配套人教版现行教材　体现新课改教育理念

2004修订版

互动

New 新课堂

初三数学

丛书主编　师　达
学科主编　乔家瑞

首都师范大学出版社
CAPITAL NORMAL UNIVERSITY PRESS

配套人教版现行教材　体现新课改教育理念

2004修订版

互动新课堂

New

初三数学

丛书主编　师　达
学科主编　乔家瑞

首都师范大学出版社
CAPITAL NORMAL UNIVERSITY PRESS

《互动新课堂》丛书
编委会

图书在版编目(CIP)数据

互动新课堂·初三数学/师达,乔家瑞主编．-北京:首都师范大学出版社,2002.6(2004修订)

ISBN 7-81064-380-0

Ⅰ.互…　Ⅱ.①师…②乔…　Ⅲ.数学课-初中-教学参考资料　Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第026737号

书　　名	互动新课堂·初三数学(2004修订版)
责任著者	乔家瑞
责任编辑	杨鸿霄
标准书号	ISBN 7-81064-380-0/G·250
出版发行	首都师范大学出版社(68418523 68418521)
地　　址	北京西三环北路105号
网　　址	www.cnup.cnu.cn
印刷单位	北京嘉实印刷有限公司
开　　本	890×1240　1/32　11.625印张　333千字
	2004年6月第三版　2004年6月第一次印刷
印　　数	50,001~70,000册
定　　价	18.30元

互动新课堂

序

（2004修订版）

在互动中学会思考、学会学习

《互动新课堂》丛书于2002年出版后，得到了广大师生的充分肯定。对书中呈现的教育理念表示极大认同；对书中高水平的知识解析和学习能力指导给予极大赞许；对书中“双栏互动”“双专题”设计所蕴含的魅力和启迪表示极大的兴趣。为回报广大师生的厚爱，我们在认真研讨师生意见的基础上，对本丛书进行了精心修订，从而使本书的特点更加凸显，更具指导性，更实用，更好用。

(1)正确诠释和处理知识、能力的辩证关系，在知识的掌握和能力的培养上给学生以高层次指导。知识是人类认知世界的成果，它包括经验和系统的科学理论两个层面；能力则是指一个人顺利完成某种活动任务的个性心理品质和基本条件。一方面，知识为能力的发展提供基础。另一方面，掌握知识的速度与质量依赖于能力的发展。一个知识渊博的人，其见解往往深刻，其思考和处理问题的能力肯定比一个没有知识或知识面狭窄的人强得多。从一定意义上讲,能力的实质是能根据现实的新情况，对既有的知识进行重组或充实新的知识，继而对知识做出正确的选择并及时转化为合理的操作程序，从而实现问题从初始状态向目标状态转化，最终得以顺利解决。总而言之，大量的知识的占有是能力形成的基础，特别是在进入知识经济的21世纪更是如此。我们之所以强调这个问题，目的就是想告诉中学生朋友们，在知识与能力的关系上；在“素质教育”与所谓“应试教育”问题上；在课堂教学与课外活动关系上；在培养能力、素质与提高考试成绩关系上不可偏废，不要走极端。从心理学上讲，中学阶段是感知发展,求知欲极为强烈的人生阶段。青少年朋友要充分利用这一黄金时段，注意课堂学习，注重知识积累，为成功打下坚实的知识基础。我们在编写本丛书时，首开“双专题”(知识专题、能力专题)设计之先，解析知识、能力、素质的辩证关系。重知识，又重能力。重知识,关键是抓核心知识点，打下牢固的基础；重能力，关键是掌握解决问题的思路、方法、规律，培养学会学习的能力。

⑵首开“双栏互动学习新方式”，在互动中思考，在互动中碰撞出思维火花。编精品教辅书，必须改变传统的教学模式和教辅书的传统内容体例结构模式。中国是一个文明古国，成形的学校教育，从孔夫子算起也有2500多年的历史了。教育历史悠长，这对知识的传承、文化的积累，对中华民族博大精深的传统文化形成具有决定性意义。但同时其负面影响也显而易见，这就是中国教育的“师道尊严”和缺乏创新能力。本书在倡导新的学习方式上做了大胆探索。一改以往教辅书老师(作者)一讲到底，学生(读者)被动接受的局面，而采用互动双栏结构，一边讲“是什么?”，一边解析“为什么?”，分别设置了“命题意图”、“解题思路”、“解后反思”、“方法技巧归纳”等栏目，以及“提示”、“评点”、“注意”“想一想”等启示性警语，引导学生(读者)在思考中步步深入，在探究中品味顿悟的喜悦。师生互动，双向沟通，方寸图书宛如一个启发式大课堂。而双色印刷，用色彩凸显知识的重点、难点、考点；用色彩凸显对解题思路、方法、程序、规律的总结和归纳，使这个大课堂更加精彩靓丽。

