能量非功率信号。

(2) $E=\lim\limits_{T\to\infty}\int_{-T}^{T}\dfrac{[\varepsilon(t)]^2}{(1+t)^2}\mathrm{d}t=\lim\limits_{T\to\infty}\int_{0}^{T}\dfrac{1}{(1+t)^2}\mathrm{d}t=\lim\limits_{T\to\infty}\left[-\dfrac{1}{1+T}\right]+1=1$

$P=0$

故 (2) 是一个能量信号。

(3) $$E=\lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T}\cos^2(\omega t+\theta)\mathrm{d}t=\lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T}\frac{1+\cos[2(\omega t+\theta)]}{2}\mathrm{d}t$$

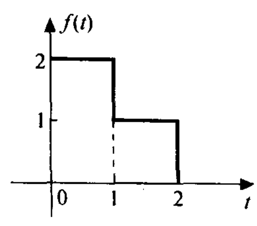
$$=\lim_{T\to\infty}\frac{t}{2}\bigg|_{-T}^{T}+\lim_{T\to\infty}\frac{\sin[2(\omega t+\theta)]}{2\omega}\bigg|_{-T}^{T}=\infty$$

$$P=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\cos^2(\omega t+\theta)\mathrm{d}t=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\frac{1+\cos[2(\omega t+\theta)]}{2}\mathrm{d}t$$

$$=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\frac{t}{2}\bigg|_{-T}^{T}+\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\frac{\sin[2(\omega t+\theta)]}{2\omega}\bigg|_{-T}^{T}=\frac{1}{2}$$

故 (3) 是一个功率信号。

[例 1-2] 已知信号 $f(t)$ 的波形如图例 1-2.1 所示，试画出 $f'(t)$ 和 $\int_{-\infty}^{t}f(\tau)\mathrm{d}\tau$ 的波形，并写出其解析式。



图例 1-2.1

解：
$$f(t)=\begin{cases}2 & 0<t<1\\ 1 & 1<t<2\\ 0 & t>2\end{cases}$$

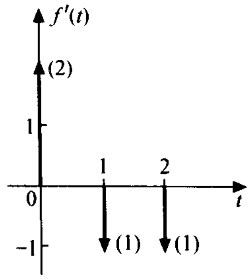
也可以表示为　　　　$f(t)=2\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-2)$

故 $f'(t)=2\delta(t)-\delta(t-1)-\delta(t-2)$，画出其波形图如图例 1-2.2 所示。

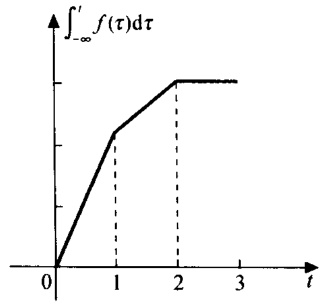
$$\int_{-\infty}^{t} f(\tau)\mathrm{d}\tau=\begin{cases}\int_0^t 2\mathrm{d}\tau & 0<t<1\\ 2+\int_1^t \mathrm{d}\tau & 1<t<2\\ 3 & t>2\end{cases}$$

$$=2t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]+(2+t-1)[\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-2)]+3\varepsilon(t-2)$$

$=2t\varepsilon(t)+(1-t)\varepsilon(t-1)+(-t+2)\varepsilon(t-2)$，画出其波形图如图例 1-2.3 所示。



图例 1-2.2



图例 1-2.3

[例 1-3] 画出下列时间信号的波形图，注意它们的区别。

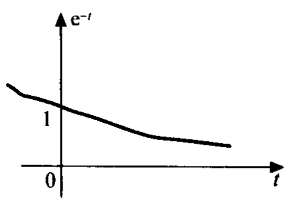
(1) e^{-t}　　(2) $\mathrm{e}^{-t}\varepsilon(t)$　　(3) $\varepsilon(-t)+\mathrm{e}^{-t}\varepsilon(t)$

(4) $\mathrm{e}^{-(t-1)}\varepsilon(t)$　　(5) $\mathrm{e}^{-(t-1)}[\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-2)]$

