

物理学

北京林业大学 东北林业大学 等八院校合编
西北林学院

中国林业出版社

物 理 学

北京林业大学 东北林业大学 等八院校合编
西北林学院

中国林业出版社

物 理 学

北京林业大学 东北林业大学 等八院校合编
西北林学院

中国林业出版社出版发行（北京西城区刘海胡同七号）

北京林业大学印刷厂印刷

787×1092毫米 16 开本 22.75 印张 580 千字

1990年1月第1版 1990年1月第1次印刷

印数 1—5,200 册

定价：6.70元

ISBN 7-5038-0673-7/O·0018

前 言

本书是根据林业科学技术的发展对物理数学提出的新要求，并依据1986年林业部组织讨论的全国高等林业院校林学类专业物理学教学大纲的精神编写的。本书可作为林业、森保、水保、园林等专业及农、牧、水产等专业的教材，也可作为林专、林校、农校及农林科技工作者参考用书。讲课总学时为80学时左右。

本书特点是：1. 起点较高，尽量避免和中学物理的不必要重复；适当增加近代物理学内容。2. 在保持物理学系统性的同时，取材上力求适应林学类各专业的需要，并反映近代物理知识和技术在林业中的应用。3. 适当体现物理学的科学思想和方法论的内容。

限于水平，缺点、错误及疏漏之处，恳请读者批评指正。

编 者

1989年5月

绪 论

物理学是一门重要的基础学科。它的研究对象是物质运动最基本、最普遍的运动形式，包括机械运动、分子热运动、电磁运动、原子和原子核内的运动等等。这些运动形式普遍地存在于其他高级的、复杂的运动形式（如化学的、生物的运动形式）之中。所以物理学的规律具有极大的普遍性，被认为是除数学之外的一切自然科学的基础，也是当代科学技术的重要支柱。

物理学与生产实践有着密切的关系。物理学的理论来自于实践，是人类对于自然界规律认识的总结，是长期科学实验的结果。反过来，它又对生产实践，科学技术的发展起指导和推动作用。

回顾物理学的发展，它已经历了三次重大的突破。17—18世纪，牛顿力学和热力学的建立，推动了机器制造、建筑工程、天体力学的发展，引起了第一次工业革命，尤其是蒸汽机的使用，极大地改变了工业生产的面貌。19世纪法拉第——麦克斯韦电磁理论的建立，预言了电磁波的传播过程，并说明了光的电磁本性，对于成功地制造电机、电器、电讯设备等起了极大的推动作用，引起了工业电器化，使人类进入了应用电能的时代，这就是第二次工业革命。它还电视、雷达技术的诞生打下了基础，为微波技术、遥感技术、射电天文学等领域内的发展打下了基础。20世纪以来，由于相对论和量子力学的建立，人们对原子和原子核内部的认识日益深化，实现了原子能和人工放射性同位素的应用，而量子力学的成功，又促成了半导体、激光、核磁共振等新技术的产生，现代科学技术又经历了一次伟大的革命，人类进入了原子能、微电子及计算机、人工智能、空间技术等新产业时代。物理学技术已成为当今基础学科中发展最快、影响最深的一门学科。人们预期，如果在当今重大的课题——基本粒子领域的研究中，实现了物理学的第四次大突破，它将对人类生产、生活以及未来的科学技术产生更巨大的影响。自然科学各领域都将从现代物理学这块肥沃的科学土壤中吸取丰富的营养，结出硕果。

物理学的成就对包括林业学科在内的生物科学的影响也不例外。生物学研究的是生命过程的运动形式，是自然界中最高级、最复杂的运动形式，它必然地包含了物理学中最基本、最普遍的运动形式。因此物理学的理论和技术成就也就成为生物科学的重要基础理论和研究手段之一。

物理学与生物科学的关系源远流长。早在17世纪，笛卡尔就曾经把人看成一种机器，试图用力学理论加以解释。18世纪，电现象的发现，又有人用“生物电”来解释生命的主要调节功能。伽伐尼的青蛙实验，使人们懂得了生物体和非生物体中的物理过程是一致的。

