

BIANXINGCELIANGDILILUNYUFANGFA

变形测量的理论与方法

朱建军 贺跃光

曾卓乔 编著



中南大学出版社

变形测量的理论与方法

朱建军 贺跃光 曾卓乔 编著

中南大学出版社

变形测量的理论与方法

朱建军 贺跃光 曾卓乔 编著

☐ 责任编辑 黄尚安

☐ 出版发行 中南大学出版社

社址:长沙市麓山南路 邮编:410083

发行科电话:0731-8876770 传真:0731-8710482

电子邮件:csucbs @ public. cs. hn. cn

☐ 经 销 湖南省新华书店

☐ 印 装 湖南大学印刷厂

☐ 开 本 730×960 1/16 ☐ 印张 18.25 ☐ 字数 312 千字

☐ 版 次 2004 年 2 月第 1 版 ☐ 2004 年 2 月第 1 次印刷

☐ 书 号 ISBN 7-81061-873-3/TU · 013

☐ 定 价 28.00 元

图书出现印装问题,请与经销商调换

前 言

变形测量学正在向边缘学科方向发展,变形测量成果不应只是总工程师桌上的摆设,而应当是测量工程师参与工程决策的重要依据。对变形机理的研究,使变形测量成为测绘科技工作者与其他学科科技工作者联系的桥梁。

本书是在曾卓乔教授编写的我校测绘工程专业 77 至 83 级《变形测量学讲义》的基础上,由作者结合我校测绘工程专业 84 级以来,尤其是近年来的教学与科研实践,反复修改、完善与丰富而成。书中除引用了作者的部分研究成果外,还参考了前人的工作成果以及部分研究生的工作成果,在此,向被引用了成果的同仁们致以诚挚的谢意。

本书同时得到了湖南省国土资源厅和中南大学有关部门的大力支持,在此一并表示谢意!

由于水平有限,书中不当之处,恳请读者批评指正。

编著者

2003 年 8 月

目 录

第一章 绪 论	(1)
1.1 变形测量的对象	(1)
1.2 变形测量的目的	(2)
1.3 变形测量的内容	(3)
1.4 变形测量的方法	(3)
1.5 变形测量资料分析与管理	(5)
第二章 变形测量控制网的平差	(6)
2.1 变形网的特点	(6)
2.2 变形网作经典网的平差	(8)
2.3 变形网作为秩亏自由网的平差	(19)
2.4 变形网的拟稳平差法	(38)
第三章 变形网的变形分析	(44)
3.1 平均间隙法	(44)
3.2 线性假设法	(51)
3.3 相对误差椭圆法	(55)
3.4 变形分析中系统误差的影响与剔除	(57)
3.5 变形测量问题的综合处理	(62)
3.6 变形检验的灵敏性	(64)
第四章 变形网移动变形的计算	(67)
4.1 变形网网点位移计算的经典方法	(67)
4.2 确定位移的一级范数最小法	(69)
4.3 确定位移的 Robust 方法	(75)
4.4 地表形变的计算	(81)
第五章 工程建(构)筑物的变形测量	(89)
5.1 变形量及变形监测内容	(89)
5.2 变形测量的精度与周期	(92)
5.3 观测点的设置	(95)

5.4	沉降观测	(102)
5.5	倾斜观测	(106)
5.6	液体静力水准测量	(110)
5.7	水平变形测量设备	(116)
5.8	水平位移观测	(121)
5.9	建筑物的挠度和裂缝的观测	(128)
5.10	日照和风振变形测量	(129)
5.11	工程建筑物变形测量的成果整理	(132)
第六章	开采沉陷及其观测	(133)
6.1	开采沉陷的基本模式	(133)
6.2	开采沉陷与开采损害	(142)
6.3	岩层与地表移动观测	(148)
6.4	地表移动和变形的预计	(157)
6.5	地表移动观测	(166)
第七章	边坡地质灾害及监测	(184)
7.1	概 述	(184)
7.2	露天矿边坡移动及监测	(186)
7.3	排土场的变形破坏及其监测	(202)
第八章	岩体地下工程监测	(208)
8.1	地下工程信息化施工	(208)
8.2	地下工程监测	(210)
8.3	现场测量方案	(217)
8.4	测量数据的分析处理	(227)
8.5	盾构法和顶管施工监测	(229)
第九章	现代变形测量技术	(235)
9.1	数字化近景摄影测量系统及其应用	(235)
9.2	变形测量高精度测量机器人系统	(241)
9.3	卫星定位技术进行变形监测	(244)
第十章	变形测量资料整理与变形测量信息系统	(256)
10.1	多元线性回归进行变形测量资料分析	(256)
10.2	变形测量资料分析的非线性回归方法	(260)
10.3	变形测量资料分析与管理系统的建立	(268)

