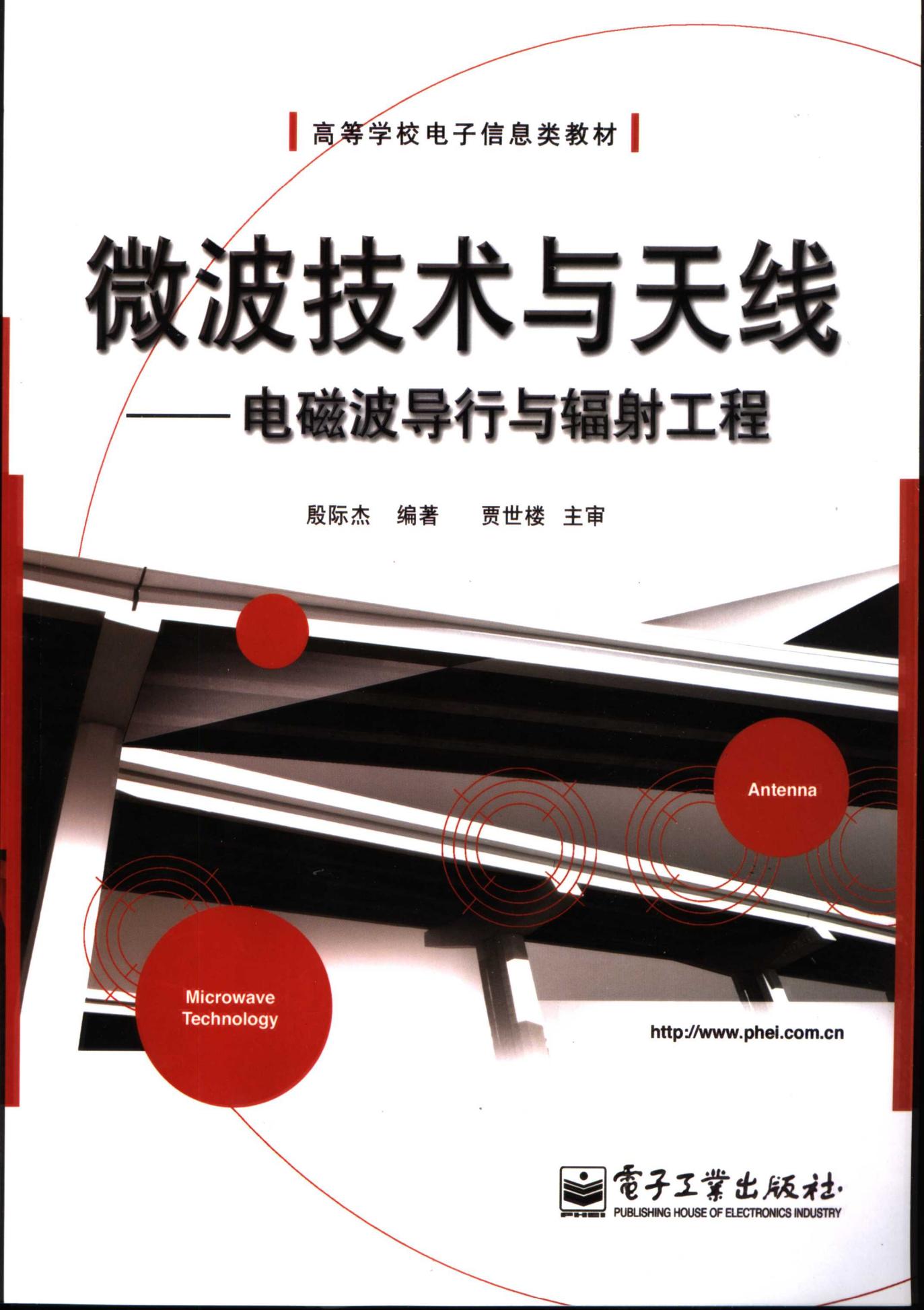


| 高等学校电子信息类教材 |

微波技术与天线

—— 电磁波导行与辐射工程

殷际杰 编著 贾世楼 主审



Microwave
Technology

Antenna

<http://www.phei.com.cn>



电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

高等学校电子信息类教材

微波技术与天线

——电磁波导行与辐射工程

殷际杰 编著

贾世楼 主审

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京 · BEIJING

内 容 简 介

本书内容包括：电磁场与电磁波和微波技术及天线的基本概念、基本理论、分析方法和基本技术。全书分为绪篇（电磁场理论概要）、上篇（微波传输线与微波元件）、下篇（天线基本原理与技术）共6章，分别讲述电磁场的基本概念与规律，导行电磁波和辐射电磁波的原理、规律与技术。

