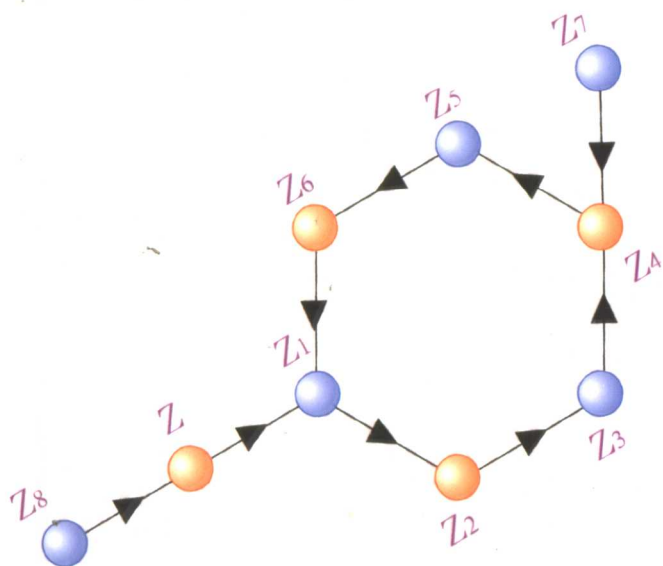


数理 战术学

沙基昌 著



 科学出版社
www.sciencep.com

数理战术学

沙基昌 著

本书由国防科技大学专著专项经费
资助出版

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书在 Lanchester 方程基础上进行了深入的研究,证明了集中优势兵力原则,引入了作战指数的概念.运用最优控制原理,研究了交战双方最优火力分配策略的特点.进一步将作战指数和最优火力分配策略统一到一个模型中处理,提出了规范交战模式等一系列概念,证明了规范交战模式的存在与惟一性定理,给出了算法.运用规范交战模式理论探讨了武器装备作战能力的评价及其在战术运用中的问题,得到了颇有意义的结论,对实际研究工作有指导价值.本书还介绍了离散情况下的作战指数.

本书适用于国防工业部门的研究机构、军队院校相关专业的研究生以及从事最优化研究的有关人员.

图书在版编目 (CIP) 数据

数理战术学/沙基昌著. —北京: 科学出版社, 2003

ISBN 7-03-011522-8

I. 数… II. 沙… III. 数理模型-应用-战术学 IV. E83

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 038328 号

责任编辑: 陈 亮/责任校对: 宋玲玲

责任印制: 安春生/封面设计: 耕者工作室

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码 100717

<http://www.sciencep.com>

新 蕾 印 刷 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2003年6月第一版 开本: A5 (890×1240)

2003年6月第一次印刷 印张: 4 1/2

印数: 1—3 500 字数: 129 000

定价: 13.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换〈新欣〉)



《数理战术学》将现代数学理论与严谨的推理方法运用于军事问题研究,是一次成功的尝试.书中提出的交战强度、核心循环、规范交战模式等一系列概念是深刻的;书中给出的关于规范交战模式的存在与惟一性定理的严谨证明,表现出作者具有深厚的数学修养.书中概念、方法、理论的研究不是从数学出发终止于数学,而是从军事斗争实际出发,提炼成数学问题,运用数学工具取得突破性研究成果,并将这些成果再运用于指导军事斗争实际.书中关于数理战术学方法运用于武器装备作战指数的分析将给读者不少有益的启迪.数理战术学为武器装备作战能力的评价及其作战运用两个方面的研究,特别是对于将两者相结合进行研究提供了一种新的角度和方法.

数理战术学的研究还刚刚起步,期待着她迅速地发展,在运用于新军事变革条件下军事斗争的理论方法方面取得更进一步的成果.

