总主编 吴万用 王永珊

Mathematics

课标时代de学

高一数学

本册主编 王立华 庄 杰

上册

KBSD

云南教育出版社

KBSDDX

课标时代de学丛书

编委会

KBSDDX

致读者

一直有个浓浓的愿望，想给我们可爱的中学生朋友出版一套可以对学习有帮助又对成长有启示的书，让大家既学到知识，又学会思考，学会交流，学会应用，学会实践，在感受到学习是愉快的而不是负担的同时，收获丰硕的学习成果……这套《课标时代 de 学》将让这个美好的愿望成为现实。

学习需要悟性，当你会学的时候，一切都变得轻松简单，让我们远离题海战术，一起尝试新的学习方式吧！

读了这套丛书，你将在获得知识的同时，学会学习，一生受益，成为一个有价值的人。

KBSDDX

前言

跨入21世纪，国家教育部颁布的《国家基础教育课程改革指导纲要》及制订的各门课程的课程标准，以其先进的教育理念宣告我国基础教育进入新的时代——“课标时代”。“课标时代”对教学的目标要求是：加强课程内容与学生生活及现代社会科技发展的联系，关注学生的学习兴趣和经验；使学生获得终身学习必备的基础知识和基本技能的过程，同时成为学会学习和形成正确价值观的过程；倡导学生主动参与，乐于探究，勤于动手；培养学生搜集和处理信息的能力、获取新知识的能力、分析和解决问题的能力，以及交流与合作的能力。《课标时代de学》正是基于实现这一教学目标而组织编辑出版的，它是出版工作者与全国众多优秀教师集体智慧的结晶，是为推进这种先进教育理念的深入和课程思想的实现而做的大胆而有益的尝试。

《课标时代de学》体例设计先进、科学，具有鲜明的时代特征。

KBSDDX

《课标时代 de 学》让学生学会学习。丛书依据“学习内容”和“学习过程”将每节课设计成“学什么”和“怎样学”相辅相成的两大板块，它摒弃机械灌输的知识传授模式，将学习探究过程引入助学读物，让学生在学会知识的同时学会学习。

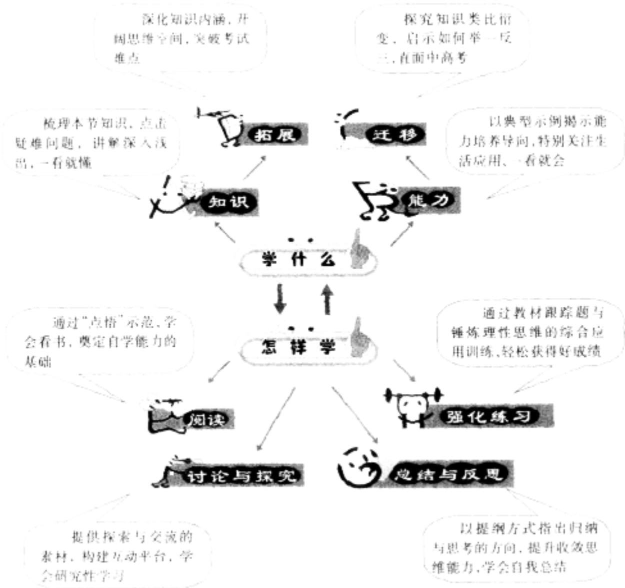
《课标时代 de 学》让学生自主学习。丛书突出学生的主体地位，作者只是引导读者走进学习乐园的向导。丛书通过“点悟”、“点评”、“提示”等画外音与学生互动交流，点到为止，授人以渔。

《课标时代 de 学》让学生高效学习。丛书体例设计符合学生的认知规律，学习内容与学习过程循序渐进，科学高效。“学什么”包括知识、能力、迁移、拓展，“怎样学”包括阅读、讨论与探究、总结与反思、强化练习，单元(章末)综合练习包括基础题、综合题、创新题、中(高)考题、竞赛题。