本书结构紧凑，内容简练，既可作为电子信息工程、通信工程等专业本科生的教学用书，内容经适当取舍后，也适合相关专业的学生及大专生作为教材使用。本书还可供从事电子信息技术行业的工程技术人员作为参考读物阅读。

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有，侵权必究。

图书在版编目（CIP）数据

微波技术与天线/殷际杰编著. —北京：电子工业出版社，2004.6

高等学校电子信息类教材

ISBN 7-120-00102-7

I. 微… II. 殷… III. ①微波技术—高等学校—教材 ②微波天线—高等学校—教材 IV. ①TN015
②TN822

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2004）第 052135 号

责任编辑：许 楷

印 刷：北京京科印刷有限公司

出版发行：电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

经 销：各地新华书店

开 本：787×1092 1/16 印张：23.25 字数：668.6 千字

印 次：2005 年 1 月第 2 次印刷

印 数：2000 册 定价：28.00 元



凡购买电子工业出版社的图书，如有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系。
联系电话：(010)68279077。质量投诉请发邮件至 zts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

序

本书基于电磁波作为信息载体的基本定位，在概述电磁波基本理论的基础上，重点讨论电磁场的导行传输与辐射传输及其相关问题。这些基本原理和技术是电子信息科学的重要组成部分，是电子信息类专业学生和工程技术人员不可缺少的知识内容。

本书是根据作者多年来为电子信息工程、通信工程等专业本科生讲授“电磁场与微波技术”、“天线原理”等课程的讲稿整理充实编写而成的，总结了作者多年教学和科研的实践经验。

本书思路贯通，注意内容的有机联系。在讲述原理的过程中，注意现象的物理内涵和必要的数学逻辑思维的有机结合，注意本课程内容与相关专业课程和工程实际的交织和衔接，注意严谨性和可读性相结合的讲述方法。

本书在内容叙述上注意由浅入深，注意书的可读性。本书在每一篇的开始部分都写了提要，并在每一章之后对全章内容做以小结，并附典型思考题。书后附录汇集了与本课程相关的有用资料。

本书特别注重讲清楚分析与解决问题的思路，讲清楚工程问题的理论分析方法，讲清楚集总的“路”与分布的“场”的关系。

本书吸收了近年来国内同类型图书的长处，又注意改进现有图书的不足之处，是一部优秀的教材和图书。

本书既可作为电子信息类大学本科生在学习电磁场与电磁波微波技术、天线等课程的教材，也可作为相关专业本科生教学参考书或电子信息类工程技术人员参考书。

哈尔滨工业大学 贾世楼
2004年5月19日

前　　言

本书以电磁波作为信息载体的基本定位，在概述电磁场与电磁波基本理论的基础上，重点讨论电磁场的导行传输与辐射传输及其相关问题。这些基本原理与技术是电子信息科学的重要组成部分，是电子信息类专业的学生和工程技术人员不可缺少的知识储备内容。

本书是根据笔者多年来为电子信息工程、通信工程等专业的本科生讲授“电磁场与微波技术”、“天线原理”等课程的讲稿整理充实编写而成的。电磁场与微波技术及其工程应用所研究的问题概念多而抽象，运用数学知识比较多，而且工程性强，历来是电子信息科学中令学生感到冷僻、难于掌握和运用自如的知识领域。通过多年教学与科研实践，特别是学生毕业以后反馈回来的信息，使我们认识到电子信息技术中场与波课程的教学应该有所改变。面对信息科学技术的发展，对于本课程学生应该掌握哪些基本内容，达到什么样的深度，怎样讲授更利于学生接受等，针对这些问题我在近些年的教学过程中做了一些尝试，在本书编写中进一步体现了我在讲授这些课程中的思考和做法。

本书思路贯通，注意内容的有机联系，避免内容分散、各自独立的情况；在讲述原理的过程中注意现象的物理内涵与必要的数学逻辑思维的有机结合，注意本课程内容与相关专业课程及工程实际的交织与衔接；注意严谨性与可读性相结合的讲述方法。出于对知识的系统性和连贯性的考虑，虽然场与波方面的课程可以分设，但还是把它们的内容汇集于一本书中，这样更便于读者阅读和使用。