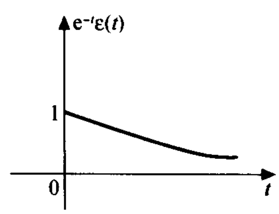
解：画信号的波形一是要画出其大致变化趋势，二是要标出关键点的数值。

(1) 波形如图例 1-3.1 所示。

(2) 波形在 (1) 波形基础上只保留其 $t>0$ 的部分，其他为零，波形如图例 1-3.2 所示。



图例 1-3.1

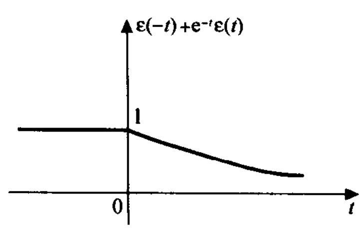


图例 1-3.2

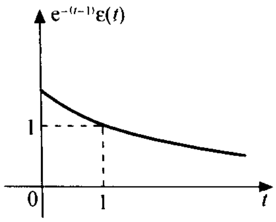
(3) 在 (2) 波形基础上多了 $\varepsilon(-t)$，即 $t<0$ 时，函数值为 1，画出波形如图例 1-3.3 所示。

(4) 取函数 $\mathrm{e}^{-(t-1)}$ 波形中 $t>0$ 的部分，而 $\mathrm{e}^{-(t-1)}$ 可由 e^{-t} 右移 1 个单位获得，波形如图例 1-3.4 所示。

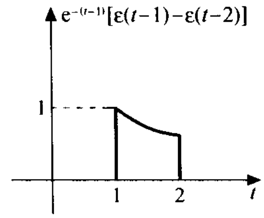
(5) 取 $\mathrm{e}^{-(t-1)}$ 波形中 $1<t<2$ 部分，其他位置为零。波形如图例 1-3.5 所示。



图例 1-3.3

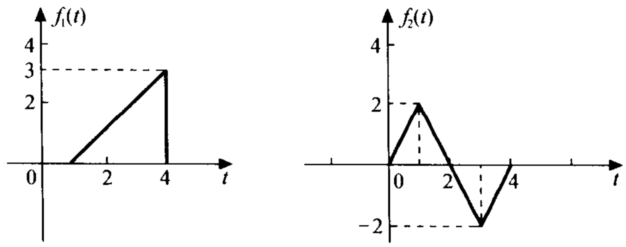


图例 1-3.4



图例 1-3.5

［例 1-4］ 写出图例 1-4.1 所示时间信号的数学表达式。

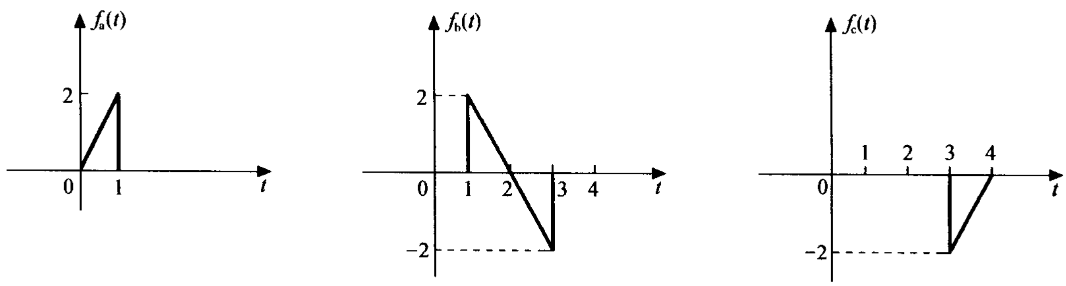


(a)　　(b)

图例 1-4.1

解：(1) $f_1(t)$ 可看成取直线 $f(t)=t-1$ 的 $1<t<4$ 的一段，从而用 $t-1$ 与门函数 $\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-4)$ 相乘得到，即 $f_1(t)=(t-1)[\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-4)]$。

(2) $f_2(t)$ 可看成是 3 段直线 $f_a(t)$、$f_b(t)$、$f_c(t)$相加而成，这 3 段直线分别如图例 1-4.2(a)、(b)、(c)所示。

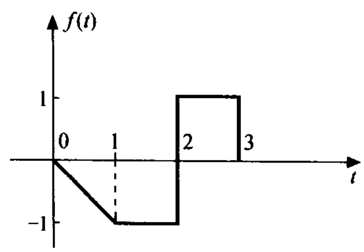


(a)　　(b)　　(c)

图例 1-4.2

$$f_2(t)=2t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]-2(t-2)[\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-3)]+2(t-4)[\varepsilon(t-3)-\varepsilon(t-4)]$$
$$=2t\varepsilon(t)-4(t-1)\varepsilon(t-1)+4(t-3)\varepsilon(t-3)-2(t-4)\varepsilon(t-4)$$