⑶编精品教辅书，既要帮助学生摆脱“题海”战术纷扰，但也不要走向另一个极端。适度做题训练是非常必要的，做练习题是提高学科水平的重要环节。做题时往往会遇到一些“难题”、“怪题”，“怪题”、“偏题”是不可取的，对“难题”则应当下功夫研究。所谓难题有两种，一种是综合性强的题目，另一种是与实际联系比较密切的题目。在前一种题目中，需要使用多个概念、规律，需要把所学过的知识有机地联系在一起，有时还需要用到其他学科的知识进行整合。在后一种题目中，需要分析研究实际问题，从大量事实中找出事物所遵循的规律，用已知的概念、原理通过知识迁移、推导、拓展，去解决未知问题。对于这两种难题，必须下功夫研究，逐步提高自己的能力。

⑷编精品教辅书，应该告诉学生一个根本的学习方法，就是要学会思考，学会学习。毛主席说：要想知道梨子的滋味，你就必须亲自尝一尝。但是要想知道天下梨子的滋味，并不需要，也不可能把天下的梨子都尝一尝。怎么办呢?这就要掌握学习的方法，培养学习能力。掌握知识的速度和质量依赖于能力的发展，能力可使知识迁移，知识迭加。知识获得也好，能力获得也好，主要不是老师教会的，而是自己学会的，自己思考会的。“才以用而日生,思以行而不竭”，“学而不思则罔”。本丛书着重于体现能力中心、能力立意，力求做到明确目的、探索规律、分析原因、培养能力、适当练习，通过典型例题的示范解析，演示规律、演示方法，培养学生学会学习，提高学习能力。这也是本书的匠心所在。

本丛书以教育部制订的现行全日制中学教学大纲为依据，配套人教版现行教材。按学科分年级编写，计有：初一数学、语文、英语，初二数学、语文、英语、物理，初三数学、语文、英语、物理、化学；高一数学、语文、英语、物理、化学，高二数学、语文、英语、物理、化学，高三数学、语文、英语、物理、化学总复习,总计27册。每年6月份出版发行。

参与本丛书编写的还有：张盛如、陈图麟、郝克亮、祝晔、李兆宜、王世武、董锋、孟晓琳、李葆芬、张虹、吴锁红、曹强利、许立群、何梅、姚蓉、吴娅茹、侯会兰、李绍珍、王萍、王玉昆、齐先代、孙晓华、王立红。

本丛书主编、学科主编及部分编者均为北京市的特级教师或教授。本书的出版，我们不敢妄言其好，因为它最终要接受市场的检验，接受中学师生朋友们的检验。但我们可以无愧地说，我们是以老师的良知，尽心尽力去做这套书的。**我们相信修订版一定会继续得到广大师生的喜欢。**