第一章 绪 论

所谓变形监测,就是利用测量仪器及其他专用仪器和方法对变形体的变形现象进行监视、观测的工作。其任务是确定在各种荷载和外力作用下,变形体的形状、大小及位置变化的空间状态和时间特征。通常,变形监测的对象分为全球性或区域性的变形研究,以及工程和局部性变形研究。其中对重要建(构)筑物在各种应力作用下是否安全的监视是变形测量的重要手段,其成果也是验证设计理论和检验施工质量的重要资料。由于工程测量学是研究工程建设在勘测、施工和管理阶段所进行的各种测量工作的学科,因而在工程领域,也常把变形测量作为工程测量的一个重要组成部分。

随着科学技术与工业化大生产的发展,以及人口的急剧增长,必然要求加速物质和能源的生产,导致各种工程规模越来越大,工程费用越来越高,工程要求也越来越精密,而一旦由于某种原因引起工程灾害,其所造成的损失程度也将越来越严重,因此,准确地了解这种变形显得越来越重要。同时人类为了实现预测和防治工程灾害的目的,促使变形测量的理论、方法和仪器手段得到了快速发展。

1.1 变形测量的对象

很显然,变形测量的对象是多种多样的。从地表到各种工程建(构)筑物,一切关系到人们生活的实物对象都有可能成为变形测量的对象。而同一类型的对象,其产生变形的原因不同,则变形分布及其规律也不相同。

1.1.1 地表变形

地表变形,可以是自然原因产生的,即板块运动、地球内部岩浆的活动等原因产生,也可能是人工的原因。如1966年邢台地震的震中区地面,在地震前后,垂直变化(下沉)达0.44m,同时水平错动达0.7m。但作为地震前兆的地壳形变则往往很小。江河流域由于年代很新的地层沉积物也可以引起地表不稳定,我国的华东地区不少地方都存在这一问题,如宝钢地区,地表不稳定给工程带来了很大的影响。又如土耳其的安纳托利断层的速率约为7cm/a,

我国北京附近的活断层错动速率约为每年十分之几毫米。

另一方面,地表变形也可能是由于人类的技术经济、生产活动引起的:矿床地下开采(包括石油、天然气、煤炭、金属及非金属矿、地下水开采)引起地表移动与变形;露天矿山开采及公路、铁路等地表工程所形成的人工边坡可能滑动;巨型工程建筑形成的新载荷(如水坝)使附近地表产生变形;人工地下抽水和灌水引起的地表沉降和回弹,这在我国的海、天津、西安、无锡等城市都是一个非常突出的问题,在岩溶地区还可能引起地面塌陷,如贵阳、焦作等城市;隧道、城市地下工程开挖引起其周围地表移动与变形,等等。

1.1.2 工程建(构)筑物

变形测量的另一类对象是工程建(构)筑物。工程建(构)筑物有各种不同类型,如水利水电枢纽工程、桥梁、高层建筑、冶炼设施、精密输送带、尾砂坝、井塔和井架、架空索道、挡土墙、地下井巷、隧洞和硐室等等。一方面,工程建(构)筑物的变形可以由上述地表变形所引起,如矿区地表移动可能对矿区各类工程建(构)筑物产生影响,使之变形乃至破坏;另一方面,由于建筑物的荷重,使建筑物地基压实,引起建筑物下沉与变形;也可能由于地基的地质条件变化而引起不均匀沉降与变形;还可能由于季节性或周期性的温度变化而引起变形。例如,苏联的奥斯坦金电视塔的塔身高 533 m,由于温度的影响,塔顶天线的位置最大变化达 2.5 m;湖北龟山电视塔高 221 m,受风荷载及日照温差的影响,塔身最大变形值为 0.13 m(一昼夜)。此外建筑物还可能受某种外力而产生变形,如高层建筑受风力而引起的摆动,桥梁在车通行时的振动等等。