《课标时代 de 学》完全可以让学生获得好成绩。只要认真研读丛书，按照新的学习方式去学习，就会轻轻松松提高学习成绩。丛书还特别关注中(高)考的最新趋向，尤其是“迁移”、“拓展”栏目及“能力”中的“生活应用”都是中高考的命题点或命题方向，将对备考提供莫大帮助。

KBSDDX

导读示意图



KBSDDX

目录

1

第一章　集合与简易逻辑

知识链接

一、知识结构

1. 集　合 $\begin{cases}\text{集合有关概念}\\ \text{子集、全集、补集}\\ \text{交集、并集}\end{cases}$

2. 解不等式 $\begin{cases}\text{绝对值不等式解法}\\ \text{一元二次不等式解法}\end{cases}$

3. 简易逻辑 $\begin{cases}\text{逻辑联结词}\\ \text{四种命题}\\ \text{充分条件与必要条件}\end{cases}$

二、知识核心

1. 集合概念及其基本理论,称为集合论,它是近现代数学的基础

2. 逻辑是研究思维形式及其规律的一门基础学科.

目标要求

1. 理解集合、子集、全集、补集、交集、并集的概念,了解空集和全集的意义;了解属于、包含、相等关系的意义,掌握相关的术语和符号,并会用它们正确地表示一些简单的集合.

2. 理解逻辑联结词“或”、“且”、“非”的含义,理解四种命题及其相互关系,掌握充要条件.

3. 运用集合的观点,研究、处理数学问题.

4. 培养学生进行简单推理的技能,发展学生的思维能力.

第一节 集 合

学什么

知识

1. 集合的概念

一般地，某些指定的对象集在一起就成为一个集合，也简称集，它是一般性的描述，是数学概念中不加定义的最基本的概念之一，通常用大写的拉丁字母表示，如集 A、集 D 等.

2. 集合中元素的三大特征

(1)确定性：任何一个元素 a，对于 $a\in A$ 或 $a\notin A$，二者必居其一且仅居其一；

(2)互异性：集合中的元素是互不相同的，即同一个元素在一个集合里，不能重复出现；

(3)无序性：即在一个集合里，元素之间没有排列次序.

3. 集合的表示方法

(1)列举法：将集合中的元素一一列举出来，写在大括号内，并且元素之间用逗号隔开；

(2)描述法：用描述法表示的集合，对其元素的属性要准确理解；

(3)韦恩图法：用封闭曲线的内部来表示一个集合；

(4)一些常用的数集及其记法：非负整数集 $\mathbf{N}$，正整数集 $\mathbf{N}^*$ 或 $(\mathbf{N}_+)$，整数集 $\mathbf{Z}$，有理数集 $\mathbf{Q}$，实数集 $\mathbf{R}$ 等等.

4. 元素与集合的关系用 $\in$、$\notin$ 表示

5. 集合的分类

依据其元素个数可分为：

(1)有限集：含有有限个元素的集合；

(2)无限集：含有无限个元素的集合；

(3)空集：不含任何元素的集合.

依据其元素的种类，可分为：

(1)数集：集合中的元素是“数”；

例如：$A=\{1,2,3\}$

(2)点集：集合中的元素是有序的实数对或几何图形上的点；

例如：$B=\{(x,y)\mid y=x+1,x\in\mathbf{R}\}$

$C=\{M\mid |MA|=|MB|，点\ A,B\ 为定点\}$

(3)其他类型集：集合中的元素不是上述二类的．如集合$\{x|x$ 是直角三角形$\}$.

能力

1. 培养符号表示能力

例 用符号“$\in$”“$\notin$”填空

(1)若 $A=\{x|y^2=x,\ y\in \mathbf{R}\}$，则 -1______ A；

(2)若 $B=\{x\in \mathbf{N}^*|x^2+x=0\}$，则 0______ B；

(3)若 $C=\{y\in \mathbf{Z}|y=3x-1,\ -1\leqslant x\leqslant 2\}$，则 3______ C.