编委会

目录
Contents

代数部分

第 12 章 一元二次方程

第 13 章 函数及其图象

第 14 章 统计初步

平面几何部分

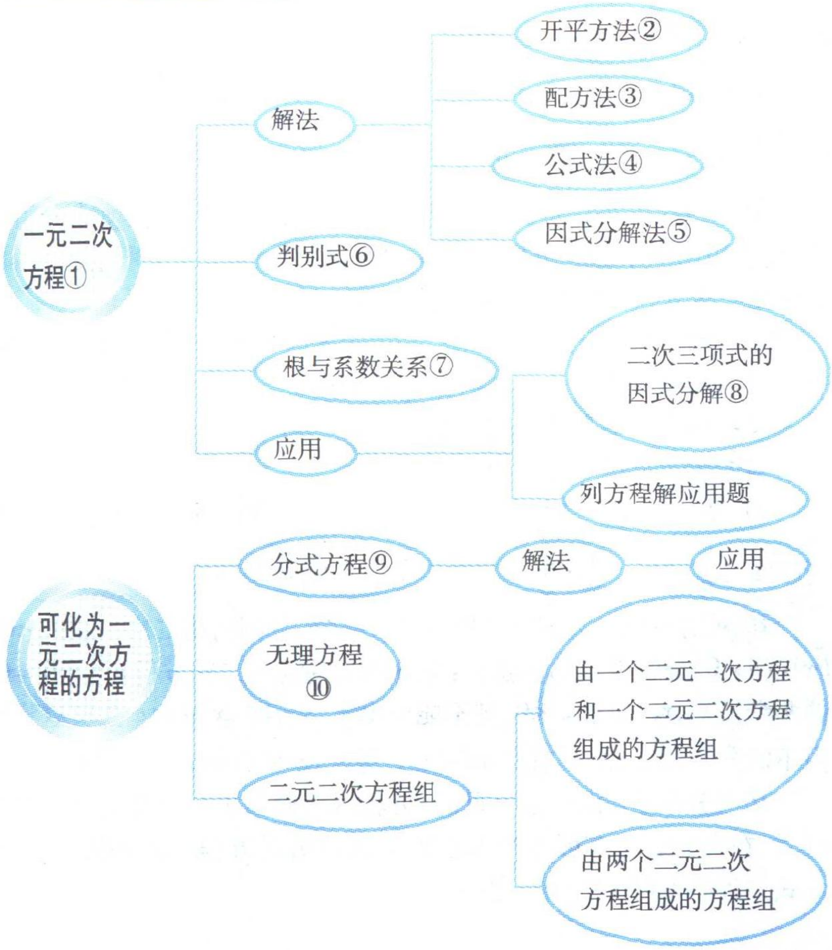
第 6 章 解直角三角形

第7章 圆

代数部分

第12章 一元二次方程

图解知识结构



①只含有一个未知数，并且未知数的最高次数是2的整式方程，叫做一元二次方程.它的标准形式为$ax^2+bx+c=0$ $(a\neq0)$.其中ax^2称为二次项,bx称为一次项,c称为常数项.

②将二次方程变形为$(x-m)^2=n(n\geqslant0)$的形式,利用平方根定义,得$x-m=\pm\sqrt{n}$,从而得到原方程的解$x_1=m+\sqrt{n}$，$x_2=m-\sqrt{n}$.

③将二次方程$ax^2+bx+c=0$ $(a\neq0)$化成$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$的形式，根据$x^2+\frac{b}{a}x$配常数项，使之成为完全平方$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}$，从而原方程化成$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$，根据平方根定义,得出原方程的解$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$,其中$b^2-4ac\geqslant0$.

④利用配方法得出的结论作为公式,用求根公式$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$求出方程的解.其中$b^2-4ac\geqslant0$.

⑤把二次方程化成标准形式，把方程左边的二次三项式分解因式,使左边的两个因式分别等于零,得到两个一元一次方程,分别解每个一元一次方程,从而得到原方程的解.

⑥$\Delta=b^2-4ac$叫做一元二次方程$ax^2+bx+c=0(a\neq0)$根的判别式.

$\Delta>0\Leftrightarrow$方程有两个不相等的实数根;

$\Delta=0\Leftrightarrow$方程有两个相等的实数根;

$\Delta<0\Leftrightarrow$方程没有实数根.

⑦设x_1,x_2是方程$ax^2+bx+c=0$ $(a\neq0)$的两个根,那么$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$,$x_1x_2=\frac{c}{a}$.根与系数关系的逆命题也成立.

⑧利用一元二次方程求根公式,在实数范围内将二次三项式$ax^2+bx+c(a\neq0)$分解因式的步骤为:求出与之对应的二次方程$ax^2+bx+c=0$的两个根x_1,x_2;如果$\Delta<0$,则不能求出x_1,x_2,即ax^2+bx+c在实数范围内不能分解;把二次三项式ax^2+bx+c写成$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$.

⑨去分母法:由于去分母时,方程两边同乘了一个含有未知数的整式,在去分母后有可能产生增根.因此解分式方程必须验根,它是解分式方程必不可少的步骤之一.

验根的方法是把所求的解代人最简公分母,使最简公分母为零者就是增根.

换元法:如果分式方程中,只有两项含有未知数,并且这两项是倒数关系或平方关系,那么这个分式方程可以使用换元法求解.

⑩ 根号下含有未知数的方程叫做无理方程.解无理方程的常用方法有两种:

逐次乘方法:用逐次乘方法解无理方程有可能产生增根.其增根可能是使方程两边不相等,也可能是使二次根式的被开方数为负.应将所求的解代人原方程验根.

