



高等院校物理学习辅导丛书
Exercise Series in Physics for Higher Education

大学物理学(第二版)

学习指导与习题解答

张三慧 编著

Zhang Sanhui

清华大学出版社



高等院校物理学习辅导丛书
Exercise Series in Physics for Higher Education

大学物理学(第二版)

学习指导与习题解答

张三慧 编著

Zhang Sanhui

清华大学出版社

北京

内 容 简 介

本书是张三慧主编《大学物理学(第二版)》(共五册,清华大学出版社1999—2000年出版)的学习指导用书。内容包括该教材各章的概念原理复习、解题要点和习题解答。本书习题内容广泛,事例新颖、典型、有趣,富有启发性,难度有低有高;复习内容重点突出,解题要点明确清楚,习题解答简明扼要。本书不但是学习所配套教材的好帮手,而且对于选用其他教材学习物理课程的大学生和自学大学物理的读者及中学物理教师也是很好的辅助材料。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学(第二版)学习指导与习题解答/张三慧编著. —北京:清华大学出版社,2004
(高等院校物理学习辅导丛书)

ISBN 7-302-07518-2

I. 大… II. 张… III. 物理学—高等学校—教学参考资料 IV. O4

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第098897号

出 版 者: 清华大学出版社

地 址: 北京清华大学学研大厦

<http://www.tup.com.cn>

邮 编: 100084

社 总 机: 010-62770175

客 户 服 务: 010-62776969

责任编辑: 朱红莲

版式设计: 刘祎淼

印 刷 者: 北京密云胶印厂

装 订 者: 北京市密云县京文制本装订厂

发 行 者: 新华书店总店北京发行所

开 本: 185×230 印 张: 28.5 字 数: 579 千字

版 次: 2004年2月第1版 2004年2月第1次印刷

书 号: ISBN 7-302-07518-2/O·329

印 数: 1~5000

定 价: 29.80 元

本书如存在文字不清、漏印以及缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话:(010)62770175-3103或(010)62795704

致读者

FOREWORD

——怎样学好物理

本书是张三慧《大学物理学》(第二版)(清华大学出版社出版)一书的学习指导用书。内容包括该书各章概念原理复习,解题要点和全部习题的解答。在具体内容展开之前,先就物理学习方法和要求向读者提出一些建议。

物理学是一门关于自然规律的科学。它是由许多概念和原理组成的,要学好物理就要首先注意理解和掌握有关概念和原理。这在一般情况下就是要掌握各个概念和原理是为什么提出的?它们各自的定义和含义是什么?它们各自的适用范围或条件如何?它们又各和哪些概念和原理有联系,等等。例如对“功”的概念,就要了解它是考虑力的空间累积作用时提出的,它的定义是力和位移的标积,力做功的效果是使物体的动能发生改变,而保守力的功是引进势能概念的基础等。概念和原理常常以数学公式的形式出现,对它们的理解绝不同于仅仅记忆相关的公式,而必须理解如上所述的它们的“物理意义”。

思维是靠语言词句表达的,因此对叙述基本概念与原理的科学词句要记住,而且要能说出来写下来,这样才能对物理现象进行科学、正确的思考、分析与描述。试问,如果对“做功与路径无关的力叫保守力”这样简明的定义都记不住、说不出来,那么怎么能算是理解了“保守力”这一概念呢?又怎么去理解“势能”的概念以及利用机械能概念去分析解决问题呢?

物理学的概念和原理很多,但它们并不是随意堆集起来的。有一些概念原理是基本的,另一些则是由这些基本概念衍生或推导出来的。学习物理不能只记住单个的概念或原理,而是要分清主次,理解和掌握基本的和导出的概念或原理之间的关系,并且要学会如何推导一些重要的概念和原理。例如要能够自己从功、动能和势能等概念导出机械能守恒定律,从质点的角动量定理导出刚体的定轴转动定律等。这样,才能从整体上系统地理解一定范围(如力学或电磁学)内的物理规律。

正是由于物理学理论是一个系统的整体,所以学习时要从前到后踏踏实实、一步一步地都学好。否则前面的没有学清楚,后面的学习就困难了。例如,只有将经典力学学清楚了,才能学好热学、电磁学等;经典力学不通,要学好量子物理是根本不可能的。