但是长期以来，生物学的发展是缓慢的。直至16世纪末发明了原始复式显微镜及17世纪英国科学家虎克对其做了改进后，人类才第一次突破了肉眼的限制，用光学显微镜看到了细胞的结构。随着物理学的不断发展，光学显微镜也得到了不断的改进，人们对细胞的研究也日趋深入和完善，逐渐形成了近代的细胞学、组织学、生理学等，从而使生物学的研究从形态学的描述中升华，产生了一次飞跃。对于细胞学的深入研究，随着20世纪电子显微镜的问

世和不断的改进，并与现代的生化、生物物理的研究手段相结合，目前就使用电镜所作的观察，已达到超微结构的水平。

19世纪，生理学家已开始运用物理学的理论、概念、方法和手段（包括力学、热学、电学、光学等）研究生物科学。生物学和物理学相互渗透的结果，产生了一门崭新的学科——生物物理学。它运用物理学的理论，从宏观到微观，从理论到实验，对生物体本身的物理学特性和规律及外界物理因素对生物体的作用，进行了广泛的探讨。

自然科学的发展还常常由于研究手段和方法的突破而带动整个领域的突飞猛进。20世纪是生物学丰收的世纪。新的物理观点和一系列物理新技术，如电镜技术、x射线衍射技术、电子计算机技术、波谱技术、核磁共振技术、激光技术等，被介绍到生物学领域中来，对细胞的超微结构、生物大分子的空间构象和功能、细胞生长过程、光合作用的机理和过程，以及遗传工程、生物技术等的研究提供了有力的手段。尤其是许多受过严格训练的物理学家步入生物学领域，对近代生物学的发展起了重大的推动作用，其中包括著名的物理学家、量子论的先驱玻尔，量子力学的奠基人薛定谔等。薛定谔指出：生物学不论在实验方面还是在理论方面的深入研究，都有待于物理学的发展。并在他有名的《生命是什么？》的文章中还指出：

“生命物质在不违背迄今为止已确定的物理学定律的同时，很可能还包含着迄今还不明白的物理学其他定律”。薛定谔的生物学观点，引起了许多生物学家，尤其是物理学家的兴趣和关注，对开拓生物学的研究前沿起了相当大的推动作用，生物学和物理学两学科之间的关系达到了一个新的阶段。生物学家沃森和物理学家克里克成功的合作发现了脱氧核糖核酸（DNA）分子的空间双螺旋结构，被认为是20世纪生物学最伟大的成就之一，从而获得了诺贝尔奖。他们的合作也被誉为当今不同学科间合作的典范。

在包括生物学、物理学、化学等科学家们的密切合作和共同努力下，目前生物学研究已从宏观的、现象的、定性的描述，进入了微观的、本质的、定量的初步探讨，跃入了真正学科的行列。生物学的研究已深入到了分子、量子的层次，产生了一系列新的边缘学科，如分子生物学、分子遗传学、量子生物学以及生物热力学等。这些学科把生物学、物理学、化学等结合起来了，并向更加深入和更高层次方向发展。科学家们预言，21世纪将是生命科学和生物技术的世纪，生物科学将获得更加迅猛的发展。

物理学与林业科学及林业生产的关系也十分密切。林木及其他绿色植物生长的外界环境中包含有诸多的物理因素，例如光照、水分、温度、湿度、重力等，它们对植物的生长、发育影响很大。对各物理因素作用的研究，参数的测定，都需要用物理的原理、方法和手段，以便正确运用、控制和改造这些因素，促进植物栽培、林木生长、遗传育种等工作的改善和提高，从而提高森林生产力，达到增加产量，改进质量的目的。