〔**点评** 答案：$\notin$；$\notin$；$\in$．应牢记常用数集的记法及它们排除 0 的集合的记法．〕

2. 培养逻辑思维能力

例 若集合 $A=\{x|ax^2+2x+1=0,x\in \mathbf{R}\}$只有一个元素，则 A 中实系数 a 的值为（　　）

A. 1　　B. 0

C. 0 或 1　　D. 以上答案都不对

〔**点评**：正确选项为 C，对方程 $ax^2+2x+1=0$ 的理解要全面，不可忽视 $a=0$.〕

3. 培养逻辑推理能力

例 用列举法表示集合

$A=\{x|\dfrac{p}{q}=x,\ p+q=5,\ p\in \mathbf{N},\ q\in \mathbf{N}_+\}$

点评

由 $p+q=5$, $p\in\mathbf{N}$, $q\in\mathbf{N}_+$ 可知：

$\begin{cases}P=0\\q=5\end{cases}$ 或 $\begin{cases}P=1\\q=4\end{cases}$ 或 $\begin{cases}P=2\\q=3\end{cases}$ 或 $\begin{cases}P=3\\q=2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}P=4\\q=1\end{cases}$

因为 x 要满足 $x=\dfrac{p}{q}$ 所以，$A=\{0,\dfrac{1}{4},\dfrac{2}{3},\dfrac{3}{2},4\}$.

迁移

能正确表示一些简单集合的关键是首先要明确集合中的元素的属性，其次要正确运用集合的表示方法．

例 根据高一数学第一章第 1 节习题的第 3 题，能否解决下列问题．

把下列集合用另一种方法表示出来．

(1)$\{x\in \mathbf{Z}|y=x^2,0\leqslant y\leqslant 4\}$

(2)$\{y\in \mathbf{N}|y=x^2,\ -2\leqslant x\leqslant 2\}$

解 (1)由 $y=x^2$ 可得 $x=\pm\sqrt{y}$，因为 $x\in \mathbf{Z},0\leqslant y\leqslant 4$

所以 $x=0,\ \pm1,\ \pm2$,

所以$\{x\in \mathbf{Z} \mid y=x^2, 0\leqslant y\leqslant 4\}=\{-2,-1,0,1,2\}$.

(2)由 $y=x^2$, $-2\leqslant x\leqslant 2$, 所以 $0\leqslant y\leqslant 4$

又 $y\in \mathbf{N}$　　所以 $y=0,1,2,3,4$

所以$\{y\in \mathbf{N} \mid y=x^2, -2\leqslant x\leqslant 2\}=\{0,1,2,3,4\}$.

〔**想一想**:该题与教材的习题有何不同?解题规律是否相同?〕

拓展

例1　用列举法表示集合

$A=\{(x,y) \mid y=x^2, -2\leqslant x\leqslant 2, y\in \mathbf{Z}\}$

解　该集合是抛物线 $y=x^2(-2\leqslant x\leqslant 2)$上纵坐标 $y\in \mathbf{Z}$ 的点的集合.

由 $y=x^2$, $-2\leqslant x\leqslant 2$, 可得 $0\leqslant y\leqslant 4$.

从而 $y\in\{0,1,2,3,4\}$

从而可得$\begin{cases}y=0\\x=0\end{cases}$　$\begin{cases}y=1\\x=\pm 1\end{cases}$　$\begin{cases}y=2\\x=\pm\sqrt{2}\end{cases}$　$\begin{cases}y=3\\x=\pm\sqrt{3}\end{cases}$　$\begin{cases}y=4\\x=\pm 2\end{cases}$

从而可得集合 A 的列举法表示为:

$A=\{(-2,4),(-\sqrt{3},3),(-\sqrt{2},2),(-1,1),(0,0),$

$(1,1),(\sqrt{2},2),(\sqrt{3},3)(2,4)\}$

例2　用描述法写出正整数中被3除余1的数集.

解　按正整数被3除所得的余数,可把正整数分为三类.

