变截面刚构分析

上 册

蔡方蔭 著

內 容 提 要

本书系由“变截面剛构分析”正續編和“变梁常数的通用計算表”三书，参以著者近年来所发表的論文資料合并修訂而成．內容专述变截面杆常数的計算和含有变截面梁柱剛构的分析方法．共分上、下两册．

上册計分十章及五个附录．除叙述变截面梁撓曲常数的各种表述法及其換算关系外，主要介紹著者所提出的 I_0/I 图矩面积法，以及 I_0/I 余图法对角变常数的計算．书中关于各种楔形、加腋、阶形梁柱以及桁架等的各項常数，均按上述方法或角变法列出公式，并說明其用法．

本书各章除順序上有連貫性外，并各有相当独立性，便于建筑結构設計人員及研究人員作进修之用，亦可供有关专业教学时作参考之需．

变截面刚构分析

(第 二 版)

上 册

蔡 方 蔭 著

*

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路450号)

上海市书刊出版业营业許可証出093号

新华书店上海发行所发行　各地新华书店經售

商务印书館上海厂印刷

*

开本 787×1092 1/18　印張 25 14/18　插頁 4　字数 545,000

1962年12月第2版　1962年12月第1次印刷

印数 1—1,000

統一书号：15119·1700

定　价：(十四) 4.25元

初 版 序

余自 1931 年返清华大学任教时起，对于含有变截面梁柱（以下統簡称“变梁”）剛构之分析，卽頗感兴趣，而不时钻研．偶有一得之愚，早已在国内外刊布．抗战初期，在西南联合大学任教，专力写“普通結构学”，未暇旁务；中期在江西主持工学院院务，学殖多荒；末期則流离避难，寢饋不安，变梁之钻研久已束之高閣矣．胜利后，重拾旧业，兴趣未減，偶得 I_0/I 图矩面积法，将变梁撓曲常数之繁冗求法，簡化为曲綫面积之計算，其方法亦已在国内外刊布．

1950 年冬，余来京參与中央重工业部重型厂房之設計，所有排架多系含有各式变梁（变截面柱受撓曲作用时，亦成为变梁）之剛构．其中普通变梁（例如二段之阶形梁）之撓曲常数及抗移勁度，虽有外文书刊图表可查，但常感不甚精确，而特殊变梁（例如三段之阶形梁）之撓曲常数，在著者当时所知之外文书中，旣无图表可查，亦无公式可用．为适应实际工作之需要，对于一般及特殊变梁之撓曲常数及抗移勁度，必須先加钻研，始可达到对排架的精密分析及合理設計．

含有变梁剛构与只含有等截面梁剛构分析法唯一不同之点，卽在二者所采用之撓曲常数及抗移勁度有所不同．剛构所含变梁之撓曲常数及变柱之抗移勁度旣求得之后，无論采用何种分析法，其步驟与只含等截面梁之剛构者完全相同．只含有等截面梁剛构之分析，外文书刊中所陈述之方法，不遑枚举；近年国内所出版之书刊，如金濤、錢令希及其他諸先生之著述，均有詳賅之討論，本书原无叙述之必要，唯为便利讀者起見，本书于最后四章中，提供并推荐一般剛构分析之近似法、数解法及图解法各一种，以备讀者于实际工作中采用．該四章中所述之剛构分析法，著者认为比較便于实用，且其中一部分系一般中、英文专籍所未曾論及者，望讀者加以注意．

关于变梁撓曲常数及变柱抗移勁度之討論，中外专籍多語焉不詳，殊难滿足实际工作者之需要．本书之目的，在企图适应此項需要，就著者学力所及，对于变梁之撓曲常数及变柱之抗移勁度，作一最广泛而最新穎之处理．本书除将前人对于变截面剛构分析之貢献，作一融会貫通之解釋外，对于任何形式之变梁，提供一簡便而精确之通用解法．著者认为变截面剛构分析法之重心，在其中变梁撓曲常数及变柱抗移

劲度之計算，此項計算以角变法为其基本，而角变之計算，又以著者之 I_0/I 图矩面积法最为簡便．因此本书对变梁撓曲常数及变柱抗移劲度之处理，完全以角变为体，而以 I_0/I 图矩面积法为用．二者互相配合，相得益彰．

本书第一章之主要材料，系根据著者在清华大学任教时研究所得而加以修訂者．第二、第三及第四章之主要部分，系胜利后解放前所写成，除第二及第三章之內容曾前后在国內外刊布外，第四章之內容則前此并未发表过．第五章至第九章中之材料，均系最近所得．第五、第六及第八章中之各項公式，系过去两年来因实际工作时之需要而求得，并曾多次修訂，以求便于实用．第七章关于对称式桁架之計算，亦系著者一得之愚．第九章主要系介紹并推广德国工程学者伯乃希氏(F. Bleich)之排架受側力及偏心力矩时柱剪力分配法．此法应用之范圍旣广泛，而步驟亦极簡明，远胜于美国克劳斯教授(H. Cross)及顾臨特教授(L. E. Grinter)所建議之方法．如排架之柱系固定于基础而鉸接于横梁，則此法成为排架受側力及偏心力矩时之正确分析法，与苏联工业建筑設計院[①]所刊布之方法完全一致．