1.1.3 大型精密设施

如射电望远镜、粒子加速器等科学设施以及军事设施中的各种设备、导轨等往往也是变形监测的重要对象。

1.2 变形测量的目的

变形测量的目的,在于获得被研究对象变形过程中有关变形大小的一切资料,分析研究这些资料可以监视地表变形和工程建(构)筑物的运营状况。如利用震前地表变形趋势作地震预报,边坡微小移动可作为滑坡的报警信号,大坝和尾砂坝的变形量可以判断坝体是否安全稳固。根据变形测量资料,还

可检验设计理论是否正确,提供设计并修改所需的经验数据,如岩体地下工程监测,是实现信息化施工的重要手段。

1.3 变形测量的内容

地表及各种工程建(构)筑物,由于地质、力学原因,往往会产生移动与变形。这种变形有多大?变形的机理是什么?变形有什么规律?移动与变形会不会导致工程灾害?由于工程建(构)筑物都允许有一定的变形而不影响其正常使用和造成损害,因此要求能准确地估计和观测到各种移动与变形值,并能判定工程建(构)筑物的允许变形值。变形测量就是针对这些问题进行研究与测量的一个学科分支,因此变形测量的内容主要有:沉降测量、位移测量、倾斜测量、裂缝测量和挠度测量等。从历次测量结果的比较中了解变形随时间发展的情况。变形测量的周期常随单位时间内变形量的大小而定。当变形量较大时,测量周期宜短;而当变形量减小,工程建(构)筑物趋向稳定时,测量周期则可相应放长。

1.4 变形测量的方法

观测对象的变形过程一般都是动态过程,只不过有的变形速度很快,有的则很慢。通常是通过对被研究对象的不同离散时刻点进行观测,这时,把对象作静态系统看待,然后由多个时刻的观测结果,再来研究其运动的动态过程。变形测量方法的选择取决于变形体的特征、变形监测的目的、变形大小和变形速度等因素。

在全球性变形监测方面,空间大地测量是最基本且最适用的技术,它主要包括全球定位系统(GPS)、甚长基线射电干涉测量(VLBI)、卫星激光测距(SLR)、激光测月技术(LLR)以及卫星重力探测技术(卫星测高、卫星跟踪卫星和卫星重力梯度测量)等技术手段。

在区域性变形监测方面,GPS已成为主要的技术手段。近10年发展起来的空间对地观测遥感新技术——合成孔径雷达干涉测量(InSAR, Interferometric Synthetic Aperture Radar),在监测地震变形、火山地表移动、冰川漂移、地面沉降、山体滑坡等方面,其试验成果的精度可达cm或mm级,表现出了很强的技术优势,但精密水准测量依然是高精度高程信息获取的主要方法。

在工程和局部性变形监测方面,地面常规测量技术、地面摄影测量技术、

特殊和专用的测量手段,以及以 GPS 为主的空间定位技术等均得到了较好的应用。

根据对象的不同,变形测量方法大体上可分为下列几类。

1.4.1 大地测量方法

在这类方法中,视被观测对象的形状、范围以及测量精度等要求的不同,测定平面位置的变形有三角网、三边网、边角网、导线网、激光准直测量及交会等其他各种测量方法;测定沉降变形有精密水准测量、连通管测量(静水压力水准测量)等;由于高精度全站仪的出现,使这种变形测量方法成为一种最有效、直观的方法,并主要用于对地表的变形测量。如地震监测、边坡监测,也可用于大型工程建(构)筑物的测量,如水坝、码头等。