2003年5月



本书是在《数理战术学初探》基础上修改、补充完成的。《数理战术学初探》是作者在多年原创性研究的基础上写成的讲义，用作国防科技大学军事运筹学、系统工程和管理科学与工程专业的研究生教材。12年来，前后已经有十多届学生用过这一教材，在军队院校、研究机关和国防工业部门也产生了一定的影响，几十个单位来人来函索要该书。该书早已脱销，作者有意重写一本，以反映十余年来这方面研究的进展，并满足有关单位的需要，现在总算如愿以偿了。

《数理战术学》是研究作战的。研究作战的目的是为了消灭战争。我们研究透了战争，作好了充分准备，确保立于不败之地，才能避免可能发生的战争。这也是本书的最终目的。

《数理战术学》与一般研究战术的书不同，其研究方法的本质是公理化。这里包括三层含义。首先，从作战的实际提炼出公认的事实和规律，进一步的深化就是公理。其次，在公理的基础上进行严格的数学运算和逻辑推理，得到一系列结论。第三，将这些结论用通俗的或战术的语言进行解释，并用于指导军备和作战实际。

所以，公理化不是脱离作战实际的空谈，而是在作战实际基础上的理论深化。惟有如此，数理战术学才可能发现更为深刻的结论。

数理战术学和战术研究的公理化还只是个开始，今后发展的历程还长，如果本书能在战术研究方面开辟一块新的天地，那便是我的欣慰。

本书写作过程中得到不少人士的帮助。我的老师汪浩教授看到初稿后给予了高度评价，并提出了一些宝贵的意见。国防科技大学的校、院领导为本书出版提供了许多条件。中国人民解放军总装备部科技委副主任郭桂蓉院士审阅了书稿并欣然作序。我的学生在实践中丰富了数理战术

学的内容.栗塔山副教授对本书写法提出了一些有益建议并为本书公式精心排版,武德峰、刘慧慧、毛赤龙、陈超帮助收集整理了参考文献.我的妻子李玉枝更是对我的写作给予了全力支持.没有他们的帮助,本书是不可能完成的.谨此一并表示感谢!



第 1 章 绪论	1
1.1 研究战争	1
1.2 战术与装备	2
1.3 本书的内容与特色	3
1.4 预备知识与本书结构	4
第 2 章 杀伤过程的数学模型	6
2.1 基本 Lanchester 方程	6
2.2 随机格斗模型	6
2.3 间瞄武器情况	7
2.4 多兵种情况	8
2.5 有增援的情况.....	10
2.6 有指挥自动化系统的情况.....	11
2.7 带有士气的 Lanchester 方程.....	11
2.8 其他杀伤模型.....	13
第 3 章 单兵种直瞄武器交战的 Lanchester 方程	14
3.1 单 - Lanchester 方程的解	14
3.2 集中优势兵力原则.....	16
3.3 留预备队.....	17
第 4 章 多兵种直瞄武器交战的 Lanchester 方程	21
4.1 多兵种作战的新问题.....	21
4.2 多 - Lanchester 方程与作战指数	22

4.3	作战指数及其应用示例	28
第 5 章	最优控制与微分对策	38
5.1	最优控制问题	38
5.2	基本最优控制问题的 Pontryagin 极大值原理	39
5.3	伴随函数	42
5.4	其他类型的最优控制问题	45
5.5	微分对策问题	47
5.6	例题	50
第 6 章	单兵种对多兵种作战的微分对策模型	58
6.1	一对二作战的微分对策模型	58
6.2	微分对策的求解	60
6.3	最优火力分配策略的战术解释	64
6.4	一对多交战中的最优策略	64
6.5	平局条件	66
第 7 章	多兵种对多兵种作战的微分对策模型	69
7.1	多对多作战的微分对策模型	69
7.2	微分对策模型的解及其分析	71
7.3	最优火力分配矩阵随时间变化的例子	74
第 8 章	规范交战模式	80
8.1	作战指数与最优火力分配策略统一处理的意义	80
8.2	交战模式与规范交战模式	81
8.3	规范交战模式的存在性定理	84
8.4	规范交战模式与特征向量的关系	86
第 9 章	规范交战模式的存在与惟一性	88
9.1	规范交战模式的图论定义	88
9.2	规范交战模式的性质	90
9.3	构造规范交战模式	93