第十章所述无側移剛构之分析法，主要系推荐并研討我国林同棪氏于 1934 年所发表之力矩一次分配法．林氏法与欧洲所通行之定点法及近世所发明之約束法等基本相同，其优点在于将剛构分析中与荷載无关及有关之二部分計算完全分开，如是則荷載改变时，可省去其他方法所必需之許多重复計算．惟林氏根据上述原則改用力矩一次分配計算，旣无須如定点法之全部或一部分采用不甚通行之图解法，更不必如約束法之需用冗长而不易記忆之公式，其应用之便利，較該二法又胜一籌．著者认为林氏法为比較便于实用之剛构分析法之一，其理由即在此．

有側移剛构分析之繁难，倍蓰于无側移剛构．第十一章对于剛构之側移分析，采用迭加方法，并根据定点法之原理，利用側移杆两端之修正傳遞系数，以計算其两端因側移所发生之力矩，頗为新穎而且便利．

第十二章系著者抗战前之旧作，曾在国內刊布，并經金濤教授收入其所著之“超静定結构解法”一书中．此文对于无側移剛构分析之图解法，作一融会貫通之叙述，使讀者对此法可得一綜合之了解，而免翻閱若干外文书刊之劳．金教授称“此文博大精深”，实属过誉．此法与第十章之数解法，原理相同，彼此配合，讀者可相互参証，取数解与图解二法之长而混合应用，因略加修訂，录之以殿此书．

本书各章除有順序上之連貫性外，并各有相当独立性，因此各章內容不免有极少重复部分．讀者不必拘泥各章排列之先后次序，可以先抽閱其中若干章，似更便利．

附录所載二种矩形截面加腋梁常数表中，列作附录 I 者为史氏(A. Strassner)所算得之角变系数表，公认系加腋梁常数表之原始材料；以后各表，多半由此表換算而

① 見苏联工业建筑設計院：“单层工业房屋鋼筋混凝土柱”一书，重工业出版社曾有中文譯本出版。

得，其最著者卽賴白尔氏（W. Ruppel）所算得适用于定点法之常数表，兹列为附录II. 附录I与II二表之排列及数学符号均經改訂，俾便讀者之应用. 附录III系美国波特兰水泥协会所算得（非由史氏之表换算而得）适用于力矩分配法之表，內容比較最为完备. 此表經王世威同志与著者改善排列，并加增补，其篇幅已較原表减少，而其应用范圍則較原表推广. 上述附录I、II及III三种矩形截面加腋梁常数表适用之范圍及常数之分际均各不同，結合本书第一章之撓曲常数换算表，所有各表可交互采用，彼此校核，并无重床迭架之病.

本书旣脫稿后，偶得苏联杜宾氏（C. M. Тубин）主編之"单层工业房屋鋼結构"一书，其中除列出二段及三段阶形梁撓曲常数之公式外，并載有二段阶形梁之撓曲常数表. 英文书中有二段阶形梁撓曲常数之曲綫图，虽应用时无須插入法而較为簡便，但其精确度則远不及此书中之常数表.

苏联书中系以伸臂梁自由端之角变及位移为变梁之撓曲常数，与其他采用簡支梁或两端固定梁为計算之基础者截然不同. 因此將苏联书中計算二段及三段阶形梁撓曲常数之公式列作附录IV，俾可与本书第五章所列出之角变常数公式相比較. 附录V則列入苏联书中之二段阶形梁常数表及英文书中之二段阶形梁常数曲綫图. 前者之应用范圍較广，常数亦精确，后者則应用較为便利，惟数值不精确，只可作为初步計算之用.

附录VI之論文二篇系苏联先进分析法之解释与推广，曾在"工程建設"刊布（第三十八、第四十六及第四十七三期），因可作本书第九及第十一两章之补充材料，故附录于此，以便利此法在我国之广泛采用. 附录中各項常数图表与各章中各項公式均相結合，故本书实系現下关于变截面剛构分析之最完备专籍，正切合我国大規模工业建設中厂房設計之需要.

本书所列之算学公式頗为繁多，著者虽屡次校核，力避訛誤，其公式亦历經改善，务求簡明而切合实用，但其中誤算、誤抄以及誤印之处，自属难免，倘望国內专家及本书讀者，不吝随时指正，著者当不胜感幸.