(1)余数为0.　　$x=3k$　　$k\in \mathbf{N}^*$

(2)余数为1.　　$x=3k+1$　$k\in \mathbf{N}$

(3)余数为2.　　$x=3k+2$　$k\in \mathbf{N}$

所以所求集合为$\{x \mid x=3k+1, k\in \mathbf{N}\}$

怎样学

阅读

阅读教材节选

“一般地,某些指定的对象集在一起就成为一个集合.”

“列举法是把集合中的元素一一列举出来的方法.”

“描述法是用确定的条件表示某些对象是否属于这个集合的方法.”

问:怎样理解“指定的对象”、“一一列举”、“确定的条件”?

“指定的对象”的“指定”与“确定的条件”的“条件”实质都是指集合中的元素的“确定性”，而“一一列举”就是遵循集合中的“互异性”的原则，即集合中的元素没有重复现象.

点悟

阅读示范题

例 设集合 A 中的元素为实数且满足 $a\in A\Rightarrow\frac{1}{1-a}\in A$ 且 $1\notin A$. (1)若 $2\in A$，求 A；(2) A 能否为单元素集?若能，求 A；(3)证明：若 $a\in A$，则 $1-\frac{1}{a}\in A$.

解 (1)由题意得：因为 $2\in A$，所以 $\frac{1}{1-2}=-1\in A$，

所以 $\frac{1}{1-(-1)}=\frac{1}{2}\in A$，所以 $\frac{1}{1-\frac{1}{2}}=2\in A$，所以 $A=\{2,-1,\frac{1}{2}\}$.

(2)若 A 中有且仅有一个元素 a，则 $\frac{1}{1-a}\in A$，又 A 为单元素集，

所以 $a=\frac{1}{1-a}\Rightarrow a^2-a+1=0$，所以 $\Delta<0$，所以 $a\in\varnothing$，

所以 A 不可能为单元素集.

(3)因为 $a\in A$，所以 $\frac{1}{1-a}\in A$，所以 $\frac{1}{1-\frac{1}{1-a}}\in A$，即 $1-\frac{1}{a}\in A$.

讨论与探究

例1 下面的各组对象能否构成集合?

(1)所有的好人；

(2)所有大于0的负数；

(3)高一数学教材中所有的难题；

(4)直角坐标平面内横坐标与纵坐标互为相反数的点；

(5)所有正偶数.

这是一道判断某些对象是否可构成集合的问题．关键是这些指定的对象是否具有确定性，即任何一个对象对于一个集合来说，“$\in$”与“$\notin$”二者必居其一，否则便不是集合．

因此题设中的“好人”与“难题”不具备“确定性”．因此(1)、(3)不是集合，而(2)、(4)、(5)是集合．

点评

例 2　已知有三个元素的集合 $A=\{a-2, 2a^2+5a, 12\}$，且 $-3\in A$，则 $a=-1$ 或 $a=-\frac{3}{2}$，对不对？为什么？

当 $a=-1$ 时，则 $A=\{-3,-3,12\}$，这时在 A 中出现两个相同的元素 -3，这是不符合集合中的元素是互异的，因此 $a\neq-1$．

当 $a=-\frac{3}{2}$ 时，则 $A=\{-\frac{7}{2},-3,-12\}$ 符合题设，因此 $a=-\frac{3}{2}$ 是正确的．

点评

例 3　已知两个集合

$A=\{x\mid x-1\geqslant0\}$

$B=\{y\mid y=(x-3)^2+1, x\in\mathbf{R}\}$

请指出这两个集合的不同点，它们是否有共同点？

两集合不同之处：A 表示的是不等式 $x-1\geqslant0$ 的解的集合，即满足 $x-1\geqslant0$ 的 x 的取值范围，即 $A=\{x\mid x\geqslant1\}$．

B 表示的是二次函数 $y=(x-3)^2+1$ 的函数 y 的取值范围，即 $B=\{y\mid y\geqslant1\}$

虽然 A、B 分别表示满足各自确定条件的 x 与 y 的集合，但是它们都是数集，且都是大于等于 1 的所有实数的集合，因此它们是相同的集合．

点评

总结与反思

1. 本节知识哪些是重点？哪些是难点？

〔**提示**　重点：集合的基本概念与表示方法；　难点：用列举法与描述法正确表示集合〕

2. 哪些知识间易混？怎样区分？

(1)两集合 $A=\{x\mid y=x^2\}$ 与 $B=\{y\mid y=x^2\}$ 是否相同？

(2)Ø 与 $\{0\}$ 的区别.