物理学基础理论也是林业科学研究，林学各学科重要的基础理论之一。例如在气象学、土壤学、植物生理学、遗传育种学、林业遥感、森林生态学等众多的学科中，分别涉及到物理学中的力学、流体力学、分子物理学、热力学、光度学、波谱学、色度学等基础理论。如绿色植物最重要的生理过程——光合作用，它是人类赖以生存的氧气、食物和能源的主要来源，也是自然界中氧气和二氧化碳浓度维持平衡的主要途径。因此研究光合作用的全过程及其作用机理，提高光合作用产率，一直是植物学家，以及目前已有不少物理学家加以研究的重大课题之一。而且研究光合作用除了有重大的实际意义外，还有重要的理论意义，因为它能对生命起源、生物进化等重大问题提供重要的理论依据。要阐明光合作用的理论，它涉及到光能的吸收、转换和利用，涉及生物力能学、生物热力学等物理理论和知识。又如用于阐

述植物体内水分及其他各种体液的代谢机理、代谢作用的种种理论,如压力流理论、导管输运理论、电渗透理论、胞质流动学说等,均涉及物理学中的经典力学、流体力学、输运过程理论、热力学等。目前两学科间的渗透结合的结果,已产生了一些两学科间广义的边缘学科,如土壤物理学、木材物理学、风沙物理学、林业遥感、森林生态物理等。

物理学研究方法、研究手段,尤其是近代物理学新技术,在林业科学、林木生产、森林资源调查和利用、病虫害防治、生态环境的改善以及森林防火等林业科技中都得到了广泛的应用。在光合作用的研究中,需要高时间分辨率的激光快速光谱测定技术,用以跟踪研究植物吸收光能后在毫微秒、微微秒量级的变化过程中的吸收光谱、荧光光谱、散射光谱等,而且还需要辅以电子自旋共振、核磁共振、圆二色和旋光色散、x射线衍射、电镜技术、计算机技术等其他物理手段。尤其是核磁共振、圆二色等,对于活体组织及溶液中生物大分子组成的研究,较之用x射线衍射更为优越。波谱技术、红外技术、多波段遥感技术、激光技术等,在林业资源调查、环境污染监测、森林病虫害防治、森林防火中得到应用。放射性同位素及各种辐射的应用推动了50年代代谢作用的研究及促进遗传育种工作的发展,对提高林业生产起了一定的作用。

综上所述,已见物理学对发展林业科学和林业生产的重要性,而且将越来越重要。未来的林业科学和林业生产工作者,更需具备深厚扎实的物理学基础理论,掌握必要的先进技术,学会运用物理学研究方法分析问题、解决问题,以满足林业科技工作的需要,为实现林业科学和生产的现代化作出贡献。

目 录

前 言	(V)
绪 论	(VII)
第一章 质点力学基础	(1)
第一节 变速运动	(1)
第二节 牛顿定律的微分形式	(6)
第三节 力学相对性原理	(8)
第四节 相对论时空观	(10)
第五节 相对论动力学基础	(14)
习 题	(16)
第二章 刚体转动	(18)
第一节 角速度和角加速度	(18)
第二节 转动定律	(20)
第三节 力矩的功	(25)
第四节 角动量守恒定律	(27)
习 题	(31)
第三章 流体力学基础	(32)
第一节 理想流体的稳恒流动	(32)
第二节 连续性原理	(33)
第三节 伯努利方程及其应用	(34)
第四节 粘滞流体的运动规律	(39)
第五节 多孔介质中液体的流动	(42)
习 题	(44)
第四章 机械振动和机械波	(46)
第一节 简谐振动	(46)
第二节 简谐振动的合成	(52)
第三节 简谐波	(55)
第四节 波的能流	(61)
第五节 波的衍射和干涉	(62)
第六节 超声波	(67)
习 题	(68)
第五章 气体分子运动的统计规律	(70)
第一节 统计规律的基本概念	(70)
第二节 理想气体的压强和温度	(73)
第三节 能量均分原理 理想气体的内能	(77)