蔡 方 蔭

1953年9月17日于北京中央第二机械工业部

［附注］序中所述各章次序，系指本书第一版而言，与二版所列次序不同。

二版弁言

本书第一版系1953年写成，迄今已将十載．在此十年中，关于变截面杆常数的計算及含有变截面梁柱剛构的分析两个方面，国內外均有相当的发展，尤其国內有关书刊中曾經发表了不少有价值的新方法．为了使本书的內容更为充实，故有修訂的必要．

在此修訂本中，原书各章的內容均有不同程度的修正与补充；編排上亦略有变更．已发現的重要訛誤［例如表6-2中公式(8)与(9)的$1/r^3$均应改为$1/2r^3$］均已分别改正．书中附图亦已重繪，借以糾正有些附图图形过小和字迹不清的缺点．

著者前此所著的"变截面剛构分析續編"及"变梁常数的通用計算表"二书（均由北京科学出版社出版），原为与本书同一题材的有关論著，兹借此修訂机会，經将該二书略加修訂或部分重写后一并編入，使本书內容体系更为完备．

由于修訂后的篇幅較原书增加很多，因此分为上下二册出版．上册专論述变截面杆常数的計算，計分十章．第一至第六章及第八章均与原书相同．第七章系由"变梁常数的通用計算表"改写而成．第九章系原书的第七章，第十章系"續編"的第三篇．上册的附录I至V与原书相同．

下册专論述变截面剛构的分析．在这方面，历年来国內外所发表的分析方法至为繁多，限于本书篇幅，自难全部述及．新版本中将只包括：(1)三种一次分配法（力矩一次分配法、角变傳播法及不均衡力矩傳播法）；(2)无剪力分配法；(3)德国肯尼氏(Kani)的連續代入法；(4)跨变剛构分析；(5)单层桁架剛构分析；(6)单层厂房剛接与鉸接排架分析；(7)无側移剛构的解法（即原书的第十二章）；及(8)两种特殊剛构（楔形鉸架与隅撑排架）的分析等．至于单层厂房排架分析的方法亦将擇要叙述．目前下册尚在編写中，大約将分十章或十二章写出．

本书修訂过程中，承許多同志給予协助，著者深为感激，这里恕不一一列名致謝．

蔡 方 蔭

1962年5月22日于北京建筑工程部建筑科学研究院

目　　录

第一章

变截面梁撓曲常数的各种表述法及其换算表

一、緒　論

为节省材料計，設計剛构中梁截面时，常在可能与合理范圍內使梁的各截面尽量与沿梁长各点的撓矩或剪力相配合，如此，則沿梁长各点上的梁截面大小并不一致．此种梁称为变截面梁或变慣矩梁 (beam of varying moment of inertia or non-uniform beam)．为叙述簡便起見，本书中以下將統称为变梁．設計有盖鈑的鋼鈑梁时，常將鈑梁上諸盖鈑于不需要处截去，使沿該鈑梁长度各点的慣矩分別与其所受撓矩相配合，此卽变梁之最普通实例．此外，在鋼筋混凝土剛构或連續結构中，亦常將梁一端或两端的截面加大，而于相当距离內逐漸向梁跨中綫縮小，以配合該端的較大撓矩或剪力．

变梁的截面可逐漸改变(如图 1-1-a)或突然改变(如图 1-1-b)，亦可將逐漸改变与突然改变二形式联合采用(如图 1-1-c)．梁的截面系突然改变者，常称为阶形梁．梁的截面于全长中均属逐漸改变而其改变方式无論为一直綫(如图 1-1-a)或为一曲綫(如图 1-1-d)者，俱称为楔形梁．梁的一端或两端系楔形而其另一端或中間一段保持等截面者(如图 1-1-e 或 f)，常称为加腋梁．加腋梁的两端加腋形式及长度可以相等，成为对称式加腋梁(如图 1-1-f)；亦可不相等，成为不对称式加腋梁(如图 1-1-g)．变梁的截面可为工字形(鋼梁多采用之)、T 字形或矩形(鋼筋混凝土梁采用之)．此三种形式的截面加大时，常使其寬度不变而只加大其深度．对于 T 字形及矩形梁亦可使其深度不变而只加大其寬度(如图 1-1-h)，或將其寬度及深度均加大(如图 1-1-i)．惟寬度加大时，梁截面慣矩或其抗撓力矩的增加，远較深度加大时的增加为小，故通常多不采用．

梁之采用阶形者(如图 1-1-b)甚少．惟厂房中有較重吊車(起重量大約在 10 吨以上)时，其支柱常系如图 1-1-b 的阶形，俾吊車大梁可支承于阶上．此項阶形柱在軸心力(如屋面荷載等)、側力(如风力、吊車的水平推力等)及偏心力矩(由于吊車大梁的反力等)的作用下，将发生相当大的撓矩，故此項阶形柱遂兼有阶形梁的作用，卽通常所称为梁型柱者．实际言之，在具有重大吊車的高大厂房中，阶形柱中梁之撓矩作用远較其柱之压力作用为大，故名虽为阶形柱，而实系一阶形梁，阶形梁之主要实际应用卽在此．