全书分为3篇共6章。绪篇作为全书的基础，建立电磁场与电磁波的基本概念，总括电磁学的基本规律及其在不同时空条件下的具体体现。这部分内容不再单独设置课程。上篇讲述电磁波导行传输和导行机构，即微波技术（不含有源部分）。第2章传输线的基本理论，讲述导行波传输的一般规律，建立起最基本的时空（一维空间）观念。第3章微波传输线，讨论在微波波段导行电磁波的横向边值问题，以及由此引出的一些新概念和新问题。第4章讲述对导行电磁波实现调控的机构——微波元件的原理与分析方法。下篇研究辐射电磁波的问题，即天线基本原理与技术。第5章天线理论基础，集中讲述天线辐射问题的分析方法，及调控天线方向性等辐射特性的原理与手段。第6章根据电磁波在自然环境中的传播特性，介绍从长、中波段到微波段使用的典型天线，并根据天线基本理论对这些天线的基本性能进行分析。本书可作为电子信息类专业大学本科生学习电磁场与电磁波、微波技术、天线原理等课程的教学用书。对本书内容适当取舍后，也可作为相关专业和不同层次学生在学习这方面课程时的教材或参考用书。根据具体专业的特点和教学计划，使用本书的教学时数以80~100学时较为适宜。

哈尔滨工业大学贾世楼教授认真细致地审阅了书稿，他在充分肯定本书编写的基本思路的同时，对书稿提出了宝贵的意见和建议。

本书的编写自始至终都得到燕山大学信息科学与工程学院院长孔令富教授，电子与通信工程系主任王成儒教授及许多同志的热情鼓励和支持。电子与通信工程系牛晓霞同志为本书绘制了大量的附图，她和司菁菁、李林、顾广华、李段、张涛、吴娅辉等同志完成了书稿的

计算机录入和整理工作。在此我向这些同志致以诚挚的谢意。

在本书编写过程中参阅了很多著作，其中有些我曾指定作为学生学习本课程的主要参考书，这些已列入本书的参考书目录。我愿借此机会向这些著作的作者和译者表示由衷的感谢。

限于本人的学识水平，本书缺陷和疏漏之处在所难免，恳请读者批评指正。

殷际杰

2004年2月 于秦皇岛

目 录

绪篇 电磁场理论概要

第 1 章 电磁场与电磁波	(3)
1.1 电磁场的四个基本矢量	(3)
1.1.1 电场强度 E	(3)
1.1.2 高斯 (Gauss) 定律	(6)
1.1.3 电通量密度 D	(8)
1.1.4 电位函数 ϕ	(8)
1.1.5 磁通密度 B	(9)
1.1.6 磁场强度 H	(10)
1.1.7 磁力线及磁通连续性定理	(12)
1.1.8 矢量磁位 A	(13)
1.2 电磁场的基本方程	(14)
1.2.1 全电流定律: 麦克斯韦第一方程	(14)
1.2.2 法拉第-楞次 (Faraday-Lenz) 定律: 麦克斯韦第二方程	(15)
1.2.3 高斯定律: 麦克斯韦第三方程	(15)
1.2.4 磁通连续性原理: 麦克斯韦第四方程	(15)
1.2.5 电磁场基本方程组的微分形式	(16)
1.2.6 不同时空条件下的麦克斯韦方程组	(17)
1.3 电磁场的媒质边界条件	(20)
1.3.1 电场的边界条件	(20)
1.3.2 磁场的边界条件	(23)
1.3.3 理想导体与介质界面上电磁场的边界条件	(24)
1.3.4 镜像法	(25)
1.4 电磁场的能量	(26)
1.4.1 电场与磁场存储的能量	(26)
1.4.2 坡印廷 (Poynting) 定理	(26)
1.5 依据电磁场理论形成的电路概念	(27)
1.5.1 电路是特定条件下对电磁场的简化表示	(27)
1.5.2 由电磁场方程推导出的电路基本定律	(29)
1.5.3 电路参量	(31)
1.6 电磁波的产生——时变场源区域麦克斯韦方程的解	(36)
1.6.1 达朗贝尔方程 (D'Alembert) 及其解	(36)
1.6.2 电流元辐射的电磁波	(38)

1.7 平面电磁波	(42)
1.7.1 无源区域的时变电磁场方程	(42)
1.7.2 理想介质中的均匀平面电磁波	(43)
1.7.3 导电媒质中的均匀平面电磁波	(46)
1.8 均匀平面电磁波在不同媒质界面的入射反射和折射	(50)
1.8.1 电磁波的极化	(50)
1.8.2 均匀平面电磁波在不同媒质界面上的垂直入射	(53)
1.8.3 均匀平面电磁波在不同媒质界面上的斜入射	(55)
本章小结	(63)
习题一	(67)