第四节	气体分子速率的统计分布规律	(80)
第五节	分子的平均碰撞次数和平均自由程	(85)
第六节	输运过程	(87)
第七节	真实气体	(91)
习 题		(94)
第六章	热力学	(96)
第一节	热力学第一定律	(96)
第二节	热力学第一定律对于理想气体的应用	(99)
第三节	循环过程 卡诺循环	(105)
第四节	热力学第二定律	(110)
第五节	熵 熵增加原理	(114)
第六节	热力学第二定律的统计意义	(120)
第七节	热力学函数	(122)
第八节	热力学应用	(127)
第九节	生物系统热力学简介	(133)
习 题		(135)
第七章	液体中的分子现象	(140)
第一节	液体的表面张力	(140)
第二节	弯曲液面的附加压强	(144)
第三节	毛细现象	(146)
第四节	渗透现象	(150)
第五节	饱和蒸汽压	(152)
习 题		(155)
第八章	电磁学基本规律	(157)
第一节	电场强度 电力线	(157)
第二节	高斯定理及其应用	(162)
第三节	电介质的极化、电位移矢量	(165)
第四节	电场力的功 电势	(168)
第五节	电场的能量	(176)
第六节	能斯脱方程 生物电势	(177)
第七节	磁感应强度 毕奥—萨伐尔定律	(179)
第八节	磁场强度 安培环路定律	(182)
第九节	磁场对电流的作用	(186)
第十节	介质的磁化	(189)
第十一节	电磁感应的基本定律	(190)
第十二节	磁场的能量	(194)
第十三节	生物磁性与生物磁学	(196)
习 题		(198)
第九章	电测法	(203)
第一节	热电式传感器	(203)

第二节	电阻式传感器	(206)
第三节	电容式传感器	(208)
第四节	霍尔元件	(210)
第五节	光电转换装置	(212)
第六节	微机在物理测量中的应用	(215)
第十章	光度学	(218)
第一节	辐通量 光通量	(218)
第二节	光度学的基本物理量	(221)
第三节	光能的测量	(227)
习 题		(230)
第十一章	物理光学	(232)
第一节	光的干涉 杨氏双缝实验	(232)
第二节	薄膜干涉	(236)
第三节	惠更斯—菲涅耳原理 单缝衍射	(239)
第四节	圆孔衍射 助视仪器的分辨本领	(243)
第五节	衍射光栅	(245)
第六节	光的吸收、色散和散射	(249)
第七节	光的偏振	(254)
第八节	双折射	(257)
第九节	旋光和圆二色	(262)
习 题		(265)
第十二章	光学仪器	(269)
第一节	光学显微镜	(269)
第二节	棱镜和光栅光谱仪	(274)
第三节	分光光度计	(276)
第四节	傅里叶变换红外光谱仪	(278)
第十三章	量子物理基础	(281)
第一节	热辐射 普朗克量子假设	(281)
第二节	康普顿效应	(286)
第三节	物质波 波粒二象性	(290)
第四节	量子力学大意	(294)
习 题		(299)
第十四章	原子光谱和分子光谱	(301)
第一节	光谱概述	(301)
第二节	原子光谱	(302)
第三节	分子光谱	(307)
第四节	吸收光谱及其应用	(311)
第五节	荧光 磷光	(313)
第六节	激光	(314)
习 题		(318)

第十五章	放射性同位素及其在林业上的应用.....	(319)
第一节	原子核特征和同位素.....	(319)
第二节	放射性及其衰变规律.....	(321)
第三节	放射线与物质的相互作用.....	(325)
第四节	放射性同位素在林业上的应用.....	(328)
习 题		(334)

第一章 质点力学基础

以牛顿定律为基础的力学称为牛顿力学或经典力学。到了19世纪末,在经典力学基础上发展起来的热力学和(经典)统计物理学以及麦克斯韦的(经典)电磁理论,均取得了惊人的成就。与此同时,也形成了孤立地、静止地看待时间和空间的所谓“绝对时间”和“绝对空间”的观念。

本世纪初,爱因斯坦创立了相对论,提出了更加符合客观实际的关于空间和时间的概念,得出了一系列全新的结论。爱因斯坦把经典力学改造成了相对论力学,并指出,经典力学是相对论力学在远小于光速运动情况下的近似,从而明确了经典力学只有在解决物体低速运动问题时才是正确的(经典力学只适用于宏观物体而不适用于微观粒子的局限性由量子力学回答)。