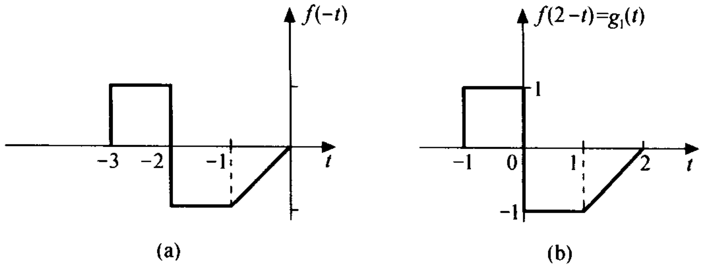
［例 1-5］ 已知 $f(t)$ 的波形如图例 1-5.1 所示，试画出 $g_1(t)=f(2-t)$ 和 $g_2(t)=f(-2t-3)$ 的波形图。



图例 1-5.1

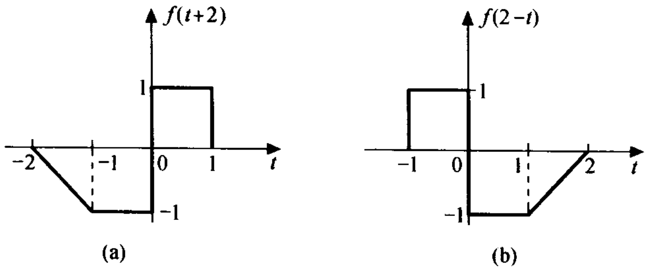
解：从 $f(t)$ 到 $g_1(t)$ 经过折叠和时移两种运算，可有两种变换次序。

(1) $f(t)\xrightarrow{\text{折叠}}f(-t)\xrightarrow{\text{时移}}f[-(t-2)]=g_1(t)$ 其变换的图形为图例 1-5.2(a)(b)。



图例 1-5.2

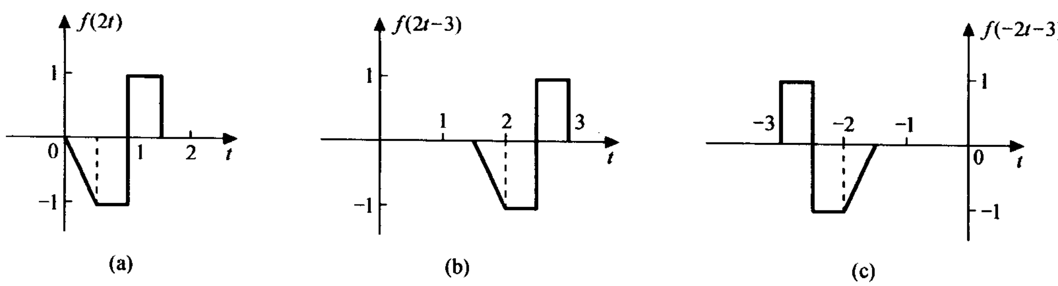
(2) $f(t)\xrightarrow{\text{时移}}f(t+2)\xrightarrow{\text{折叠}}f(-t+2)=g_1(t)$ 其变换的图形为图例 1-5.3(a)(b)。



图例 1-5.3

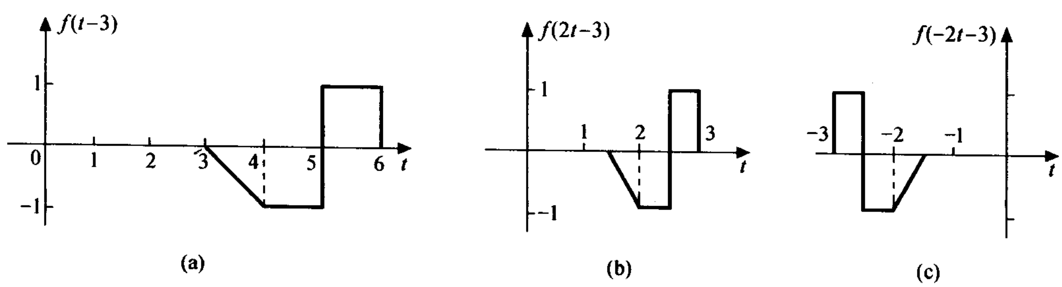
从 $f(t)$ 到 $g_2(t)$ 经过尺度变换、折叠和时移 3 种运算，可有多种变换次序。