9.4	规范交战模式的存在与惟一性定理	96
第 10 章	规范交战模式的计算	99
10.1	“兵种”的概念	99
10.2	边际效应方法	99
10.3	合作对策方法	100
10.4	Lanchester 方程的简化	101
10.5	规范交战模式的求解软件	102
第 11 章	规范交战模式的应用	103
11.1	“保护自己”与“消灭敌人”同样重要	103
11.2	技术参数的改进与作战指数变化的关系	104
11.3	一类新武器装备的出现可能造成体系对抗的全面变化	109
11.4	规范交战模式在武器装备建设中的应用	110
11.5	规范交战模式在作战指挥中的应用	111
11.6	规范交战模式可能产生的误差	111
第 12 章	离散情况下的作战指数	114
12.1	随机格斗模型	114
12.2	随机格斗模型的解—— P, Q 为常数的情形	116
12.3	直瞄武器交战的情形—— P, Q 非常数	120
第 13 章	展望	128
	参考文献	130

第 1 章 绪 论

1.1 研究战争

高技术条件下局部战争的进程大大加快了.不仅在双方力量悬殊的情况下如此,即便在力量相当的情况下,一方处置的失误也可能会在战争开始的几天之内使优势丧失殆尽.这就决定了我们从战争中学习战争的机会太少了.

我们必须更多地从历史的战争学习战争,从别人的战争学习战争,从模拟的战争学习战争,而且是学习未来可能面临的战争,而不能局限于从自己亲身经历的战争来学习战争.

“纸上谈兵”历来作为失败的教训.诚然,实战之时,只会纸上谈兵的指挥员是会误国误军的.作战需要靠指挥员对当时敌我态势的科学分析和判断.然而这种分析和判断的理论基础离不开对各种可能情况下战争格局演变趋势的预期,而这就要靠平时对各种情况下“纸上谈兵”的透彻、合理与深刻.因此,连纸上谈兵都不会的指挥员能指挥部队打胜仗是不可想像的.

纸上谈兵的一个好处就是可以把战争这一复杂事物分解为许多具体的局部的问题,逐个地深入,仔细地研究,而不必一谈就要站在指挥员的位置上,好像非要有什么奇谋妙计能指挥千军万马打胜仗似的不可.综合的研究,像一个指挥员那样站在全局的角度研究是必要的,然而也正是对这一个一个局部问题深入细致的研究才构成指挥员谋略得当、百战不殆的基础.

实际上,沙盘作业就是一种“纸上谈兵”的方式.以现代计算机和网络技术为基础的分布式作战模拟,或者叫做虚拟战争,是最时髦的一种“纸上谈兵”方式.这种方式由于综合采用了现代科学技术,包括数据支持、决策支持、网络通讯支持与多媒体人机界面等手段,可以形象逼真地演绎战

争的进程,考察作战方案、作战原则、指挥、协同,实施部队训练,进行武器装备论证等多种用途,成为当今各军事大国研究战争的基本方法之一。

与对虚拟战争实现技术之“热”相比,对作战的基础理论,包括定量理论的研究就显得“冷”。须知两者是相辅相成的,而且正是后者才是虚拟战争的核心,是虚拟战争能在总体上反映现实战争或可能发生的未来战争演变规律的保证,是虚拟战争有实际价值的保证。

本书研究对武器装备的评价及其战术运用原则,也是纸上谈兵的一个例子,属于对作战规律的基础性研究,期望它能有利于加强我们的国防建设,有助于提高指挥员的谋略艺术。

1.2 战术与装备

决定战争胜负的根本因素是战争的性质。战争的胜负还与政治、经济、外交等密切相关。这些方面的研究很重要,有专门的论著研究这些问题。本书主要从纯粹军事的角度考虑。特别是对于一个战役或一场战斗而言,其胜负主要取决于人与武器装备两个方面。