1.4.2 摄影测量方法

包括地面单张相片摄影测量、地面立体摄影测量、航空摄影测量等。单相片摄影测量只能测定平行于摄影机承片框平面上的变形。地面立体摄影测量则可测定物体空间位置的移动和变形,这两种方法最适于近距离单体建筑物的变形测量。由于计算机的广泛应用,使非地形解析摄影测量方法有了很大发展,因此在近景摄影变形测量中不但可用带有框标与定向设备的测量摄影机,而且可广泛使用非量测用普通摄影机,这就为摄影测量方法在变形测量中的应用开辟了更广阔的前景,如数字化摄影测量和实时摄影测量系统的应用。航空摄影测量一般只适于大面积的地表变形测量。1974~1978年在西德鲁尔煤矿区为了研究地下开采引起的大面积地表移动,曾进行了飞行高度375 m,像比例为1:2500的航空摄影,通过作1:1000图,试验得出横坐标误差 ± 1.2 cm,纵坐标误差 ± 3.0 cm,位置误差 ± 3.2 cm,高程误差 ± 5.8 cm。摄影测量方法具有很多优点,如可于同一时刻对建(构)筑物和对象(如边坡面)的很大范围进行观测,并可测定任意数量的点,其中包括不能直接测量的点,外业工作量少,效率高;能够将观测得到的全部资料贮存,并可随时恢复其空间模型;而且对观测快速变形具有其他方法所不可及的优点。

1.4.3 物理学传感器方法

所谓传感器就是将观测对象的各种物理量(如位移、应变、温度、应力等)转变为电信号以便进行测定的器件,它是变形测量中的一种有效方法,它的最大优点是能自动化、远距离操纵和连续记录。

1.4.4 GPS 技术

GPS 作为一种全新的现代空间定位技术,已逐渐在越来越多的领域取代了常规光学和电子测量仪器。自从 20 世纪 80 年代以来,尤其是进入 90 年代后,GPS 卫星定位和导航技术与现代通信技术相结合,在空间定位技术方面引起了革命性的变化。用 GPS 同时测定三维坐标的方法将测绘定位技术从陆地和近海扩展到整个海洋和外层空间,从静态扩展到动态,从单点定位扩展到局部与广域差分,从事后处理扩展到实时(准实时)定位与导航,绝对和相对精度扩展到 m 级、cm 级乃至亚 mm 级,从而大大拓宽了它的应用范围和在各行业中的作用。

GPS 用于变形监测的作业方式可划分为周期性和连续性(Episodic and Continuous Mode)两种模式。

GPS 作为一种新方法,由于其硬件和软件的发展与完善,特别是高采样率(目前有的已高达 20Hz)GPS 接收机的出现,在大型结构物动态特性和变形监测方面已表现出其独特的优越性。近几年来,一些大型工程建筑物已开展了卓有成效的 GPS 动态监测实验与测试工作。

1.5 变形测量资料分析与管理

分析与管理变形测量资料,是变形测量工作的一个重要部分。由于变形测量方法的日益精密,变形测量手段日益增多,所获取的变形测量数据也越来越多,对测量成果的分析整理、管理提出了更高的要求。另一方面,由于计算技术的发展,又为这一工作提供了最理想的工具,如用计算机可视方法进行变形分析等等已成为现实。此外,近十年来新的平差计算方法及统计检验理论在变形测量成果分析中有了很大的进步。如自由网平差理论、变形统计检验等就是明显的例证。还应该指出的是:在成果分析中,测量工程师不应只限于得出有关变形的大小及变形规律,而应做出或参与做出有关变形原因的分析,变形测量成果也不应只是总工程师桌上的摆设,而应是参与工程设计、施工与管理的重要资料。这样,变形测量工作将会更充分发挥其作用,这是在当前技术发展的过程中从事变形测量的测量工程师们提出的新课题。

第二章 变形测量控制网的平差

在绪论中,介绍了变形测量的方法主要有大地测量方法、摄影测量方法、特殊的测量手段和 GPS 测量技术。当使用大地测量方法和摄影测量方法时,往往需要建立平面和高程控制网,并在观测对象上及其周围布置一系列观测点,通过对控制网及观测点重复测量,获得观测数据,最后确定变形大小和规律,这种用于变形测量的控制网,称为变形控制网,简称变形网。