(3)表示集合时所用的大括号“{}”含有“全体”的意义，如全体的奇数的集合应表示为：{奇数}，而不能表示为：{全体奇数}.

(4)列举法表示集合时，集中的元素间必须用逗号.

如 $A=\{1,2,3\}$ 与 $B=\{1\ 2\ 3\}$ 它们分别表示含有三个元素与一个元素的不同集合.

提示

3. 本节知识应用表现在哪些方面？有哪些习题类型？

提示

(1)会用符号“$\in$”与“$\notin$”表示元素与集合间的关系.

(2)会用集合语言表达数学问题，研究与处理数学问题. 如：用集合表示方程的解；不等式的解；几何图形上的点的线轨迹.

(3)常用数集的记法及它们排除 0 的集的记法.

(4)确定集合中的元素的性质及了解有限集、无限集、空集的意义.

强化练习

教材跟踪练习

一、选择题

1. 下列四个关系式(1) $\sqrt{3}\in\mathbf{R}$，(2)$0\in\mathbf{N}$　(3) $-5\in\mathbf{Z}$　(4)$0\in\{0\}$中，正确的个数是　(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

2. 下列表示方法正确的是　(　　)

A. $3\in\{y\mid y=n^2+1,\ n\in\mathbf{N}\}$

B. $0\in\{(x,y)\mid x^2+y^2=0,\ x\in\mathbf{N},\ y\in\mathbf{N}\}$

C. $-3\in\{x\mid x^2-9=0,\ x\in\mathbf{N}\}$

D. $2\in\{x\mid x=\sqrt{n},\ n\in\mathbf{N}\}$

3. 下列命题

(1)集合 $\mathbf{N}$ 中最小的数为 1；

(2)若 $-a\in\mathbf{N}$,则 $a\in\mathbf{N}$;

(3)若 $a\in\mathbf{N}, b\in\mathbf{N}^*$,则 $a+b\geqslant 1$;

(4)若 $a\in\mathbf{Z}, b\in\mathbf{Z}$,则 $a^2+b^2\geqslant 0$.

其中正确的命题的个数是 ( )

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

4. 集合 $A=\{a, b, c, d\}$ 中的四个元素分别是一个凸四边形的四边长,那么这个四边形一定不是 ( )

A. 直角梯形 B. 等腰梯形

C. 圆内接四边形 D. 有一内角为钝角的梯形

二、填空题

5. 用列举法表示下列集合

(1) $A=\{x\in\mathbf{N}\mid \frac{9}{9-x}\in\mathbf{N}\}=$ ________.

(2) $B=\{\frac{9}{9-x}\in\mathbf{N}\mid x\in\mathbf{N}\}=$ ________.

6. 设集合 $A=\{1, a, b\}$, $B=\{a, a^2, ab\}$ 并且 $A=B$,那么 $a^{2004}+b^{2003}=$ ________.

理性思维 综合应用

一、选择题

1. 若 $P=\{x\mid x>-1\}$,则有 ( )

A. $\{0\}\in P$ B. $\varnothing\in P$

C. $0\notin P$ D. $0\in P$

2. 已知: $a=\frac{1}{\sqrt{2}-1}$, $b=2$, $c=2\sqrt{2}$, $d=\sqrt{3}(\sqrt{6}-2)$, 集合 $M=\{x\mid x=m+n\sqrt{2}, m, n\in\mathbf{Q}\}$其中 a、b、c、d 是集合 M 的元素的个数有 ( )

A. 1 个 B. 2 个

C. 3 个 D. 4 个

3. 设 a, b, c, d 为非零实数,则 $M=\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{c}{|c|}+\frac{abc}{|abc|}$的所有值组成的集合为 ( )