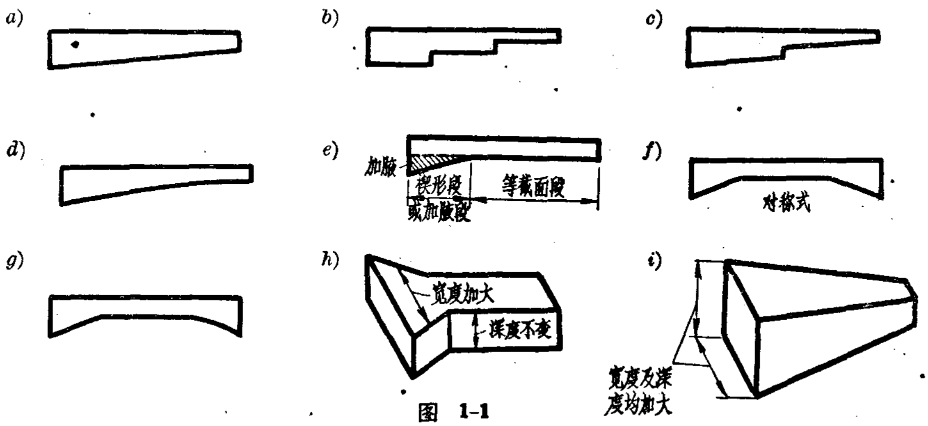

图 1-1

剛构或連續結构的梁及柱有时系变截面者，例如以二个阶形柱与一屋頂桁架(桁架在撓曲作用时卽系一变梁)所組成的厂房排架(如图 1-2-a)，卽系最普通的例子．厂房排架的梁与柱亦可采用楔形(如图 1-2-b)．最通行的剛构桥(如图 1-2-c)及含有加腋梁的楼房剛构(如图 1-2-d)，均系剛构或連續結构之含有变梁的实例．

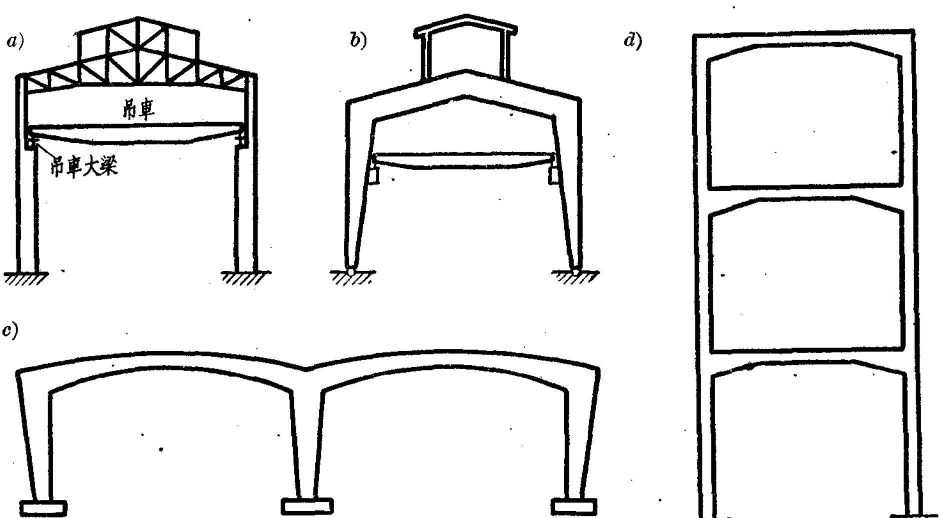

图 1-2

著者前此卽曾指出[1-130頁]①:"无論以任何方法分析一含有变梁的連續結构,为計算簡便計,必須先将各个变截面梁及柱視作一簡支梁或固定梁以求得五个独立的撓曲常数。此五个独立的撓曲常数可以各种不同方式来表述,以适合任何特殊分析或計算方法"②。此五个独立撓曲常数中的三个,只与变梁的形式有关,而与其所承受的荷載情形无关,故称为形常数或梁常数(shape or beam constant)。其余二个則与变梁的形式及其所承受的荷載情形均有关,故称为載常数(load constant)。若干連續結构的分析方法(例如力矩分配法),需要四个形常数,但其中只有三个为独立的,卽其中任何三个已知之后,第四个可由其推算而得。若变梁对于跨中綫成对称式,則其形常数由三个减为二个。若变梁与其所承受的荷載对于跨中綫均成对称式,則其載常数由二个减为一个。