(1) $f(t)\xrightarrow{\text{尺度变换}}f(2t)\xrightarrow{\text{时移}}f\left[2\left(t-\dfrac{3}{2}\right)\right]\xrightarrow{\text{折叠}}f(-2t-3)=g_2(t)$ 变换图形为图例 1-5.4(a)(b)(c)。



图例 1-5.4

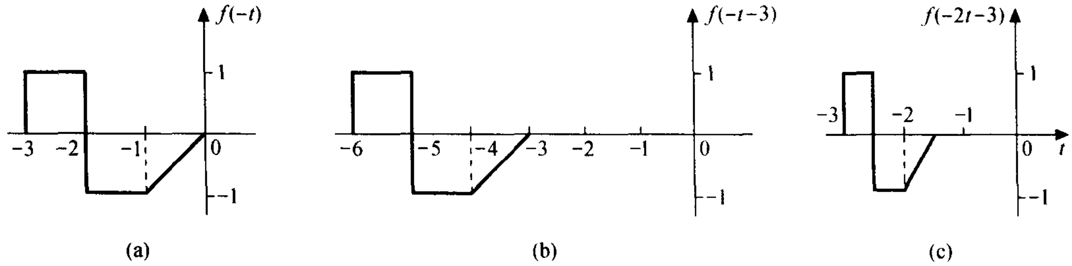
(2) $f(t)\xrightarrow{\text{时移}}f(t-3)\xrightarrow{\text{尺度变换}}f(2t-3)\xrightarrow{\text{折叠}}f(-2t-3)=g_2(t)$ 变换图形为图例 1-5.5(a)(b)(c)。



图例 1-5.5

(3) $f(t)\xrightarrow{\text{折叠}}f(-t)\xrightarrow{\text{时移}}f[-(t+3)]\xrightarrow{\text{尺度变换}}f(-2t-3)=g_2(t)$ 变换图形为图

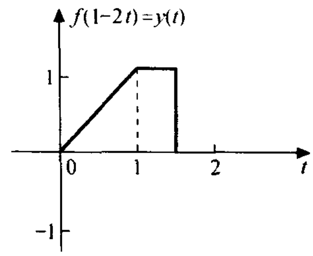
例1-5.6(a)(b)(c)。



图例 1-5.6

[注意] 信号的运算要抓住一点，即所有的运算都是对 t 而言的。

[例 1-6] 已知 $y(t)=f(1-2t)$，且 $y(t)$ 的波形如图1-6.1所示，画出 $f(t)$ 的波形。

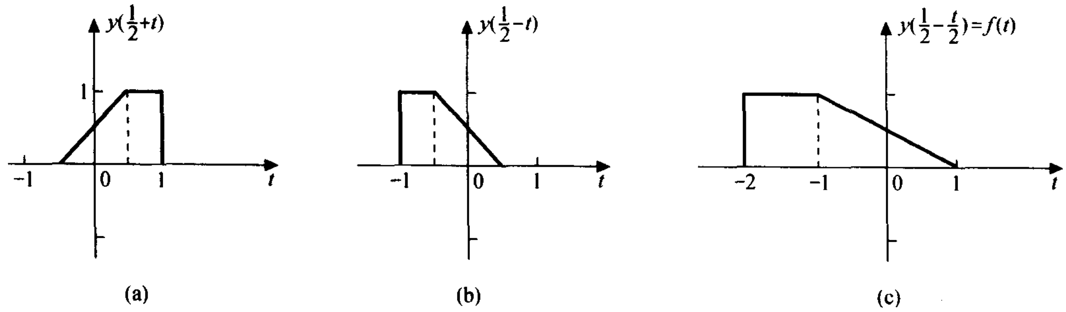


图例 1-6.1

[解题提示] 例 1-5 是已知 $f(t)$ 求其变换后的函数，此处与之相反。求解时可以参照例 1-5，也可以先作变量代换后求。

解法一：令 $x=1-2t$，所以 $t=\frac{1}{2}-\frac{x}{2}$，于是 $f(x)=y\left(\frac{1}{2}-\frac{x}{2}\right)$，即 $f(t)=y\left(\frac{1}{2}-\frac{t}{2}\right)$。