变形网的平差方法有三种:经典平差法、秩亏自由网平差法、拟稳平差法。本章将着重介绍变形网的这三种平差方法。

2.1 变形网的特点

与工程控制网相比,变形网有自己的特点,这些特点决定了变形网平差与工程控制网平差方法的差别。因此,在介绍变形网平差方法之前,首先介绍变形网的这些特点。

2.1.1 布网目的

变形网具有与工程控制网不同的布网目的。工程控制网布网的目的是为了**保证工程的各个部位能处在一定的相互关系之中**。例如,贯通测量控制网必须保证从两边测得的贯通点点位在**同一位置**,或其偏差不能超过某一限差;矿区控制网要能保证地面、地下的各种工程设施处在一定的相互关系之中。因此对于工程控制网,保证网点之间的**相对精度是至关重要的**。衡量控制网等级的一个主要指标就是网的最弱边。但变形网则不同,变形网布网的目的是为了**测定网点的变形**,而网点之间的**相对精度则不是主要的**。由于布网的目的不同,影响网的质量因素也就不同,例如大气折光引起的误差,测距仪的比例误差等系统误差对工程控制网的精度影响很重要,因而必须设法减小或消除,但对变形网的影响却不是主要的,只要观测仪器、观测条件及观测人员等观测条件相同,在计算变形的过程中则能相互抵消,使确定的变形不受这些误差的影响。

2.1.2 布网原则

变形网具有与工程控制网不同的布网原则。工程控制网布网时,网点的选择一般是按这样的原则进行:

- (1) 网点的视野要开阔;
- (2) 网点之间构成的图形要规则,最好是等边三角形;
- (3) 三角形的角度一般要在 $30^{\circ} \sim 150^{\circ}$ 之内。

而变形网则完全是根据变形测量的需要来布设网点,例如,如果变形网网点是作为变形测量各观测点的工作基点,则应尽量在地质条件好、不受力的变化干扰的地方布设点,或根据工作点的位置确定工作基点的位置,再选择一局部稳定点。而对网点的视野,网点之间的相互关系没有任何要求,为了设置稳定点,一般要花费较大的一笔费用。

2.1.3 变形网多余观测多

变形网图形复杂,多余观测多。工程控制网的观测以构成简单的三角形、大地四边形或中点多边形为宜,平差时既可按条件平差,也可按间接平差。而变形网观测则以能通视观测为原则,而不去追求图形如何构成,并以多余观测越多越好。图 2-1 所示为某原油码头的变形测量网,从这个网可以看出变形网布设的这一特点。由于图形复杂,变形网一般采用间接平差法进行平差。

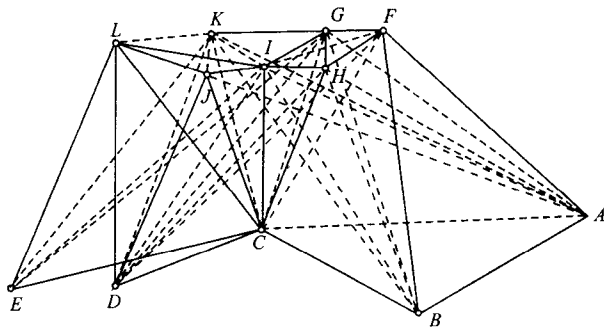


图 2-1 某原油码头变形测量网

2.1.4 变形网边短,精度高

变形网边短,但精度高,并且很多情况下采用强制归心。变形测量网的边长一般在几百米,最多 1 km 左右,即使是专用于地震监测的变形监测网边长

也多数在 1 km 左右,但观测往往是按国家一、二等精度要求进行,或采用最先进的仪器。而高精度仪器主要集中在地震部门和水电部门,目前这些先进的仪器也主要用于变形测量。

2.1.5 变形网可以没有已知数据

在工程控制网中,控制网必须具有一个已知点的坐标,一个已知方向,一条已知边长,而变形网则可以不要这些数据,而按自由网平差。尽管工程控制网中,已知点、已知方向可假定,但已知边是必不可少的;但变形网可以是纯测角网,不需要任何观测边或已知边。

2.2 变形网作经典网的平差

经典的测量控制网平差时必须具备必要的起算数据,并以这些必要的起算数据为基准,确定其他网点的坐标,这些必要的起算数据一般称为参考基准。

变形网实质上仍然是一个如何确定网点位置的测量控制网,因此完全可以按经典控制网的平差方法来平差,确定网点位置。考虑到变形网图形复杂,多余观测多的特点,变形网的平差一般选用间接平差法。