相对论是关于物质运动与时间、空间关系的理论,它包括两部分:狭义相对论和广义相对论。狭义相对论把对高速运动的观察限制在惯性参照系中,广义相对论则扩展到加速参照系和引力的问题。

本章讲述质点力学的基础知识,相对论部分仅涉及狭义相对论。

第一节 变速运动

宇宙间的一切物质,大到太阳系、银河系,小到分子、原子、基本粒子,还有电磁场等,无不处于永不停息的运动中。机械运动是最简单、最低级的运动形式,研究机械运动及其应用的学科称为力学。力学的基础是质点的概念及其运动规律。按运动的轨迹分,质点的机械运动可分为直线运动和曲线运动。下面,我们从一般的空间曲线运动出发,引入位置、位移、速度、加速度等概念。

位置矢量 为了把运动质点在各个时刻的空间位置定量地表示出来,需要建立坐标系。在大多数情况下,我们使用直角坐标系。在直角坐标系中,用 i 、 j 、 k 分别表示 x 、 y 、 z 轴正方向的单位矢量,叫做基本单位矢量,它们的模(即大小)都是1。

设质点 m 在 t 时刻运动到空间某点 $P(x, y, z)$, 我们用矢量 $r = x i + y j + z k$ 表示这时刻质点的位置。 r 叫做位置矢量,简称矢径。矢径的矢端是坐标系的原点 O , 终端是质点所在的位置 P , 如图 1—1 所示。由于质点处于运动中,所以 r (因而 x 、 y 、 z) 将随时间 t 而变化,即

$$r=r(t)=x(t)i+y(t)j+z(t)k \quad (1-1)$$

或

$$x=x(t), y=y(t), z=z(t) \quad (1-2)$$

式(1—1)和式(1—2)分别是矢径的矢量式和坐标式,两者是等价的,它们也被称为质点的运动方程。矢径方向角 α 、 β 、 γ (仍见图 1—1) 的余弦分别是

$$\cos\alpha = \frac{x}{r}, \cos\beta = \frac{y}{r}, \cos\gamma = \frac{z}{r}$$

式中

$$r = |\mathbf{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

是矢径的模。矢径方向角的余弦之间的关系是

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

由运动方程可以得到质点的运动轨迹。例如，斜上抛物体的运动方程为

$$x = v_0 \cos\theta \cdot t$$

$$y = v_0 \sin\theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$$

消掉时间参量 t ，可得斜上抛运动的轨迹方程

$$y = x \tan\theta - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2\theta}$$

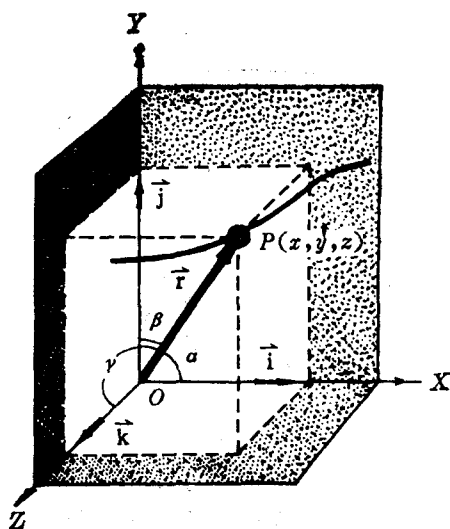


图 1-1 位置矢量和方向角

位移矢量 矢径只能帮助我们确定运动质点的位置，要想知道在运动过程中位置的变化情况，需要引入位移矢量的概念。设在 t_1 时刻质点的矢径为 $\mathbf{r}_1$ ，在 t_2 时刻为 $\mathbf{r}_2$ ，则定义位置矢量之差 $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ 为 $\Delta t = t_2 - t_1$ 时间间隔内运动质点的位移矢量，简称位移，如图 1-2 所示。

若用坐标表示，则

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = \Delta x \cdot \mathbf{i} + \Delta y \cdot \mathbf{j} + \Delta z \cdot \mathbf{k} \quad (1-3)$$