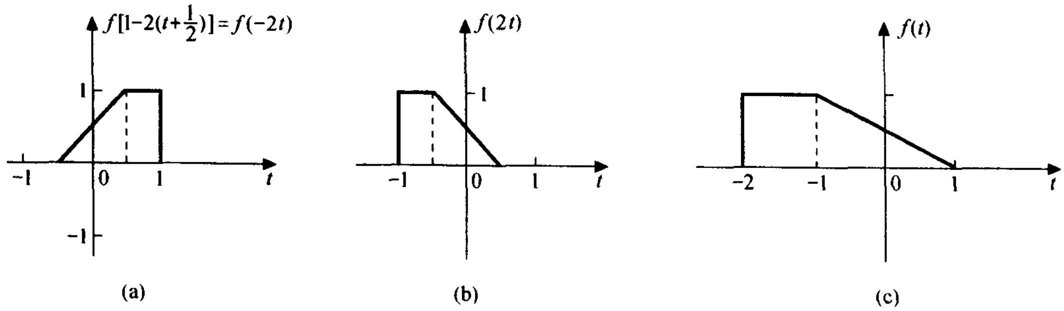
再参照例 1-5，将 $y(t)$ 经过尺度变换、折叠和时移得到 $f(t)$ 的波形，如图例 1-6.2(a)(b)(c)所示。



图例 1-6.2

解法二：

$f(1-2t)\xrightarrow{\text{时移}}f\left[1-2\left(t+\frac{1}{2}\right)\right]=f(-2t)\xrightarrow{\text{折叠}}f(2t)\xrightarrow{\text{尺度变换}}f(t)$ 变换的图形如图例 1-6.3(a)(b)(c)所示。



图例 1-6.3

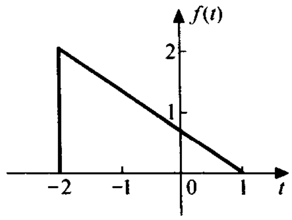
与例 1-5 类似，信号经过尺度变换、折叠和时移变换，变换的次序是任意的。此处不再罗列其他变换次序。

[例 1-7] 信号 $f(t)$ 的波形如图例 1-7.1 所示，绘出下列各函数对 t 的波形。

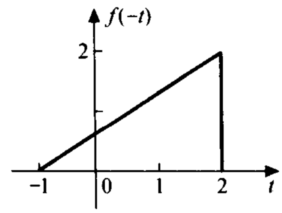
(1) $f(-t)$　　(2) $f(t-2)$　　(3) $f(-t+2)$　　(4) $f\left(\dfrac{t}{2}\right)$

(5) $f\left(-\dfrac{t}{2}+1\right)$　　(6) $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[f\left(\dfrac{t}{2}+1\right)\right]$　　(7) $\int_{-\infty}^{t} f(2-\tau)\mathrm{d}\tau$

解：(1) $f(-t)$ 是把 $f(t)$ 折叠，如图例 1-7.2 所示。



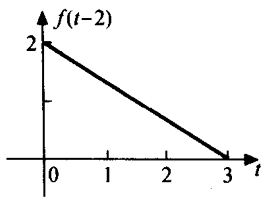
图例 1-7.1



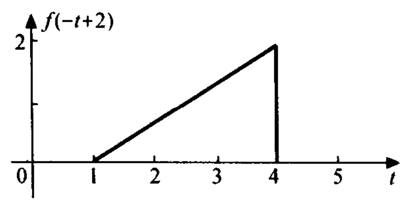
图例 1-7.2

(2) $f(t-2)$ 是把 $f(t)$ 右移 2 个单位，如图例 1-7.3 所示。

(3) $f(-t+2)=f[-(t-2)]$ 是将 $f(-t)$ 右移 2 个单位，或者 $f(-t+2)$ 是将 $f(t+2)$ 折叠，如图例 1-7.4 所示。



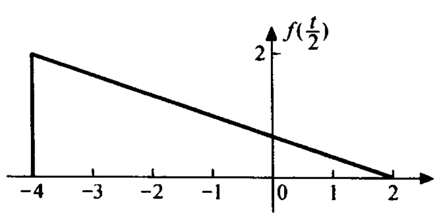
图例 1-7.3



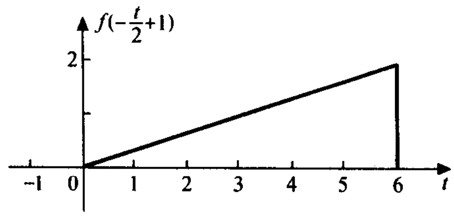
图例 1-7.4

(4) $f\left(\dfrac{t}{2}\right)$ 是将 $f(t)$ 扩展 2 倍，如图例 1-7.5 所示。

(5) $f\left(-\dfrac{t}{2}+1\right)=f\left[-\dfrac{(t-2)}{2}\right]$ 是将 $f(t)\xrightarrow{扩展}f\left(\dfrac{t}{2}\right)\xrightarrow{折叠}f\left(-\dfrac{t}{2}\right)\xrightarrow{右移}2f\left[-\dfrac{(t-2)}{2}\right]$，如图例 1-7.6 所示。