学习物理学的一个重要环节是要学习如何应用物理的概念原理来分析解决问题,这一“实践环节”在学习中主要是解答物理习题。关于各类(如力学的、热学的、电磁学的……)习题的具体解题要点,本书将分章予以介绍。下面就解答物理习题,具体到关于课外作业的一般方法和要求作一些说明。

习题是用来帮助理解和巩固物理概念原理的事例,因此要具体分析每一道题的给定条件,然后选择适当的概念和原理进行解答。做题不在“多”,而在“精”,即对每个题目都要真正弄清楚为什么要利用这个而不是那个概念或原理来解答。不要不顾条件就直接套用公式。在书面解答中,要把解题的思路和应用的原理,即做题的“道理”尽可能简明地写出来。不要小看在解答习题过程中的这种书面表达,它实际上是对思维和表达能力的难得的训练。以后大家在工作中总是要把自己的想法告诉他人而进行交流的,而科学地正确地表达,包括书面表达自己思想的能力是人们必备的一种素质。

很多习题需要数值计算。在这种情况下最好根据题设条件先应用公式进行文字推导,得出求未知量的最终文字表达式,然后再代入数值(注意各代入量的单位)进行计算求出数字结果。这样做,一方面便于从理论根据上进行检查分析,另一方面也便于检查数字计算可能出现的错误。由于许多习题中涉及的物理量是矢量,所以在文字推导过程中要注意矢量和标量的区别,特别是要注意矢量不能按标量只考虑数值来运算,在同一方程式中不能出现矢量项和标量项相等的情况。数字结果位数的取舍要注意有效位数,一般取3位有效数字即可,切不可把计算器上显示的8位数字都照抄到答案中。

在学习方法上,对大学生来说,自学已显得非常重要了。一定要仔细阅读教材(必要时还要选读一些其他参考书),要注意体会其中关于概念原理的表述,特别是定义、定律及其推导过程。书上的例题一般都是教材作者精心选择的具有典型意义的事例,一定要仔细研究其解答过程的思路与根据,并在自己解答习题时模仿应用。如果做课外作业时遇到困难,有必要参考本书的习题解答时,也要真正弄懂解题思路,在作业本上给出自己的解答。切不可照抄应付,学习是来不得半点虚假的。

除自学外,在校大学生也要注意向老师学习,注意课堂听讲。对于教材内容,老师总会有独到的、重点的分析。聆听老师的讲解并从中获得教益是难得的学习方式,应该自觉地珍惜把握。在自学的基础上,就老师的讲解有重点地记一些心得笔记是一种很好的学习方法。

常听说“物理难学”,事实并不完全这样。只要学习得法,刻苦认真,物理课将是一门引人入胜、启迪思维、收获丰硕、终身受益的课程。

祝大家在物理学习上取得好成绩!

张三慧

2003年8月于清华园

目 录

CONTENTS

致读者——怎样学好物理	I
--------------------------	---

第 1 篇 力学

第 1 章 质点运动学	3
第 2 章 牛顿运动定律	19
第 3 章 动量与角动量	39
第 4 章 功和能	57
第 5 章 刚体的定轴转动	80
第 6 章 狭义相对论基础	99

第 2 篇 热学

第 1 章 温度	117
第 2 章 气体动理论	125
第 3 章 热力学第一定律	143
第 4 章 热力学第二定律	163

第 3 篇 电磁学

第 1 章 静止电荷的电场	179
---------------------	-----

第 2 章	运动电荷的电场	196
第 3 章	电势	200
第 4 章	静电场中的导体	219
第 5 章	静电场中的电介质	228
第 6 章	恒定电流	245
第 7 章	磁力	253
第 8 章	磁场的源	267
第 9 章	磁场中的磁介质	288
第 10 章	电磁感应	296
第 11 章	麦克斯韦方程组和电磁辐射	310

第 4 篇 波动与光学

第 1 章	振动	321
第 2 章	波动	344
第 3 章	光的干涉	361
第 4 章	光的衍射	373
第 5 章	光的偏振	385

第 5 篇 量子物理

第 1 章	波粒二象性	395
第 2 章	薛定谔方程	408
第 3 章	原子中的电子	414
第 4 章	固体中的电子	430
第 5 章	核物理	437
数值表	448