式中

$$\Delta x = x_2 - x_1, \Delta y = y_2 - y_1, \Delta z = z_2 - z_1.$$

位移的大小是

$$|\Delta\mathbf{r}| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2}$$

与其它矢量一样，位移也是按平行四边形法则合成的。设 t_1 到 t_2 时刻质点的位移是 $\Delta\mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ ， t_2 到 t_3 时刻质点的位移是 $\Delta\mathbf{r}_{23} = \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2$ ，则 t_1 到 t_3 时刻质点的位移为 $\Delta\mathbf{r}_{13} = \Delta\mathbf{r}_{12} + \Delta\mathbf{r}_{23} = \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1$ ，如图 1-3 所示。

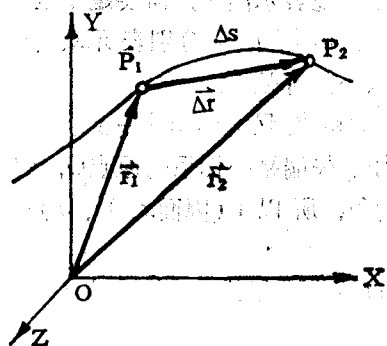


图 1-2 位移矢量

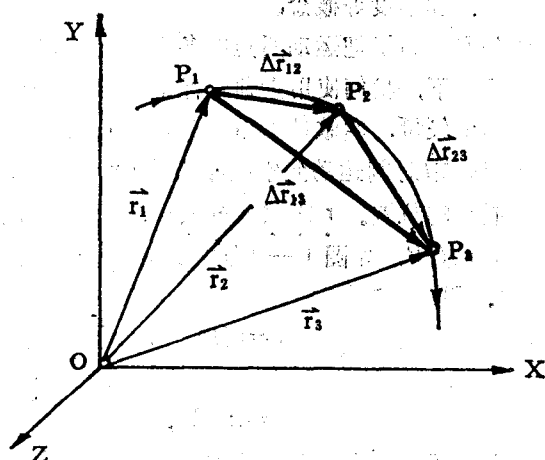


图 1-3 位移的合成

注意, 位移与路程不同。位移一般并不表示质点运动的实际轨迹和路程的大小, 它表示的是质点空间位置的变化, 即表示质点的机械运动。

速度矢量 为了描述运动的快慢和运动的方向, 引入速度矢量的概念。速度矢量分为平均速度和瞬时速度。质点的位移 $\Delta \mathbf{r}$ 与相应时间间隔 Δt 的比值, 叫做运动质点在这段时间内的平均速度, 即

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{(\mathbf{r} + \Delta \mathbf{r}) - \mathbf{r}}{(t + \Delta t) - t}$$

一般情况下, 质点在 Δt 时间内的运动快慢和运动方向都是不断变化的, 因此, 平均速度只反映总的运动快慢和运动方向, 并且与时间间隔 Δt 的大小有关。时间间隔越小, 质点在这段时间内运动的变化就越不显著, 可以想到, 如果所选取的时间间隔小到几乎为零, 则质点的运动快慢和运动方向就都几乎不变。因此, 要知道质点在某一时刻 (或某一空间位置) 的瞬时速度, 可以使上式中的 Δt 趋近于零, 即

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad (1-4)$$

瞬时速度简称速度, 其方向为 $\Delta t \rightarrow 0$ 时 $\Delta \mathbf{r}$ 的方向, 即曲线路径该点的切线方向, 如图 1-4 所示。

式 (1-4) 表示, 速度等于矢径对时间的一阶导数。另一方面, 速度也可以用坐标式表示。令 v_x 、 v_y 、 v_z 表示质点的速度 $\mathbf{v}$ 在各坐标轴上的投影, 由

$$\mathbf{v} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k}$$

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{d}{dt} (x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}) = \frac{dx}{dt} \mathbf{i} + \frac{dy}{dt} \mathbf{j} + \frac{dz}{dt} \mathbf{k}$$