采用任一方法分析某一含有变截面梁柱的連續結构时,在求得适用于該分析法的各变截面梁柱之撓曲常数后,其余步驟与分析等截面連續結构者完全相同。分析連續結构时,其中各等截面梁柱的撓曲常数多系已知而不須計算。但其中各变截面梁柱的撓曲常数必須各依其形式及荷載情形先行計算,二者唯一不同点卽在于此。以下当依次說明变梁撓曲常数的七种不同表述法及其所适用的各种分析方法。

二、变截面梁撓曲常数的各种表述法

据著者所知变梁撓曲常数的表述法,現下計有七种③,玆分别說明如下:

(一)**角变法** 将变梁 ab 視作一簡支梁,以一力矩 $M_a=1$ 加于 a 端,得該梁 a 与 b 两端的角变 α_a 与 β,如图1-3-a。再以一力矩 $M_b=1$ 加于 b 端得該梁 b 与 a 两端的角变为 α_b 与 β,如图1-3-b。(a)图中 b 端的角变与(b)图中 a 端的角变均为 β,系根据著名的麦威(Maxwell)互等变位定律而得。此三个角变值 α_a、α_b 及 β 卽为該变梁的三个独立形常数。再以荷載加于該变梁上,得該梁两端的角变 α_a° 与 α_b°,卽該变梁的二个独立載常数。若变梁系对称式,則 $\alpha_a=\alpha_b=\alpha$,形常数减成二个,若变梁及荷載均系对称式,則 $\alpha_a^\circ=\alpha_b^\circ=\alpha^\circ$,載常数减成一个。

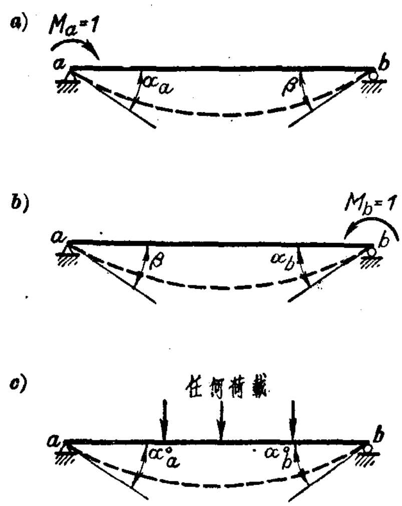

图 1-3

① 方括弧中前面的数字系指本章参考文献的序号,后面的数字系指該参考文献的頁数,以下同。

② 此数語并非直譯,而系将原文略加修訂后轉录,其主要意义与原文无大出入。

③ 此外尙有苏联书中所采用以伸臂梁为基础的一种表述法,見附录IV,未予列入表1-2中。

对于对称式的变梁，无論其形式如何，若全长均有匀布荷載 w 时，其載常数 α° 可由其形常数 β 推算. 二者的关系如下:

用虚功法或撓矩面积法可得:

$$\alpha^\circ=\frac{1}{EL}\int_0^L\frac{Mx}{I}\,dx=\frac{w}{2EL}\int_0^L\frac{x^2(L-x)}{I}\,dx \tag{1-1}$$

$$\beta=\frac{1}{EL^2}\int_0^L\frac{x(L-x)}{I}\,dx \tag{1-2}$$

令

$$x=y+\frac{L}{2}$$

則

$$L-x=\frac{L}{2}-y$$

代入方程(1-1)中，得:

$$\alpha^\circ=\frac{w}{2EL}\int_0^L\frac{x^2(L-x)}{I}\,dx=\frac{w}{2EL}\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}}\frac{1}{I}\left(\frac{L^2}{4}-y^2\right)\left(\frac{L}{2}+y\right)dy \tag{1-3}$$

因对称关系，可得:

$$\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}}\frac{1}{I}\left(\frac{L^2}{4}-y^2\right)y\,dy=0 \tag{1-4}$$

由是得:

$$\alpha^\circ=\frac{w}{2EL}\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}}\frac{L}{2I}\left(\frac{L^2}{4}-y^2\right)dy=\frac{w}{4E}\int_0^L\frac{x(L-x)}{I}\,dx \tag{1-5}$$

以方程(1-2)代入方程(1-5)中，則得:

$$\alpha^\circ=\frac{wL^2}{4}\beta \tag{1-6}$$

注意: 上列方程(1-6)的关系不能适用于他种对称式的荷載情形.

此項以角变表述变梁撓曲常数的方法，大約系德国工程学者所首創①. 著者认为此法系各种方法中最基本而又最巧妙便利者，其理由如下:

(1) 角变表述具有旣簡明而又切实的意义;

(2) 角变直接表示連續結构的主要变形，而此項变形乃多数分析方法的根据;

(3) 角变系根据最簡单的簡支梁情形而得;

(4) 角变的計算最为簡明，即使分析法所需要者为他种撓曲常数，但仍以先求得角变而后換算为最便捷②;

(5) 在某种分析法中采用角变为撓曲常数，可得异常簡单的公式，例如著者前此

① 著者最初見此法于史氏(A. Strassner)所著的书中[2-5 頁]，但是否系其所創，未曾考証.