第

1

篇

力

学

质点运动学

一、概念原理复习

1. **参考系** 描述质点运动时用的,固定在参考物上的空间坐标系(如笛卡儿直角坐标系)和配置在各处的一套同步的钟构成一个参考系,通常就以选定的参考物命名,如太阳坐标系、地心参考系、地面参考系等。

2. **运动函数** 相对于一定参考系表示的质点位置随时间变化的函数,即

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k}$$

其中 $\mathbf{r}(t)$ 为质点在时刻 t 的径矢,即从坐标系原点指到时刻 t 质点所在位置的长度矢量。 $x(t), y(t), z(t)$ 分别为径矢沿 x, y 和 z 轴的分量,也表示沿三个轴的分运动。上式表示运动的合成。

3. **位移和速度** 质点在时间 Δt 内的位移为 $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t)$

一般地

$$|\Delta \mathbf{r}| \neq \Delta r$$

质点在时刻 t 的速度:

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j} + \frac{dz}{dt}\mathbf{k}$$

速度的方向沿质点运动轨道的切线方向且指向运动的前方。 $\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}$ 为速度沿 x, y 和 z 轴的分量,为代数值,其正负表示该分量与相应的坐标轴的方向相同或相反。

4. **加速度和匀加速运动** 质点在时刻 t 的加速度

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\mathbf{i} + \frac{dv_y}{dt}\mathbf{j} + \frac{dv_z}{dt}\mathbf{k}$$

匀加速运动: \mathbf{a} 为常矢量,由积分可得

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{a}t, \quad \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_0 + \boldsymbol{v}_0t + \frac{1}{2}\boldsymbol{a}t^2$$

式中 $(\boldsymbol{r}_0, \boldsymbol{v}_0)$ 为初始条件

匀加速直线运动:取运动轨道为 x 轴,初始条件为 $x_0=0$ 和 v_0 ,则

$$v = v_0 + at, \quad x = v_0t + \frac{1}{2}at^2, \quad v^2 - v_0^2 = 2ax$$

5. 抛体运动 为平面运动,设运动平面为 $x-y$ 平面, y 轴竖直向上,则有 $a_x=0$, $a_y=-g$,以抛出点为原点,抛出时开始计时,则有

$$\begin{aligned} v_x &= v_0 \cos\theta, & v_y &= v_0 \sin\theta - gt \\ x &= v_0 \cos\theta \cdot t, & y &= v_0 \sin\theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \end{aligned}$$

抛体运动可以看成是沿竖直方向的匀加速运动和水平方向的匀速运动的合成。

6. 圆周运动 线速度或速率 $v = \frac{ds}{dt}$

角速度 $\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{v}{R}$

角加速度 $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

加速度 $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_n + \boldsymbol{a}_t, \quad a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$

法向加速度 $a_n = \frac{v^2}{R} = R\omega^2$, 指向圆心。

切向加速度 $a_t = \frac{dv}{dt} = R\alpha$, 沿轨道的切线方向。 $a_t > 0$ 表示 \boldsymbol{a}_t 与 \boldsymbol{v} 的方向相同,质点速率不断增大。

7. 相对运动 运动的描述随所用的参考系的不同而不同。对于相对速度为 \boldsymbol{u} 的两个参考系,同一质点的

位移变换: $\Delta \boldsymbol{r}_{SE} = \Delta \boldsymbol{r}_{SV} + \Delta \boldsymbol{r}_{VE}$

速度变换: $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}' + \boldsymbol{u}$

加速度变换: $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}' + \boldsymbol{a}_0, \quad \boldsymbol{a}_0 = \frac{d\boldsymbol{u}}{dt}$

$\boldsymbol{a}_0 = 0$ 时, $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}'$