A. $\{4\}$ B. $\{0\}$

C. $\{-4\}$ D. $\{4, 0, -4\}$

4. 已知$\{x\mid 0\leqslant x^2+ax+5\leqslant 4, x\in R\}$中只有一个元素,则实系数 a 的值为 ( )

A. $\pm 2\sqrt{5}$ B. ± 2

C. $\pm 2\sqrt{5}$ 或 ± 2 D. 以上都不对

二、填空题

5. 设$\frac{1}{2}\in\{x\mid x^2-ax-\frac{5}{2}=0\}$，则集合$\{x\mid x^2-\frac{19}{2}x-a=0\}$中所有元素的和为________.

6. 由实数 a, $-a$, $|a|$, $\sqrt{a^2}$, $-\sqrt[3]{a^3}$ 所组成的集合里最多含有____个元素.

三、解答题

7. 已知 $-3\in\{a-3, 2a-1, a^2+1\}$，求实数 a.

8. 已知集合 $A=\{x\mid 2x^2+ax+1=0, x\in\mathbf{R}, a\in\mathbf{R}\}$.

(1)若 A 中只有一个元素，求 a 和 A；

(2)若 $A\neq\varnothing$，求 a 的取值范围.

9. 已知 $A=\{x\in\mathbf{Z}\mid\frac{6}{3-x}\in\mathbf{N}\}$，$B=\{y\mid y=-|x|, x\in A\}$，求集合 B.

10. 设 x, y, z 都是非零实数，试用列举法将$\frac{x}{|x|}+\frac{y}{|y|}+\frac{z}{|z|}+\frac{xy}{|xy|}+\frac{xz}{|xz|}+\frac{yz}{|yz|}+\frac{xyz}{|xyz|}$所有可能的值组成的集合表示出来.

11. 集合 $A=\{x\mid x=3n+1, n\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x\mid x=3n+2, n\in\mathbf{Z}\}$，
$C=\{x\mid x=6n+3, n\in\mathbf{Z}\}$.

(1)若 $c\in C$，求证：必存在 $a\in A$, $b\in B$，使得 $c=a+b$；

(2)对任意的 $a\in A$, $b\in B$，是否一定有 $a+b\in C$，试证明你的结论.

第二节　子集、全集、补集

学什么

知识

1. 子集和真子集

若对于任意的 $x\in A$，都有 $x\in B$，则 $A\subseteq B$（或 $B\supseteq A$）；若 $A\subseteq B$，并且 $A\neq B$，则 $A\subsetneqq B$（或 $B\supsetneqq A$）.

2. 空集

空集是不含任何元素的集合，通常记作 $\varnothing$. 它是任何一个集合的子集，也是任何一个非空集合的真子集．任何一个非空集合至少都有两个子集：$\varnothing$ 和它本身．

3. 集合的相等

若 $A\subseteq B$，且 $B\subseteq A$，则 $A=B$. 因此，要证明 $A=B$，只需证明 $A\subseteq B$ 和 $B\subseteq A$ 都成立即可．两个集合的相等也可以说：若集合 A 与集合 B 的元素完全相同，则 $A=B$.

4. 全集和补集

研究集合与集合之间的关系时，这些集合常常都是某一给定集合的子集，这个给定的集合叫做全集，通常用 U 表示，补集 $\complement_S A=\{x\mid x\in S$ 且 $x\notin A\}$ 包含两层意义：(1) 补集是以“全集”为前提而建立的概念，它是相对概念；(2) A 的补集就是从全集 S 中取出集合 A 的全部元素后剩余的所有元素组成的集合，因而也可称为余集．对于同一个集合 A，若全集 U 不同，则其补集组 $\complement_U A$ 也不同．

能力

1. 培养分析问题和解决问题的能力

例　已知集合 $A=\{x\mid ax+1=0\}$，集合 $B=\{x\mid x^2+x-2=0\}$，并且 $A\subsetneqq B$，求实数 a 的值．