② 詳見后述的第七种表述法.

[3–27 頁] [4–45 頁] 曾用此項以角变表述的撓曲常数求得用于变梁的三力矩方程如下：

$$\beta_1 M_A + (\alpha_{b1} + \alpha_{a2}) M_B + \beta_2 M_C = -\alpha_{b1}^\circ - \alpha_{a2}^\circ - \delta_{AB} - \delta_{CB} \tag{1-7}$$

上式中的下标 1 及 2 系指梁跨 1 及 2，A、B 及 C 系指相邻的三支点；δ_{AB} 与 δ_{CB} 分别为支点 A 及 C 对于支点 B 的高度差别，若支点 A 或 C 低于支点 B，則 δ_{AB} 或 δ_{CB} 为正号，反之为負号．角变位移法用于含有变梁的連續結构时，亦可采用此項角变为撓曲常数，以后当詳論之．以上只論此項角变的数値，遇有需要时，其正負号可以适当方法定之．

（二）撓矩面积法 上述角变的計算，以德国工程学者慕尔氏（O. Mohr）[5–19 頁] 所創的撓矩面积法（亦常称为弹性荷載法）最为通行和最为簡便．如图 1–4 所示，仍将变梁視作一簡支梁，設 A_{ia} 为 a 端有一力矩 $M_a = 1$ 时 M/I 图的面积（M 为梁跨上任一点的撓矩，I 为同一点梁截面的慣矩）；uL 为其形心与 a 端的距离；A_{ib} 为 b 端有一力矩 $M_b = 1$ 时 M/I 图的面积；vL 为其形心与 b 端的距离；A_{ig} 为該梁承受荷載时 M/I 图的面积；gL 为其形心与 a 端的距离．根据撓矩面积法，以簡支梁的 M/EI 图（其中 E 系材料的弹性模量，通常系一常数）的面积为其荷載，則其任一端的反力即等于該端的角变．如是，可得下列各角变的值：

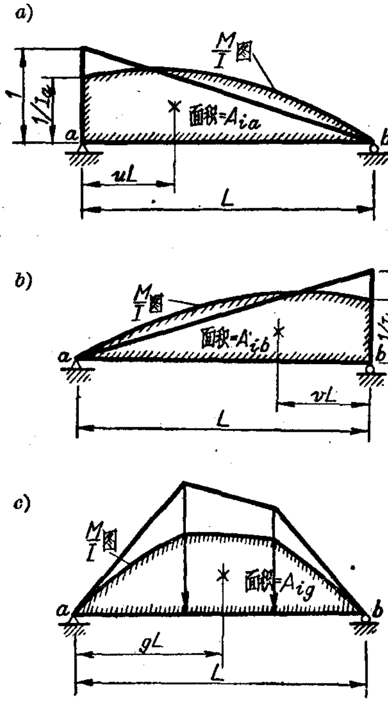

图 1–4

$$\alpha_a = A_{ia} \frac{1-u}{E} \tag{1-8}$$

$$\alpha_b = A_{ib} \frac{1-v}{E} \tag{1-9}$$

$$\beta = A_{ia} \frac{u}{E} = A_{ib} \frac{v}{E} \tag{1-10}$$

$$\alpha_a^\circ = A_{ig} \frac{1-g}{E} \tag{1-11}$$

$$\alpha_b^\circ = A_{ig} \frac{g}{E} \tag{1-12}$$

由是可知，对于撓矩面积法，形常数有四个，但其中只有三个为独立的，因任何三个为已知时，其第四个可由方程(1–10)求得。

对于对称式变梁，则 $A_{ta}=A_{tb}$ 及 $u=v$，形常数变为二个。若变梁及其荷載均系对称式，則 $g=\frac{1}{2}$，載常数变为一个，即 A_{tg}。若变梁系对称式而全长受有匀布荷載 w 时，則无論变梁的形式如何，由方程(1–12)及(1–6)可得載常数与形常数的关系如下：

$$A_{tg}=2E\alpha^{\circ}=\frac{1}{2}\,wEL^2\beta=\frac{1}{2}\,wL^2uA_{ta}=\frac{1}{2}\,wL^2vA_{tb} \qquad (1\text{–}13)$$

如是，則旣知形常数后，載常数可由上列方程計算之。

撓矩面积法的用途卽在可用以計算变梁的各种撓曲常数。如用上列的方程(1–8)～(1–12)計算角变是。至于采用此法所表述的撓曲常数 A_{ta}、A_{tb}、u、v、…等以直接分析連續結构者，据著者所知，恐只有巴、孟二氏(J. I. Parcel and G. A. Maney)[6–142 頁]所举的簡单算例，以及司徒氏(R. W. Stewart)[1–105 頁]的导綫法及連續架的图解法采用其形常数，此外未知有全部采用此項常数者。