以上变换式都是根据绝对时空概念导出的,只适用于 u 远小于光速 c 的情形。它们称为伽利略变换。

二、解题要点

(1) 径矢、速度和加速度都是针对质点在某一时刻的运动情况定义的,在应用公式时要注意它们的矢量性和瞬时性。

(2) 运动的描述和所选用的参考系有关。因此,应用公式时要明确所用的参考系。

(3) 具体解答问题时,要根据条件画出简图,图中包括坐标轴的方向,质点的轨道速度和加速度的方向等,并且要使图和公式配合以便更清晰地表达解题的过程。

三、习题解答

1.1 蟹状星云(原书图 1.18)被认为是一次超新星爆发后的遗物。1920 年已发现它的范围正在以 $0.21''/a$ (为[角]秒, a 为年) 的速率膨胀,当时蟹状星云的范围为 $180''$ 。假定膨胀速率是恒定的,试问该超新星是哪一年爆发的?(计算结果与我国《宋会要》上记载的一次“客星”出现的年代 1054 年相符。举世公认该记载的权威性。)

解 所求年代为

$$1920 - \frac{180}{0.21} = 1060 \text{ 年}$$

与 1054 年基本相符。

1.2 观察发现:离我们越远的星系正以越大的速率远离我们飞去。例如牧夫座内一星云离我们银河系的距离为 $2.74 \times 10^9 \text{ l. y.}$ (1. y. 为光年, $1 \text{ l. y.} = 9.46 \times 10^{15} \text{ m}$),它正以 $3.93 \times 10^7 \text{ m/s}$ 的速率飞离。假定飞离速率是恒定的,试问它是多少年前和我们的银河系分离的?(根据宇宙产生于一次大爆炸的学说,可以认为这一段时间就是宇宙的年龄。)

解 该星云飞行时间为

$$\frac{9.46 \times 10^{15} \times 2.74 \times 10^9}{3.93 \times 10^7} = 6.59 \times 10^{17} \text{ s} = 2.09 \times 10^{10} \text{ a}$$

即该星云是 2.09×10^{10} 年前和我们银河系分离的。

1.3 木星的一个卫星——木卫 1——上面的珞玑火山喷发出的岩块上升高度可达 200 km,这些石块的喷出速度是多大?已知木卫 1 上的重力加速度为 1.80 m/s^2 ,而且在木卫 1 上没有空气。

解 $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 1.80 \times 200 \times 10^3} = 849 \text{ m/s}$

1.4 一种喷气推进的实验车,从静止开始可在 1.80 s 内加速到 1600 km/h 的速率。按匀加速运动计算,它的加速度是否超过了人可以忍受的加速度 $25 g$? 这 1.80 s 内该车跑了多大距离?

解 实验车的加速度为

$$a = \frac{v}{t} = \frac{1600 \times 10^3}{3600 \times 1.80} = 2.47 \times 10^2 \text{ m/s}^2 \approx 25 g$$

基本上未超过 $25 g$ 。

1.80 s 内实验车跑的距离为

$$s = \frac{v}{2}t = \frac{1600 \times 10^3}{2 \times 3600} \times 1.80 = 400 \text{ m}$$

1.5 一辆卡车为了超车,以 90 km/h 的速度驶入左侧逆行道时,猛然发现前方 80 m 处一辆汽车正迎面驶来。假定该汽车以 65 km/h 的速度行驶,同时也发现了卡车超车。设两司机的反应时间都是 0.70 s(即司机发现险情到实际刹车所经过的时间),他们刹车后的减速度都是 7.5 m/s^2 ,试问两车是否会相撞? 如果会相撞,相撞时卡车的速度多大?

解 $v_{10} = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$, $v_{20} = 65 \text{ km/h} = 18 \text{ m/s}$, $s_0 = 80 \text{ m}$, $\Delta t = 0.70 \text{ s}$, $a = 7.5 \text{ m/s}^2$

两车开始刹车时,它们之间的距离为

$$\begin{aligned} s'_0 &= s_0 - (v_{10} + v_{20})\Delta t = 80 - (25 + 18) \times 0.70 \\ &= 50 \text{ m} \end{aligned}$$

卡车到停止需继续开行的距离

$$s_1 = \frac{v_{10}^2}{2a} = \frac{25^2}{2 \times 7.5} = 41.7 \text{ m}$$

汽车到停止需继续开行的距离

$$s_2 = \frac{v_{20}^2}{2a} = \frac{18^2}{2 \times 7.5} = 21.7 \text{ m}$$

因为 $s_1 + s_2 > s'_0$, 所以二车会相撞。

以 t 表示二车刹车后到相撞所用的时间, 则有

$$s'_0 = v_{10}t - \frac{1}{2}at^2 + v_{20}t - \frac{1}{2}at^2 = (v_{10} + v_{20})t - at^2$$