人的作用表现于指挥员与指挥机关的谋略和战士的英勇与训练有素。而武器装备,包括指挥自动化系统在内,看其是否精良、适用、充足,是否能对敌人造成有效的杀伤。这里强调武器装备并不意味着贬低人的因素。实际上武器装备是人的因素的物化,是战斗前5年、10年乃至20年来人们在装备建设上努力的结晶。作为对打赢未来高技术局部战争负有责任的领导者和领导机关(而不仅仅是战争打响后的指挥员和指挥机关)势必要同时研究人与武器装备两个方面。

关于人的因素的研究,战法、谋略、条令和作战体制、训练等都是重要的方面。研究谋略,或者说,研究战术的常规方法是先有一个想见,其中明确罗列出交战双方的武器装备和兵员结构,再来研究双方战术(谋略)的对抗。研究武器装备在作战中的作用或适用性时也需要一个想见,其中将双方的谋略都确定后再来研究武器装备在作战中的效能或者其数量和性能、品种的变化对作战的影响。这两种研究方法的典型例子见第6、7章和第4章。

战争是极其复杂的事物。上述两种研究目标和方式都已经相当复杂、困难了。直到20世纪80年代,还未见有将这两方面有机地结合起来的定

量化研究成果.然而,战争本身就包含人的谋略与武器装备两个方面.将这两个方面紧密联系起来研究有着强烈的需求,只待找到突破的方法和技术.

1.3 本书的内容与特色

数理战术学就是实现这种突破的.数理战术学将武器装备放在作战环境中考察,在一定的作战环境中,不管双方谋略如何,都会对各类武器装备给出一个恰当的评价,并且同时指出交战双方的最佳策略.

马克思曾经说过:“科学,只有在它成功地运用数学时,才算达到了真正完善的地步.”^[1]将对武器装备的合理评价与双方的最佳策略同时研究是建立在严格的公理化基础上的.公理化是运用数学的高级境界.存在与惟一性定理连同相关算法则经常是数学上完美的标准.将公理化方法引入军事研究已经不是数学家的空想了,已经成为了我军著名军事理论家的愿望.所谓公理化方法的实质就是将所有研究讨论的前提明确地罗列出来.如果大家对前提有疑义,则需修改前提条件.否则按照严格的逻辑推理得出来的结论就不容怀疑.这种研究方法的最大好处之一就是避免了各人在不同的理解和不同的前提下来讨论同一个问题,从而无法对产生的分歧进行评判.

战争的问题太复杂了,要将其公理化是太难了.而且往往伴随着大量的简化.这种简化是否可能改变战争发展的趋势决定了这种简化成功与否.在对整个战争的公理化描述和研究还不成熟的情况下,可以考虑将作战过程分解成许多子过程,对某些子过程的公理化就可能会容易得多.

作战系统是一个极其复杂的大系统.特别是未来高技术局部战争中,由于精确制导武器、电子战、指挥自动化系统、军事应用卫星等的参与,使战场的整体性大大加强了.从而要将其简化到能进行公理化处理,如果方法不当就可能有很大的失真.但是若将作战过程进行剖析,最后必定会分解到一些基本的子过程,它适合于这种公理化处理,甚至离不开公理化处理.

本书的写作目的有三点:

(1)直接的目的就是引入同时描述作战双方最佳火力分配策略和武

器装备作战指数的概念——规范交战模式,并证明其存在与惟一性定理,给出其算法。

(2)在作战研究中引入公理化方法,并运用公理化方法得出一些不易想到,同时又不难接受的事实。

(3)将在上述研究过程中发现的一些新概念,新思想引入战术研究中来。

本书不可能解决量化研究作战的太多问题,本书只是在用公理化研究作战问题上的一次探索,因此有许多局限。

(1)本书只研究作战中的杀伤过程,不研究非杀伤过程。杀伤过程是作战中大家最为关注的,往往反映了态势的主流。然而杀伤过程与其他过程有密切关联。例如信息的获取、兵力的投送、后勤供给的保障等。本书局限于对杀伤过程的研究。

(2)除第12章外,本书的研究建筑在直瞄武器交战的 Lanchester 方程的基础之上,即这种 Lanchester 方程作为描述杀伤过程的基础。在第12章中对随机格斗模型作一些初步的分析。