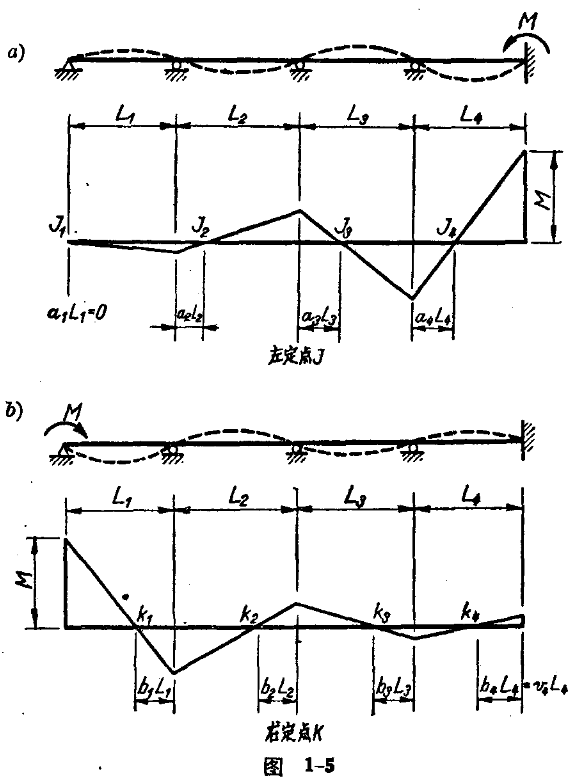

图 1-5

(三)定点法 定点法乃連續結构的图解法，大約系瑞士的立特氏(W. Ritter)于1883年所創。当时苏格兰的費氏(T. C. Fidler)[8–196 頁]亦发明所謂特性点法。1905年丹麦的奥氏(A. Ostenfeld)发明輔助图①(auxiliary diagram)法。1916年德国的史氏(A. Strassner)[2–21 頁]发明梁及載交叉綫(beam and load cross lines)法。1925年美国尼、斯二氏(L. H. Nishkian and D. B. Steinman)[10–1 頁]又发明共軛点法。以上系連續結构的大概发展及其主要貢献。此外各国学者关于此法的著述殊多，此处不拟一一列举。

此法的詳細叙述当然不在本

① 美国尼、斯二氏称为尖旗图(Pennant diagram)[10–7 頁]。

章范圍之內，讀者可参閱各西文著述或中文著述 [11–253～275 頁及 402～427 頁] [12–78～129 頁] [13–186～245 頁]. 为使讀者明了此法的梗概起見，玆扼要說明如下：图 1–5–a 示一連續梁，左端系簡支，右端系固定. 設以一力矩M加于其右端，則全梁的撓矩图如图所示，其各跨中撓矩为零之点 J_1、J_2、… 等，卽系各跨中的左定点，其与各左支点的距离为 a_1L_1、a_2L_2、… 等. 又如图 1–5–b 所示，以一力矩M加于其左端，全梁的撓矩图如图所示，其各跨中撓矩为零之点 K_1、K_2、… 等，卽系各跨中的右定点，其与各右支点的距离为 b_1L_1、b_2L_2、… 等. 由图 1–5 可知，若連續梁的某一端系簡支，該端邻近定点与該端的距离为零（卽該定点的位置在該端）. 若連續梁的某一端为固定，該端邻近定点与該端的距离为 uL 或 vL（左定点为 uL，右定点为 vL，参閱图1–4–a 与 1–4–b）. 若梁的某一端系受彈性約束(elastically restrained)而非固定，則該端邻近定点 J 或 K 与該端的距离必在 0 与 uL 或 vL 之間. 因此，如图 1–6–a 所示，对于两端均系固定的梁，其左右二定点与其两端的距离各为 uL 与 vL. 此項两端固定梁的二定点常分別称为 F 与 G 点，以区別于上述的 J 与 K 点。

連續梁最左跨的左定点 J_1 的位置旣由其左端支承情形确定后，其余各跨中的左定点 J_2、J_3、… 等可用 (1) 三力矩公式 [13–188 頁]、(2) 特殊公式 [12–90 頁] 或 (3) 图解法（如上述的奥氏輔助图或史氏梁交叉綫）[12–91 頁]，自左向右依次定之，迄至最右跨为止. 其各跨的右定点 K_1、K_2、… 等的定法相同，但系自右向左. 此項定点显然只与变梁的形式有关而与其所受荷載无关. 故其位置的算定只需用其形常数，其形常数的表述法仍以前述的撓矩面积法为最适宜，卽形常数仍为 A_{ta}、A_{tb}、u 及 v. 賴白尔氏 (W. Ruppel) [10–152 頁] 为便于制訂加腋梁的形常数表起見，不采用 A_{ta} 及 A_{tb} 二常数而采用 p 及 q 二常数，二者的关系如下：