换元法:当无理方程中含有未知数的二次根式只有一个时,如果被开方式与有理式中含有未知数的对应项系数成比例,则可使用换元法求解,并将含有未知数的二次根式作为辅助未知数;当无理方程中,只有两项含有未知数并且这两项的被开方数互为倒数,则可使用换元法求解,并将这两个根式中的一个作为辅助未知数.

点击重点难点

本章的重点内容是一元二次方程的有关知识:解法、判别式、根与系数关系及其应用,以及可化为一元二次方程的分式方程、无理方程、二元二次方程组的解法、应用.

本章的难点内容是二次方程的根与系数关系的应用、分式方程、无理方程的解法及其增根的出现.

解读高频考点

一元二次方程的解法、判别式、根与系数的关系,可化为一元二次方程的方程,都是中考命题的热点.

考查根与系数关系时,经常与判别式同时使用,要注意避免判别式的漏用,并且要熟练使用 $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$.

往往使用分式方程、无理方程及二元二次方程组考查换元法.特别是换元法解无理方程出现的频率最高.

列方程解应用题是中考必考内容,所列方程往往是一元二次方程、分式方程.

一、知识专题

题解：关键是抓核心知识点，即：重点、难点、考点.

专题一　一元二次方程的判别式

典型例题示范解析

不解方程，判断二次方程根的情况

例1 不解方程，判别下列方程根的情况：

(1) $\frac{1}{2}x^2+2x+2=0$；　　(2) $7x^2=5x$.

解：(1) ∵ $a=\frac{1}{2}$，$b=2$，$c=2$，

∴ $\Delta=2^2-4\times\frac{1}{2}\times2=0$.

∴ 原方程有两个相等的实数根.

(2) 将原方程整理，得 $7x^2-5x=0$.

∵ $a=7$，$b=-5$，$c=0$.

∴ $\Delta=(-5)^2-4\times7\times0=25>0$.

∴ 原方程有两个不等的实数根.

互动

解题点拨：

不解方程判别根的情况，解题时先把方程化为一般式，准确地确定 a,b,c，然后求出判别式是大于零，等于零，还是小于零，从而判定根的情况.

例2 不解方程，判断下列方程根的情况：

(1) $(2k^2+1)x^2-2kx+1=0$；　　(2) $x^2-2\sqrt{2}mx+2m^2=0$；

(3) $9x^2-(p+7)x+p-3=0$.

解：(1) ∵ $2k^2+1\neq0$，

∴ 原方程是关于 x 的一元二次方程.

∵ $\Delta=(-2k)^2-4\times(2k^2+1)\times1$

$=-4k^2-4<0$，

互动

解后反思：

(1) 一元二次方程根的判别式的应用是以方程 $ax^2+bx+c=0$ 中的 $a\neq$

$\therefore$ 原方程没有实数根.

(2) $\because \Delta=(-2\sqrt{2}m)^2-4\times1\times2m^2$

$=8m^2-8m^2=0$,

$\therefore$ 原方程有两个相等的实数根.

(3) $\because \Delta=[-(p+7)]^2-4\times9\times(p-3)$

$=p^2-22p+157=(p-11)^2+36$.

又 $\because (p-11)^2\geqslant0$.

$\therefore (p-11)^2+36>0$,

$\therefore$ 原方程有两个不相等的实数根.

互动

0 为前提条件的，对于含字母系数的二次方程要特别注意这一点.

(2) 要判断含有字母(这个字母代表实数)的二次式的正、负等情况，配方是个有效的方法.

例 3 求证：方程 $mx^2+(m+6)x+3=0$ 必有实根.

证明：当 $m=0$ 时，原方程是 $6x+3=0$，此时方程有实根 $x=-\frac{1}{2}$.

当 $m\neq0$ 时，$\Delta=(m+6)^2-4\times m\times3=m^2+36>0$，故原方程必有两个不相等的实根.

综上两种情况，原方程必有实根.

互动

解后反思：

题中没有给出方程的次数，也没有指出方程根的个数，因此应考虑方程为一次方程和二次方程两种情况.

根据方程根的情况，确定方程中某一字母系数的取值范围

例 4 已知关于 x 的方程 $\frac{1}{4}x^2-(m-2)x+m^2=0$.

(1) 有两个不相等的实根，求 m 的取值范围；

(2) 有两个相等实根，求 m 的值.

解：$\Delta=[-(m-2)]^2-4\times\frac{1}{4}\times m^2=-4m+4$.

(1) $\Delta=-4m+4>0$ 时，方程有两个不相等的实根.