(3)对高技术局部战争不做全面的研究。从对最基本最简单的子过程的科学分析出发来研究整个作战问题是一个大金矿,是值得努力去做的事。作者也将在其他专著和论文里涉及这方面的工作。但本书不准备在这方面花太多的笔墨。因为这个问题很难,小的篇幅不足以说清楚。而这方面的研究离公理化方法还太远,其研究结论还很难获得公认。同时本书的理论成果太漂亮了。我们不想使大量建筑在定性和经验基础上的缺乏权威性的研究冲淡了美好的理论成果。

1.4 预备知识与本书结构

本书作为量化研究军事问题的深入和公理化研究军事问题的探索,将用到较多的数学工具,有的还比较高深。其中包括线性代数、微分方程、变分法、最优控制理论、对策论与微分对策、不动点原理、图论网络理论、组合计数等。必要时读者可以参考相应的教材或专著。这类教材或专著颇多,读者不难找到。

本书的前7章是预备知识与背景材料,这部分工作基本上属于他人

的研究,其中第 2.7 节,第 3.3 节、第 5.3 节、第 6.3 节、第 7.3 节以及某些证明和一些精心构造的例子属于作者的研究成果.第 8 章以后的工作基本上属于作者本人的成果,属于他人的一些概念、引理均在相应地方标明.

第 2 章 杀伤过程的数学模型

2.1 基本 Lanchester 方程

1916 年英国航空工程师 Lanchester 在文献[2]中提出了一种后来被人们称作 Lanchester 方程的描述空战的数学模型:

$$\begin{cases} \dot{x} = -by, \\ \dot{y} = -ax, \end{cases} \quad (2.1)$$

其中 x, y 分别表示交战中甲、乙双方的飞机数量, a 为单位时间内甲方每架飞机损毁乙方飞机的数量, b 为单位时间内乙方每架飞机损毁甲方飞机的数量. x, y 称为方程(2.1)中双方的实力, a, b 称为毁伤系数. 如果毁伤系数 a, b 已知, 且双方的初始实力 x_0, y_0 已知, 则方程(2.1)就可求解, 计算出双方实力 x, y 随时间的变化, 从而可进一步判断甲、乙双方的胜负情况.

Lanchester 方程是历史上第一个比较成熟的作战过程的数学模型. 由于其形式类似于牛顿第二定律, 因此比较容易为人们所接受. 对 Lanchester 方程(2.1)的批评也不少, 但是它至今仍是用得最多最广泛的作战模型. 时隔将近一个世纪, 对其的研究仍源源不断, 见文献[3]等.

在 20 世纪 60 年代有人证明了对于二次大战中的许多战例, 将 Lanchester 方程(2.1)用于交战双方的总兵力, 结论都是适用的, 例如见文献[4]. 本书不想详细评论 Lanchester 方程(2.1)的正确与否, 只想指出在一些情况下(2.1)必须作出的变形或改进. 关于 Lanchester 型方程家族的发展可参阅文献[5].

2.2 随机格斗模型

Lanchester 方程(2.1)中双方飞机的数量(或一般地, 双方作战单位

的数量) x, y 任何时间都应为整数. 从而 x, y 随时间的变化一定是个跳跃的过程, 于是对 x, y 求导就没有意义.

但如果双方作战单位数量很多, 例如甲方初始实力为 $x_0 = 10000$, 经过一段时间的交战后, 甲方的实力有所损失, 到 $t = 5$ 分钟时, 甲方作战单位数量减少到 $x(5) = 9998$, 则不妨认为 $x(1) = 9999.6, x(2) = 9999.2, x(3) = 9998.8, x(4) = 9998.4$. 因为 $x(2)$ 究竟取 10000, 还是 9999, 还是 9998 对于分析作战并无太大影响.

于是我们可假定作战单位数量不一定始终取整数, 而认为它可有一个连续的变化. 与离散数值连续化的道理相仿, 可进一步假定双方作战单位数量不仅是连续的, 而且是可导的, 从而才有方程(2.1).