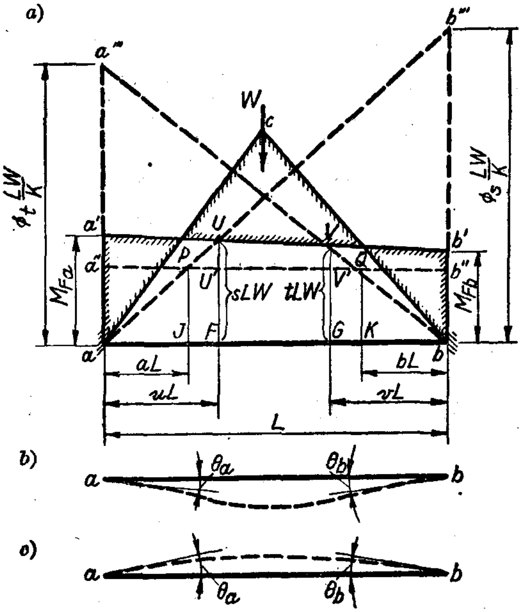

图 1–6

$$p = A_{ta}\frac{I_0}{L} \tag{1–14}$$

$$q = A_{tb}\frac{I_0}{L} \tag{1–15}$$

其中 L 为变梁的跨长；I_0 为变梁任一截面的惯矩經选定为計算之标准者．設变梁的跨长为 1，以一力矩 $M_a=1$ 加于其 a 端，则其 MI_0/I 图的面积即为 p．同此，設变梁的跨长为 1，以一力矩 $M_b=1$ 加于其 b 端，則其 MI_0/I 图的面积即为 q．此四个形常数 p、q、u 及 v 亦可以图表示之，如图 1-7-a 及 b．

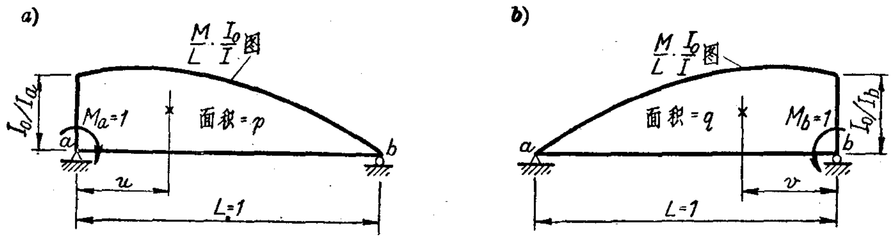

图 1-7

在定点法中，載常数系以 s 与 t 来表示．如图 1-6 所示的两端固定梁 ab，受一集中荷載 W，三角形 abc 为其簡支时的正号撓矩图，梯形 $aa'b'b$ 为两端固定时負号撓矩图，二者迭加卽得該固定梁的撓矩图．$a'b'$ 称为撓矩图閉合綫 (moment closing line)，此綫与經过 F 及 G 二定点的竪綫分別相交于 U 及 V 二点，卽上述費氏所发現的特性点．U 及 V 二特性点的高度 UF 及 VG 当然与梁的跨长 L 及其所受荷載总量 W 有关，因此可写成下列关系：

$$UF=sLW \tag{1-16}$$

$$VG=tLW \tag{1-17}$$

若連續梁某跨中受有若干不同的荷載 W_1、W_2、… 等，其中 s 与 t 之值应先分別計算而后相加，卽

$$UF=L\sum s\cdot W \tag{1-16a}$$

$$VG=L\sum t\cdot W \tag{1-17a}$$

s 及 t 与撓矩面积法中載常数 A_{tg} 与 g 的关系可按下列步驟求得：

由图 1-6-a 中撓矩图閉合綫 $a'b'$ 的直綫关系，可得：

$$sLW=(1-u)M_{Fa}+uM_{Fb} \tag{1-18}$$

$$tLW=(1-v)M_{Fb}+vM_{Fa} \tag{1-19}$$

其中定端力矩 M_{Fa} 及 M_{Fb} 只用其数值，不計其正負号．

采用撓矩面积法，并使固定梁两端的角变为零，可得：

$$(1-u)A_{ta}M_{Fa}+vA_{tb}M_{Fb}-(1-g)A_{tg}=0 \tag{1-20}$$

$$(1-v)A_{tb}M_{Fb}+uA_{ta}M_{Fa}-gA_{tg}=0 \tag{1-21}$$

解联立方程 (1-20) 与 (1-21)，可得 M_{Fa} 及 M_{Fb} 之值如下：