代入已知数, 为

$$50 = (25 + 18)t - 7.5t^2$$

解此方程可得

$$t = 1.62 \text{ s}, 4.11 \text{ s}(\text{舍去})$$

由此得碰撞时卡车的速度为

$$v_1 = v_{10} - at = 25 - 7.5 \times 1.62 = 12.9 \text{ m/s} = 46 \text{ km/h}$$

1.6 跳空运动员从 1200 m 高空下跳, 起初不开降落伞作加速运动。由于空气阻力的作用, 会加速到“终极速率”200 km/h 而开始匀速下降。下降到离地面 50 m 处时打开降落伞, 很快速率会变为 18 km/h 而匀速下降着地。若起初加速运动阶段的平均加速度按 $g/2$ 计, 此跳空运动员在空中一共经历了多长时间?

解 $h_0 = 1200 \text{ m}$, $v_1 = 200 \text{ km/h} = 55.6 \text{ m/s}$, $v_2 = 18 \text{ km/h} = 5 \text{ m/s}$, $h_2 = 50 \text{ m}$
运动员加速下落的时间

$$t_1 = \frac{v_1}{g/2} = \frac{2 \times 55.6}{9.8} = 11.3 \text{ s}$$

加速下落的距离

$$h_1 = \frac{v_1^2}{2g/2} = \frac{v_1^2}{g} = \frac{55.6^2}{9.8} = 315 \text{ m}$$

以速率 v_1 匀速下落的时间

$$t_1' = \frac{h_0 - h_1 - h_2}{v_1} = \frac{1200 - 315 - 50}{55.6} = 15.0 \text{ s}$$

以速率 v_2 匀速下落的时间

$$t_2 = \frac{h_2}{v_2} = \frac{50}{5} = 10 \text{ s}$$

运动员在空中总共经历的时间为

$$t = t_1 + t_1' + t_2 = 11.3 + 15.0 + 10 = 36.3 \text{ s}$$

1.7 由消防水龙带的喷嘴喷出的水的流量是 $q=280 \text{ L/min}$, 水的流速 $v_0=26 \text{ m/s}$ 。若这喷嘴竖直向上喷射, 水流上升的高度是多少? 在任一瞬间空中有多少升水?

解 水流上升的高度

$$h = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{26^2}{2 \times 9.8} = 34.5 \text{ m}$$

同一滴水在空中运动的时间

$$t = \frac{2v_0}{g} = \frac{2 \times 26}{9.8} = 5.31 \text{ s}$$

在时间 t 内喷嘴喷出的水即在任一瞬间空中所有的水。这些水的总体积是

$$V = qt = 280 \times 5.31/60 = 24.7 \text{ L}$$

1.8 在以初速率 $v_0=15.0 \text{ m/s}$ 竖直向上扔一块石头后,

(1) 在 $\Delta t_1=1.0 \text{ s}$ 末又竖直向上扔出第二块石头, 后者在 $h=11.0 \text{ m}$ 高度处击中前者, 求第二块石头扔出时的速率;

(2) 若在 $\Delta t_2=1.3 \text{ s}$ 末竖直向上扔出第二块石头, 它仍在 $h=11.0 \text{ m}$ 高度处击中前者, 求这一次第二块石头扔出时的速率。

解 (1) 设第一块石头扔出后 t 秒末被第二块击中, 则

$$h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

代入已知数得

$$11 = 15t - \frac{1}{2} \times 9.8t^2$$

解此方程, 可得二解为

$$t_1 = 1.84 \text{ s}, \quad t_1' = 1.22 \text{ s}$$

第一块石头上升到顶点所用的时间为

$$t_0 = v_{10}/g = 15/9.8 = 1.53 \text{ s}$$

由于 $t_1 > t_0$, 这对应于第一块石头回落时与第二块相碰; 又由于 $t'_1 < t_0$, 这对应于第一块石头上升时被第二块赶上击中。

以 v_{20} 和 v'_{20} 分别对应于在 t_1 和 t'_1 时刻两石块相碰时第二石块的初速度, 则由于

$$h = v_{20}(t_1 - \Delta t_1) - \frac{1}{2}g(t_1 - \Delta t_1)^2$$

所以

$$\begin{aligned} v_{20} &= \frac{h + \frac{1}{2}g(t_1 - \Delta t_1)^2}{t_1 - \Delta t_1} = \frac{11 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times (1.84 - 1)^2}{1.84 - 1} \\ &= 17.2 \text{ m/s} \end{aligned}$$