$\therefore$ 当 $m<1$ 时，方程有两个不等的实根.

(2) $\Delta=-4m+4=0$ 时，方程有两个相等的实数根.

$\therefore$ 当 $m=1$ 时，方程有两个相等的实数根.

互动

解后反思：

含有字母系数的一元二次方程根的情况由字母系数决定，而字母系数取值范围由“Δ”的不同情况求得.

例5 一元二次方程$(k-1)x^2+2kx+k+3=0$有两个不相等的实根，求k的最大整数值.

解：由于所给的方程是一元二次方程，因此$k-1\neq 0$，即$k\neq 1$.

∵ 方程有两个不相等的实数根，

∴ $\Delta=(2k)^2-4(k-1)(k+3)>0$.

解得 $k<\dfrac{3}{2}$.

满足$k<\dfrac{3}{2}$且$k\neq 1$的最大整数是0，因此k的最大整数值是0.

互动

解后反思：

在使用一元二次方程根的判别式时，一定要注意二次项系数不为0这个前提条件，否则会出现错误.

例6 若关于x的方程$(k^2-1)x^2-6(3k-1)x+72=0$有两个不同的正整数根，求正整数k的值.

解：∵关于x的方程$(k^2-1)x^2-6(3k-1)x+72=0$有两个不同的实数根.

$$\therefore \begin{cases} k^2-1\neq 0, \\ \Delta=36(3k-1)^2-4\cdot(k^2-1)\cdot 72 \\ \quad =36(k-3)^2>0 \end{cases}$$

即 $k\neq\pm 1$，$k\neq 3$.

解得$x_1=\dfrac{6}{k-1}$，$x_2=\dfrac{12}{k+1}$.

要使x_1是正整数，$k=2$ 或 $k=4$ 或 $k=7$；

要使x_2是正整数$k=0$，$k=2$ 或 $k=5$ 或 $k=11$；

∴ $k=2$.

互动

解后反思：

解这个题目要注意隐含条件，即$a\neq 0$，$\Delta>0$，但这只能保证二次方程有实数根，再由正整数根如$x_1=\dfrac{6}{k-1}$，$x_2=\dfrac{12}{k+1}$为正整数，则$k-1$应是6的正约数，$k+1$应是12的正约数，且$k\neq\pm 1$，$k\neq 3$.

例7 a,b,c是$\triangle ABC$的三条边长，当$m>0$时，关于x的方程$c(x^2+m)+b(x^2-m)-2\sqrt{m}\,ax=0$有两个相等的实数根，试判断$\triangle ABC$的形状.

证明：原方程经过整理为

$(b+c)x^2-2\sqrt{m}\,ax+(c-b)m=0$.

∵ 方程有两个相等的实根，

∴ $\Delta=(-2\sqrt{m}\,a)^2-4(b+c)(c-b)m=0$.

即 $4m(a^2-c^2+b^2)=0$.

$\because\ m>0$,

$\therefore\ a^2-c^2+b^2=0$,　　即 $a^2+b^2=c^2$.

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形（$\angle C=90°$）.

练一练:

下面求解过程中,是否有错误?如果有,请指出错误之处,并写出正确答案:

已知关于 x 的方程 $k^2x^2+(2k-1)x+1=0$ 有两个不相等的实数根,求实数 k 的取值范围.

解: $\because$ 方程有两个不相等的实数根,

$\therefore \Delta=(2k-1)^2-4k^2>0$.

即　$-4k+1>0$.

解之,得 $k<\dfrac{1}{4}$.

$\therefore$ 当 $k<\dfrac{1}{4}$ 时,方程有两个不相等的实数根.

专题二　根与系数关系的应用

专题内涵解读

一元二次方程的根与系数关系是一个十分重要的定理,它有着广泛的应用.我们应全面掌握根与系数关系的应用.

典型例题示范解析

已知方程的一个根,求另一个根及未知系数的值

例 1 已知关于 x 的方程 $x^2-(2-3m)x+m-2=0$ 有一个根是 -2，求另一个根及 m 值.

解法 1: 设方程的另一个根是 x_2，则由根与系数关系有

互动

$$\begin{cases}-2+x_2=2-3m,\\ -2x_2=m-2.\end{cases}$$ 即 $$\begin{cases}x_2+3m=4,\\ 2x_2+m=2.\end{cases}$$

解这个方程组，得 $\begin{cases}m=\dfrac{6}{5},\\ x_2=\dfrac{2}{5}.\end{cases}$

解法 2：∵ $x=-2$ 是方程的解，

∴ 根据解的定义，有

$4+2(2-3m)+m-2=0$

∴ $m=\dfrac{6}{5}$，

$m-2=\dfrac{6}{5}-2=-\dfrac{4}{5}$.