得

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt} \quad (1-5)$$

式 (1-5) 就是速度的坐标式。速度的大小 (即速率) 为

$$v = |\mathbf{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

仍以斜上抛运动为例, 由其运动方程可知, 它在 x 、 y 方向上的速度分别为

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} (v_0 \cos \theta \cdot t) = v_0 \cos \theta$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt} \left(v_0 \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \right) = v_0 \sin \theta - g t$$

上两式表示, 斜上抛运动可以看成是水平方向上的匀速直线运动与垂直方向上的竖直上抛运动的合运动。

加速度矢量 绝大多数实际的运动是速度的大小和方向都不断变化着。为了表示速度的

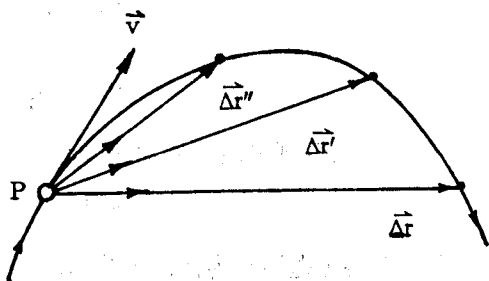


图 1-4 瞬时速度的方向

变化情况,引入加速度的概念。与引入速度矢量的过程完全类似,我们把质点的速度变化 Δv 与相应时间间隔 Δt 的比值,叫做运动质点在这段时间内的平均加速度,即

$$a_{\text{均}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

在平均加速度概念的基础上定义瞬时加速度,简称加速度,其表示式为

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dr}{dt} \right) = \frac{d^2 r}{dt^2} \quad (1-6)$$

这就是说,质点在某一时刻或某一位置的瞬时加速度等于瞬时速度对时间的一阶导数或等于矢径对时间的二阶导数,用加速度的坐标式表示,则

$$\left. \begin{aligned} a_x &= \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2} \\ a_y &= \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2 y}{dt^2} \\ a_z &= \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2 z}{dt^2} \end{aligned} \right\} \quad (1-7)$$

式中 a_x 、 a_y 、 a_z 分别是质点的加速度 a 在各坐标轴上的投影。加速度的大小为

$$a = |a| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

还是以斜上抛运动为例,由其速度表示式知,这一运动的加速度为

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt} (v_0 \cos \theta) = 0$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d}{dt} (v_0 \sin \theta - gt) = -g$$

由斜上抛运动的例子可以看出,从质点的运动方程出发,通过对时间求一阶导数、二阶导数,就得到运动质点在任一时刻的速度、加速度。反之,我们也可以从加速度和一定的初始条件出发,通过积分,得到质点的速度和运动方程,举例如下:

例 1-1 已知匀变速直线运动中的加速度为 a ,初位置为 x_0 ,初速度为 v_0 ,求质点的运动方程。

解: 设这一直线运动沿 x 轴正方向进行,在任一时刻 t ,质点的位置坐标为 x ,速度为 v 。由加速度的定义

$$a = \frac{dv}{dt} \quad (\text{略去了下标 } x)$$

得

$$\int_{v_0}^v dv = \int_0^t a dt$$

积分结果为 $v = v_0 + at$,这是匀变速直线运动的速度公式。

再根据速度的定义 $v = \frac{dx}{dt}$,把速度公式改写成

$$dx = (v_0 + at) dt$$

对两边积分

$$\int_{x_0}^x dx = \int_0^t (v_0 + at) dt$$

得

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

这就是匀变速直线运动的运动方程。

法向加速度和切向加速度 为了分别研究曲线运动中速度的大小和方向的变化情况，我们可以把任一瞬时曲线运动的加速度矢量看成是由两个加速度合成的。即

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_n + \mathbf{a}_t$$

式中 $\mathbf{a}_n$ 与速度方向垂直，它只改变速度的方向，称为法向加速度； $\mathbf{a}_t$ 与速度方向相同或相反，它只改变速度的大小，称为切向加速度，如图 1—5 所示。

我们知道，在匀速圆周运动中，向心加速度的大小是 $a = v^2/R$ ，它只改变速度的方向，不改变速度的大小，是法向加速度。把这一结果推广到一般的曲线运动中，则质点在任一点法向加速度的大小为