同理,

$$\begin{aligned} v'_{20} &= \frac{h + \frac{1}{2}g(t'_1 - \Delta t_1)^2}{t'_1 - \Delta t_1} = \frac{11 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times (1.22 - 1)^2}{1.22 - 1} \\ &= 51.1 \text{ m/s} \end{aligned}$$

(2) 由于 $\Delta t_2 = 1.3 \text{ s} > t'_1$, 所以第二石块不可能在第一块上升时与第一块相碰。对应于 t_1 时刻相碰, 第二块的初速度为

$$\begin{aligned} v''_{20} &= \frac{h + \frac{1}{2}g(t_1 - \Delta t_2)^2}{t_1 - \Delta t_2} = \frac{11 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times (1.84 - 1.3)^2}{1.84 - 1.3} \\ &= 23.0 \text{ m/s} \end{aligned}$$

1.9 一只在星际空间飞行的火箭, 当它以恒定速率燃烧它的燃料时, 其运动函数可表示为 $x = ut + u\left(\frac{1}{b} - t\right)\ln(1 - bt)$, 其中 u 是喷出气流相对于火箭体的喷射速度, 是一个常量, b 是与燃烧速率成正比的一个常量。

- (1) 求此火箭的速度表示式;
- (2) 求此火箭的加速度表示式;
- (3) 设 $u = 3.0 \times 10^3 \text{ m/s}$, $b = 7.5 \times 10^{-3} / \text{s}$, 并设燃料在 120 s 内燃烧完, 求 $t = 0 \text{ s}$ 和 $t = 120 \text{ s}$ 时的速度;
- (4) 求在 $t = 0 \text{ s}$ 和 $t = 120 \text{ s}$ 时的加速度。

解 (1)
$$v = \frac{dx}{dt} = -u \ln(1 - bt)$$

(2)
$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{ub}{1 - bt}$$

(3)
$$t = 0 \text{ s 时, } v = 0;$$

$$t = 120 \text{ s 时}, v = -3 \times 10^3 \ln(1 - 7.5 \times 10^{-3} \times 120) \\ = 6.91 \times 10^3 \text{ m/s}$$

$$(4) \quad t = 0 \text{ s 时}, a = \frac{3 \times 10^3 \times 7.5 \times 10^{-3}}{1} = 22.5 \text{ m/s}^2$$

$$t = 120 \text{ s 时}, a = \frac{3 \times 10^3 \times 7.5 \times 10^{-3}}{1 - 7.5 \times 10^{-3} \times 120} = 225 \text{ m/s}^2$$

1.10 一质点在 xy 平面上运动,运动函数为 $x = 2t, y = 4t^2 - 8$ (SI)。

(1) 求质点运动的轨道方程并画出轨道曲线;

(2) 求 $t_1 = 1 \text{ s}$ 和 $t_2 = 2 \text{ s}$ 时,质点的位置、速度和加速度。

解 (1) 在运动函数中消去 t ,可得轨道方程为

$$y = x^2 - 8$$

轨道曲线为一抛物线如图 1.1 所示。

(2) 由 $\mathbf{r} = 2t\mathbf{i} + (4t^2 - 8)\mathbf{j}$

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = 2\mathbf{i} + 8t\mathbf{j}$$

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = 8\mathbf{j}$$

可得在 $t = 1 \text{ s}$ 时,

$$\mathbf{r}_1 = 2\mathbf{i} - 4\mathbf{j}, \quad \mathbf{v}_1 = 2\mathbf{i} + 8\mathbf{j}, \quad \mathbf{a}_1 = 8\mathbf{j};$$

在 $t = 2 \text{ s}$ 时

$$\mathbf{r}_2 = 4\mathbf{i} + 8\mathbf{j}, \quad \mathbf{v}_2 = 2\mathbf{i} + 16\mathbf{j}, \quad \mathbf{a}_2 = 8\mathbf{j}$$