这样将双方实力作为连续可导函数处理, 就可以运用微分方程工具来进行分析研究, 带来了很大的方便. 如果双方作战单位过少, 特别是现代高技术装备往往性能强、造价高、数量少, 甚至弹药数量也极其有限, 当连续可导化带来误差太大时就要引进随机格斗模型来替代 Lanchester 方程(2.1). 随机格斗模型的分析比较复杂, 留待第 12 章中专门探讨.

关于 Lanchester 方程(2.1) 还有一种解释, 就是其中 x, y 分别表示甲、乙双方作战单位数量的数学期望, 而(2.1) 表示甲、乙双方作战单位数量的数学期望的减小率与当时对方的作战单位数量的数学期望成正比.

2.3 间瞄武器情况

Lanchester 方程(2.1) 隐含的假设中有一条就是乙方在单位时间内被毁的作战单位数与甲方作战单位数成正比, 与乙方当时的作战单位数无关. 这对于直瞄武器交战的情况比较适合. 但如果甲方使用间瞄武器射击时, 所有炮弹能炸毁乙方多少作战单位, 不仅与甲方共发射多少炮弹(这与 x 成正比)有关, 而且与炮弹弹着点地域乙方兵力的密集程度以及甲方对乙方兵力分布区域大小位置的准确判断有关. 设甲方判断乙方兵力分布区域面积为 S , 乙方兵力也确实都在 S 范围内, 则

$$\dot{y} = -\lambda x \frac{y}{S} = -cxy, \quad (2.2)$$

其中 λ 为一定的比例系数, 而 $c = \lambda/S$.

若乙方对甲方使用的也是间瞄武器,则

$$\begin{cases} \dot{x} = -dxy, \\ \dot{y} = -cxy, \end{cases} \quad (2.3)$$

这就是间瞄武器交战的 Lanchester 方程.

直瞄武器交战的 Lanchester 方程中, x, y 若理解为双方的全部兵力,则方程 (2.1) 又称为正规战的 Lanchester 方程,相应地方程 (2.3) 称为游击战的 Lanchester 方程.

至于一方采用直瞄武器,另一方采用间瞄武器交战的 Lanchester 方程为

$$\begin{cases} \dot{x} = -by, \\ \dot{y} = -cxy, \end{cases} \quad (2.4)$$

用于双方的总实力变量时, (2.4) 又称为越南方式(一正规战,另一方游击战)的 Lanchester 方程.

2.4 多兵种情况

Lanchester 方程 (2.1) 中交战双方的实力为 x, y , 对于每一方来说都只计算一个实力总和,也就是说实力是不分兵种的. 因此实质上方程 (2.1) 是适合于单兵种与单兵种交战的 Lanchester 方程, 对于某一方或双方都是多兵种作战的情况, 必须考虑到每一个兵种用于攻击对方哪一个兵种, 或者用于攻击对方各兵种的兵力分配比例. 我们这里所说的兵种与军语标准中所说的兵种有所不同, 不一定指作战功能上不同的作战单位类型. 只要对于敌方攻击效果不同的均须列为不同兵种计算.

多兵种交战情况下的 Lanchester 方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_i = - \sum_{j=1}^n b_{ij} \phi_{ij} y_j, & i = 1, \dots, m, \\ \dot{y}_j = - \sum_{i=1}^m a_{ji} \phi_{ji} x_i, & j = 1, \dots, n, \end{cases} \quad (2.5)$$

其中甲方有 m 类作战单位 X_1, \dots, X_m , 乙方有 n 类作战单位 Y_1, \dots, Y_n . 各作战单位的数量分别为 x_1, \dots, x_m 及 y_1, \dots, y_n . 对每一个 $i \in \{1, \dots, m\}, j \in \{1, \dots, n\}$, X_i 用于攻击 Y_j 的比例为 ϕ_{ji} , X_i 用于攻击 Y_j 时在单位时间内对 Y_j 的毁伤数目, 即毁伤系数为 a_{ji} ; Y_j 用于攻击 X_i 的比例为