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} \quad (1-8)$$

式中 ρ 是曲线在该点处的曲率半径（即包括该点在内的无限小一段曲线所在圆的半径，此圆的圆心叫做曲率中心，如图 1—6 所示。

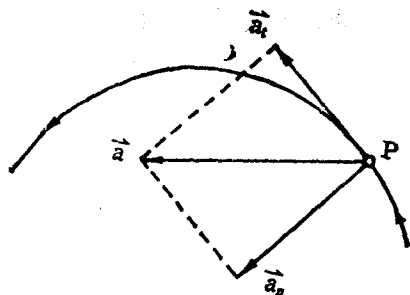


图 1—5 法向加速度和切向加速度

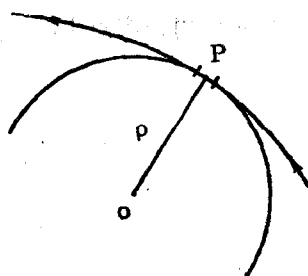


图 1—6 曲率中心和曲率半径

在直线运动中，可以不用矢量而用正负数表示速度和加速度的大小和方向（习惯上规定初速度方向为正）。由于直线运动可以看成是法向加速度始终为零的曲线运动，所以直线运动中的加速度 $a = \frac{dv}{dt}$ ，是切向加速度。我们把这一结果也推广到一般的曲线运动中，则质点在任一点的切向加速度为

$$a_t = \frac{dv}{dt} \quad (1-9)$$

要注意，式中是对速率而不是对速度求导。在规定初速度方向为正的前提下， a_t 为正值，表示速率变大； a_t 为负值，表示速率减小。

由于在曲线运动中，除具有法向加速度外，还可能切向加速度，所以总的加速度的方向不一定指向曲率中心，但可以肯定，总的加速度的方向始终指向曲线路径的凹的一侧，总

加速度的大小及其与速度方向之间的夹角 θ ，分别由下列两式确定

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{\left(\frac{v^2}{\rho}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dt}\right)^2}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{a_n}{a_t}$$

第二节 牛顿定律的微分形式

牛顿三定律是质点动力学的基本规律，其中第二定律 $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ ，又称为质点动力学基本方程。为了处理质点运动过程中的问题和使其适用范围更广，需要将它表示成微分方程的形式。

质点运动微分方程 质点运动微分方程可以写成矢量式或坐标式。把式(1—6)代入 $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ ，得

$$\mathbf{F} = m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} \quad (1-10)$$

这是矢量形式的质点运动微分方程。通过式(1—10)可求作用于质点上的力 $\mathbf{F}$ ，也可求质点矢量形式的运动方程 $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ 。

把 $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ 投影于各坐标轴，得

$$F_x = ma_x, \quad F_y = ma_y, \quad F_z = ma_z$$

式中 F_x 、 F_y 、 F_z 是作用在质点上的合外力 $\mathbf{F}$ 在各坐标轴上的投影。把式(1—7)代入上式，得

$$\left. \begin{aligned} F_x &= m \frac{d^2 x}{dt^2} \\ F_y &= m \frac{d^2 y}{dt^2} \\ F_z &= m \frac{d^2 z}{dt^2} \end{aligned} \right\} \quad (1-11)$$

这是坐标形式的质点运动微分方程。通过式(1—11)可求合外力在各坐标轴上的投影，也可求质点坐标形式的运动方程 $x = x(t)$ ， $y = y(t)$ ， $z = z(t)$ 。

例 1—2 质量为 m 的质点在有阻尼的介质中竖直下落，其运动方程为 $y = \frac{g}{k}t - \frac{g}{k^2}(1 - e^{-kt})$ 式中 k 为常数，并规定向下为正方向。求介质对质点的阻力，且表示为速度的函数。

解：首先画出质点的受力图。质点所受的力有重力 mg 和介质阻力 f' ，如图 1—7 所示。接着建立质点运动的微分方程。根据式(1—11)有

$$mg - f' = m \frac{d^2 y}{dt^2}$$



图 1 7