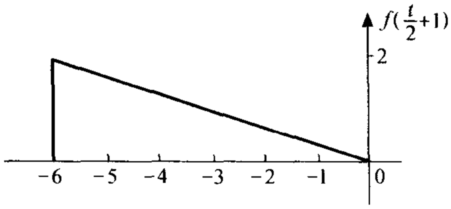


图例 1-7.5

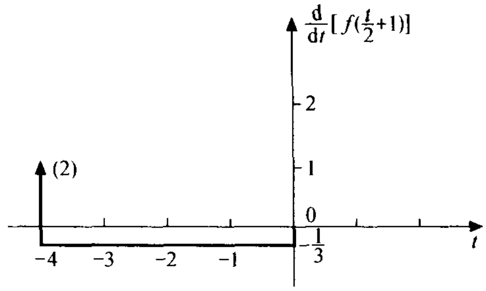


图例 1-7.6

(6) 先画出 $f\left(\dfrac{t}{2}+1\right)$，再求导得 $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[f\left(\dfrac{t}{2}+1\right)\right]$，$f\left(\dfrac{t}{2}+1\right)$ 是将 $f\left(-\dfrac{t}{2}+1\right)$ 折叠，如图例 1-7.7 所示，$\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[f\left(\dfrac{t}{2}+1\right)\right]$ 如图例 1-7.8 所示。

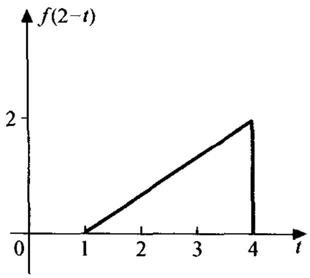


图例 1-7.7

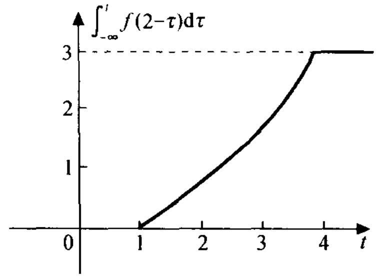


图例 1-7.8

(7) 先求 $f(2-t)$，是将 $f(2+t)$ 折叠，如图例 1-7.9 所示，再求积分，得 $\int_{-\infty}^{t} f(2-\tau)\mathrm{d}\tau$，如图例 1-7.10 所示。



图例 1-7.9



图例 1-7.10

[例 1-8] 判别下列系统是否为线性的，时不变的。其中，$x(t)$ 为激励，$q(0)$ 为初始状态，$y(t)$ 为响应。

(1) $y(t) = q(0)\sin 5t + tx(t)$

(2) $y(t) = q(0) + x(t)\dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}$

解：这里列的系统都带初始状态，因此要从 3 个方面判断是否为线性。

(1) $y_{zi}(t) = q(0)\sin 5t$，$y_{zs}(t) = tx(t)$ 具备了分解性。

零输入响应具备了线性，即：

$$k_1 q_1(0) + k_2 q_2(0) \rightarrow [k_1 q_1(0) + k_2 q_2(0)]\sin 5t = k_1 y_{zi1}(t) + k_2 y_{zi2}(t)$$

零状态响应具备了线性，即：

$$k_1 x_1(t) + k_2 x_2(t) \rightarrow t[k_1 x_1(t) + k_2 x_2(t)] = k_1 y_{xs1}(t) + k_2 y_{zs2}(t)$$

故系统为线性的。系统是时变的，因初始状态和激励的系数均与时间 t 有关。

(2) $y_{zi}(t) = q(0)$，$y_{zs}(t) = x(t)\dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}$，具备了分解性。

零输入响应具备了线性，零状态响应不具备线性。

$$k_1 x_1(t) + k_2 x_2(t) \rightarrow [k_1 x_1(t) + k_2 x_2(t)]\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[k_1 x_1(t) + k_2 x_2(t)]$$

$$\neq k_1 y_{zs1}(t) + k_2 y_{zs2}(t)$$

故系统不具备线性。系统是非时变的，因初始状态和激励的系数都为常数。

[例 1-9] 判别下列系统是否为线性的，时不变的和因果的。

(1) $y(t) = \mathrm{e}^{x(t)}$