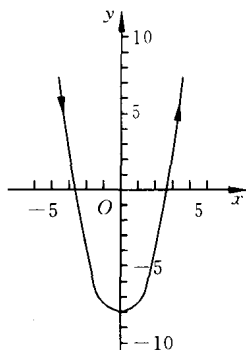


图 1.1 习题 1.10 解用图

1.11 如图 1.2 所示,在离水面高度为 h 的岸边上,有人用绳子拉船靠岸,收绳的速率恒为 v_0 ,求船在离岸边的距离为 s 时的速度和加速度。

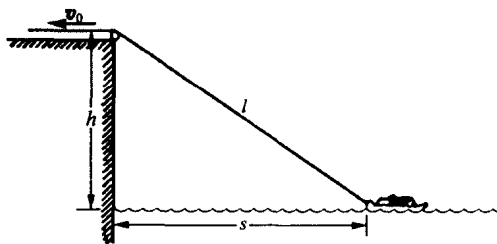


图 1.2 习题 1.11 解用图

解 以 l 表示从船到定滑轮的绳长,则 $v_0 = -dl/dt$ 。由图 1.2 可知

$$s = \sqrt{l^2 - h^2}$$

于是得船的速度为

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{l}{\sqrt{l^2 - h^2}} \frac{dl}{dt} = -\frac{\sqrt{s^2 + h^2}}{s} v_0$$

负号表示船在水面上向岸靠近。

船的加速度为

$$a = \frac{dv}{dt} = -\left[\frac{d}{dl} \left(\frac{l}{\sqrt{l^2 - h^2}} \right) v_0 \right] \frac{dl}{dt} = -\frac{h^2 v_0^2}{s^3}$$

负号表示 a 的方向指向岸边, 因而船向岸边加速运动。

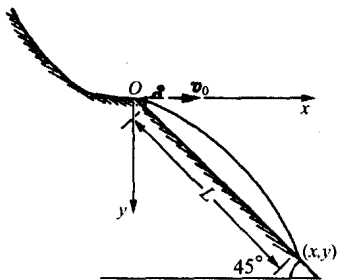


图 1.3 习题 1.12 解用图

1.12 滑雪运动员离开水平滑雪道飞入空中时的速率 $v_0 = 110 \text{ km/h}$, 着陆的斜坡与水平面夹角 $\theta = 45^\circ$ (见图 1.3)。

(1) 计算滑雪运动员着陆时沿斜坡的位移 L 是多大? (忽略起飞点到斜面的距离)

(2) 在实际的跳跃中, 滑雪运动员所达到的距离 $L = 165 \text{ m}$, 这个结果为什么与计算结果不符?

解 (1) 如图 1.3 所示, 运动员着陆点的坐标为

$$x = L \cos 45^\circ = v_0 t, \quad y = L \sin 45^\circ = \frac{1}{2} g t^2$$

解此二方程, 得

$$t = \frac{2v_0}{g}$$

而运动员沿斜坡的位移为

$$L = \frac{v_0 t}{\cos 45^\circ} = \frac{2 v_0^2}{g \cos 45^\circ} = \frac{2 \times 2}{9.8 \times \sqrt{2}} \left(\frac{110 \times 10^3}{3600} \right)^2 = 269 \text{ m}$$

(2) 实际 L 的数值小于上述计算值, 是由于空气阻力对运动员的影响。

1.13 一个人扔石头的最大出手速率 $v_0 = 25 \text{ m/s}$, 他能击中一个与他的手水平距离 $L = 50 \text{ m}$, 高 $h = 13 \text{ m}$ 处的一个目标吗? 在这个距离内他能击中的目标的最高高度是多少?

解 如图 1.4 所示, 石头的轨道方程为

$$y = x \tan \theta - \frac{1}{2} \frac{g x^2}{v_0^2 \cos^2 \theta}$$

以 $\cos^2 \theta = (1 + \tan^2 \theta)^{-1}$ 代入可得

$$\frac{g x^2}{2 v_0^2} \tan^2 \theta - x \tan \theta + \left(\frac{g x^2}{2 v_0^2} + y \right) = 0$$