2.2.1 间接平差原理

设实际观测值组成的向量为 L ,未知数为 X_L ,改正数为 V ,则一般有:

$$L + V = F(X_L) \quad (2-1)$$

式中:

$$L = (L_1, L_2, \dots, L_n)^T, \quad V = (V_1, V_2, \dots, V_n)^T$$

$$F(X_L) = (f_1(X_L), f_2(X_L), \dots, f_n(X_L))^T$$

一般直接观测与未知量之间存在非线性函数关系,例如三角网中的边长与坐标的关系为:

$$S_{12} = \sqrt{(X_{2L} - X_{1L})^2 + (Y_{2L} - Y_{1L})^2}$$

方向与坐标的关系为:

$$\alpha_{12} = \arctan \frac{Y_{2L} - Y_{1L}}{X_{2L} - X_{1L}}$$

对于这种非线性的函数关系,给定未知数一个近似值 X_0 ,即令:

$$X_L = X_0 + X$$

则线性化后可得观测方程:

$$l + V = AX \quad (2-2)$$

式中:

$$l_i = L_i - L_{x0}, L_{x0} = f_i(X_0), \quad l = (l_1, l_2, \dots, l_n)^T$$

式中 A 为线性化时,由近似坐标 X_0 计算得出的误差方程系数; X 为近似坐标的改正数; l 实际上是由直接观测值 L 计算所得,不是直接观测值,但为了方便,习惯上称 l 为观测值。

设观测权为 P ,据最小二乘原理:

$$V^T P V = \min \quad (2-3)$$

求极值,有:

$$\frac{d(V^T P V)}{dX} = 2V^T P \frac{dV}{dX} = 2V^T P A = 0$$

转置后有:

$$A^T P V = 0 \quad (2-4)$$

考虑(2-2)式,有:

$$\begin{aligned} A^T P (AX - l) &= 0 \\ A^T P A X &= A^T P l \end{aligned} \quad (2-5)$$

(2-5)式即为间接平差的法方程,令 $N = A^T P A$,则有:

$$N X = A^T P l \quad (2-6)$$

式中 N 为法方程系数矩阵。

经典网具有必要的起算数据,所以 N 是满秩的,因而可以采用经典的测量平差求解法方程的任何方法求解。按矩阵求逆的方法,可以求得未知数:

$$X = N^{-1} A^T P l \quad (2-7)$$

其他平差值分别为:

$$V = AX - l = (AN^{-1}A^T P - E)l \quad (2-8)$$

$$\bar{l} = l + V = AX = AN^{-1}A^T P l \quad (2-9)$$

单位权方差的估值为:

$$S^2 = \frac{V^T P V}{n - t} \quad (2-10)$$

式中 n 为观测值个数; t 为未知数个数。

已知观测权为 P ,则观测值协因素矩阵为 $Q_l = P^{-1}$ 。根据误差传播定理,有:

$$\begin{aligned} Q_X &= (N^{-1}A^TP)Q_1(N^{-1}A^TP)^T = N^{-1}A^TPQ_1PAN^{-1} \\ &= N^{-1}NN^{-1} = N^{-1} = (A^TPA)^{-1} \end{aligned} \quad (2-11)$$

$$Q_{\bar{i}\bar{i}} = AQ_{xx}A^T = AN^{-1}A^T \quad (2-12)$$

$$\begin{aligned} Q_V &= (AN^{-1}A^TP - E)Q_1(AN^{-1}A^TP - E)^T \\ &= Q_1 - AN^{-1}A = Q_{\bar{i}\bar{i}} - Q_u \end{aligned} \quad (2-13)$$

$$\begin{aligned} Q_{XV} &= (N^{-1}A^TP)Q_1(AN^{-1}A^TP - E)^T = N^{-1}A^T(PAN^{-1}A^T - E) \\ &= N^{-1}A^TPAN^{-1}A^T - N^{-1}A^T = 0 \end{aligned} \quad (2-14)$$

$$\begin{aligned} Q_{IV} &= (AN^{-1}A^TP)Q_1(AN^{-1}A^TP - E)^T \\ &= AN^{-1}A^T(PAN^{-1}A^T - E) = 0 \end{aligned} \quad (2-15)$$

由(2-14)式,(2-15)式可以看出: $Q_{XV}=0, Q_{IV}=0$,说明平差后,观测值改正数 V 与未知数 X 及观测值平差值是相互独立的,这一性质对变形分析与变形检验有着十分重要的意义。