由根与系数的关系，有$-2x_2=-\dfrac{4}{5}$.

∴ $x_2=\dfrac{2}{5}$.

解后反思：

解法 1 是通过根与系数关系及所给条件，列出方程组求 m 及 x_2；解法 2 是根据方程的解的定义，把 $x=-2$ 代入原方程先求出 m 的值，然后再求 x_2 的值.

例2 已知关于 x 的二次方程 $(t-1)x^2-2tx+2t-2=0$ 有一个根是 $2-\sqrt{2}$，求它的另一个根及 t 的值.

解：设方程的另一个根是 x_2，则

$$\begin{cases}2-\sqrt{2}+x_2=\dfrac{2t}{t-1}, & ①\\ (2-\sqrt{2})x_2=\dfrac{2t-2}{t-1}=2. & ②\end{cases}$$

由②，得 $x_2=2+\sqrt{2}$.

把 $x_2=2+\sqrt{2}$ 代入①，得 $t=2$.

∴ 方程的另一个根是 $2+\sqrt{2}$，$t=2$.

解后反思：

如果一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的系数是有理数，而且有一个无理根，那么另一根一定也是无理根，并且这两个根必互为有理化因式，称这样的两个根为共轭根式. 如本题中的二次方程为 $x^2-4x+2=0$ 它的两个根 $x=2\pm\sqrt{2}$ 为共轭根式. 如果一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的系数是无理数，也会出现两个根是共轭根式，如 $x^2-2\sqrt{3}x+1=0$ 的两个根

为$\sqrt{3}+\sqrt{2}$和$\sqrt{3}-\sqrt{2}$是共轭根式，但也会出现一个根是有理数，另一个根是无理数的情况，如$x^2-(\sqrt{2}+1)x+\sqrt{2}=0$的两个根是$\sqrt{2}$和1.

不解二次方程，求两根的对称式的值

例3 已知方程$x^2+(1+\sqrt{2})x-\sqrt{2}=0$的两根为$x_1,x_2$，求下列各式的值：

(1) $x_1^2+x_2^2$；　(2) $x_1^3x_2+x_1x_2^3$；

(3) $x_1^2-x_1x_2+x_2^2$；　(4) $\dfrac{x_2}{x_1}+\dfrac{x_1}{x_2}$.

解： 由根与系数关系，得

$x_1+x_2=-(\sqrt{2}+1)$，$x_1x_2=-\sqrt{2}$.

(1) $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2$

$=(\sqrt{2}+1)^2+2\sqrt{2}$

$=3+4\sqrt{2}$；

(2) $x_1^3x_2+x_1x_2^3=x_1x_2(x_1^2+x_2^2)$

$=-\sqrt{2}(3+4\sqrt{2})$

$=-8-3\sqrt{2}$；

(3) $x_1^2-x_1x_2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-3x_1x_2$

$=(\sqrt{2}+1)^2+3\sqrt{2}$

$=3+5\sqrt{2}$；

(4) $\dfrac{x_2}{x_1}+\dfrac{x_1}{x_2}=\dfrac{x_1^2+x_2^2}{x_1x_2}$

$=\dfrac{3+4\sqrt{2}}{-\sqrt{2}}$

$=-4-\dfrac{3}{2}\sqrt{2}$.

互动

解题点拨：

如果解方程求出x_1,x_2，再代入求值，往往会陷入复杂的计算中.如果使用根与系数关系，求出x_1+x_2，x_1x_2，再把求值式变换成用x_1+x_2及x_1x_2表示的形式，最后代入求值，这个途径简便易行.后一个思路实际上是借助根与系数关系，采用整体代入求值的思想.

解后反思：

借助根与系数关系，求两根x_1x_2对称式的值时，最重要的一个对称式就是$x_1^2+x_2^2$. 应熟练掌握$x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2$这个关系式，并形成解题思路.

例4 已知方程$3x^2-6x-5=0$的两根为α,β，求下列各式的值：

(1) $(3\alpha-4\beta)(4\alpha-3\beta)$；　(2) $|\alpha-\beta|$；

(3) $\alpha-\beta$；　(4) $3\alpha^2+6\beta^2-6\beta$.