另外,由(2-13)式知: $Q_l = Q_{\bar{i}\bar{i}} + Q_V$ 。由协因素矩阵本身的性质有: $Q_l, Q_V, Q_{\bar{i}\bar{i}} \geq 0$,所以有:

$$Q_l \geq Q_V, Q_l \geq Q_{\bar{i}\bar{i}}$$

这表明观测值的平差值的精度要比平差前高,观测改正数的精度也要比观测值精度高。

还有一点是关于相对误差椭圆。对于平面控制网, Q_{xx} 就是网点坐标的协因素矩阵,根据单位权方差 S_0^2 可以求得网点坐标的协方差矩阵为 $S_0^2Q_{xx}$,从而求得各点 x, y 坐标的中误差。

若对同一个网先后进行了两次观测,两次观测所求同一点的坐标肯定会有差异。因此必须判断这一差值是由观测误差引起,还是由于网点的移动引起,判断时必须根据点的坐标误差或位置误差,表示点的位置误差的方法为点位误差椭圆,因此点位误差椭圆在变形测量中具有很重要的意义。

误差椭圆的计算公式为:

$$\lambda_1 = \frac{1}{2}(Q_{x\bar{x}_i} + Q_{y\bar{y}_i} + q) \quad (2-16)$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2}(Q_{x\bar{x}_i} + Q_{y\bar{y}_i} - q) \quad (2-17)$$

$$q = \sqrt{(Q_{x\bar{x}_i} - Q_{y\bar{y}_i})^2 + 4Q_{x\bar{y}_i}^2} \quad (2-18)$$

$$E = S_0\sqrt{\lambda_1}, \quad F = S_0\sqrt{\lambda_2}$$

式中 E 表示长半轴; F 表示短半轴;长半轴与 X 轴的夹角为:

$$\alpha = \arctan \frac{2Q_{x_D i}}{Q_{x_D i} - Q_{y_D i}} \quad (2-19)$$

2.2.2 变形网按经典网平差

变形网按经典网平差可按三种情况考虑。

1. 变形网为测角网或边角网

变形网为测角网或边角网的平差可按如下步骤进行。

(1) 选择稳定可靠的点作为已知点, 稳定可靠的方向作为已知方向。工程控制网一般是根据与高一级控制网的联测确定已知点和已知方向, 少数独立的控制网或专用控制网是根据工程需要确定已知点和已知方向; 但变形网必须选择稳定可靠的点作已知点, 稳定可靠的点之间的方向作已知方向。稳定点选择的原则是: 离受力变化区比较远; 附近无其他施工场地(道路开挖、削坡等); 地质条件好; 点位埋设稳固。

(2) 建立误差方程式。边长误差方程为:

$$V = -\frac{x_{0j} - x_{0i}}{s_{ij}}\delta x_i - \frac{y_{0j} - y_{0i}}{s_{ij}}\delta y_i + \frac{x_{0j} - x_{0i}}{s_{ij}}\delta x_j + \frac{y_{0j} - y_{0i}}{s_{ij}}\delta y_j - l \quad (2-20)$$

式中 $x_{0i}, y_{0i}, x_{0j}, y_{0j}$ 分别表示点 i, j 的近似坐标; $l = s - s_0$, s 为直接观测值, s_0 为由近似坐标计算得出的两点之间的距离。

方向观测误差方程为:

$$V = -\delta_\alpha + \frac{y_{0j} - y_{0i}}{s_{ij}^2}\delta x_i - \frac{x_{0j} - x_{0i}}{s_{ij}^2}\delta y_i - \frac{y_{0j} - y_{0i}}{s_{ij}^2}\delta x_j + \frac{x_{0j} - x_{0i}}{s_{ij}^2}\delta y_j - l \quad (2-21)$$

式中 δ_α 为定向角未知数; $l = L_1 + Z_0 - L_0$, Z_0 为定向角未知数的近似值, L_0 为由近似坐标反算的近似方位角。

列出各观测的误差方程后, 便可组成法方程, 最后求出各点坐标及有关平差量。

(3) 计算变形值。根据不同时期两次观测的平差, 可以求出两次观测时网点的位置 X_I, X_{II} , 网点移动的变形值为:

$$d = X_{II} - X_I \quad (2-22)$$

显然 d 中包含观测误差。而判断 d 究竟是由误差引起还是由移动变形引起, 就是变形检验所要研究的问题, 将在第三章中详细介绍。