上篇 微波传输线与微波元件

第 2 章 传输线的基本理论	(71)
2.1 传输线方程及其解	(71)
2.1.1 传输线的电路分布参量方程	(72)
2.1.2 正弦时变条件下传输线方程的解	(73)
2.1.3 对传输线方程解的讨论	(76)
2.2 无耗均匀传输线的工作状态	(80)
2.2.1 电压反射系数	(80)
2.2.2 传输线的工作状态	(82)
2.2.3 传输线工作状态的测定	(88)
2.3 阻抗与导纳圆图及其应用	(89)
2.3.1 传输线的匹配	(90)
2.3.2 阻抗圆图的构成原理	(92)
2.3.3 阻抗圆图上的特殊点和线及点的移动	(94)
2.3.4 导纳圆图	(97)
2.3.5 圆图的应用举例	(98)
2.4 有损耗均匀传输线	(102)
2.4.1 线上电压、电流、输入阻抗及电压反射系数的分布特性	(102)
2.4.2 有损耗均匀传输线的传播常数	(103)
2.4.3 有损耗均匀传输线的传输功率和效率	(105)
本章小结	(106)
习题二	(109)

第 3 章 微波传输线	(112)
3.1 平行双线与同轴线	(112)
3.1.1 平行双线传输线	(112)
3.1.2 同轴线	(113)
3.2 微带传输线	(115)
3.2.1 微带线的传输模式	(116)

3.2.2	微带线的传输特性	(118)
3.3	矩形截面金属波导	(120)
3.3.1	矩形截面波导中场方程的求解	(120)
3.3.2	对解式的讨论	(126)
3.3.3	矩形截面波导中的 TE_{10} 模	(130)
3.3.4	矩形截面波导的使用	(137)
3.4	圆截面金属波导	(138)
3.4.1	圆截面波导中场方程的求解	(138)
3.4.2	基本结论	(141)
3.4.3	圆截面波导中的三个重要模式 TE_{11} 、 TM_{01} 与 TE_{01}	(144)
3.4.4	同轴线中的高次模	(146)
3.5	光波导	(147)
3.5.1	光纤的结构形式及导光机理	(147)
3.5.2	单模光纤的标量近似分析	(150)
本章小结		(154)
习题三		(156)
第4章	微波元件及微波网络理论概要	(158)
4.1	连接元件	(158)
4.1.1	波导抗流连接	(158)
4.1.2	同轴线——波导转接器	(159)
4.1.3	同轴线——微带线转接器	(160)
4.1.4	波导——微带线转接器	(160)
4.1.5	矩形截面波导——圆截面波导转接器	(161)
4.2	波导分支接头	(162)
4.2.1	E-T 分支	(162)
4.2.2	H-T 分支	(163)
4.2.3	双 T 分支	(163)
4.3	波导 R, L, C 元件	(164)
4.3.1	匹配负载及衰减器	(164)
4.3.2	电抗元件	(167)
4.4	定向耦合器	(170)
4.4.1	定向耦合器的基本指标	(170)
4.4.2	波导窄壁双孔耦合定向耦合器	(172)
4.5	阻抗变换器与阻抗调配器	(173)
4.5.1	阻抗变换器	(173)
4.5.2	阻抗调配器	(180)
4.6	微波谐振器	(184)
4.6.1	角柱腔——从传输模到谐振模	(184)
4.6.2	圆柱腔	(189)

4.7	微波铁氧体元件	(193)
4.7.1	微波铁氧体的物理特性	(193)
4.7.2	场移式隔离器	(194)
4.7.3	环流器	(196)
4.8	微波元件等效为微波网络	(196)
4.8.1	构成微波网络必须考虑的一些问题	(196)
4.8.2	二端口微波网络	(198)
4.9	微波网络的散射参量与传输参量	(201)
4.9.1	散射参量	(201)
4.9.2	传输参量	(202)
4.10	二端口微波网络参量	(203)
4.10.1	二端口微波网络参量的相互转换	(203)
4.10.2	特定情况下二端口微波网络参量的性质	(203)
4.10.3	基本单元二端口微波网络的参量	(206)
4.10.4	微波网络参量的测定	(207)
4.11	微波网络的外特性参量	(209)
4.11.1	电压传输系数 T	(209)
4.11.2	插入衰减 L	(209)
4.11.3	插入相移 θ	(210)
4.11.4	输入驻波比 ρ	(210)
本章小结	(211)	
习题四	(213)	

下篇 天线基本原理与技术

第 5 章	天线理论基础	(219)
5.1	电流元的辐射场	(219)
5.2	行波长线天线	(222)
5.3	自由空间中的对称振子天线	(225)
5.3.1	对称振子上的电流	(226)
5.3.2	对称振子天线的辐射场	(226)
5.4	天线特性参量	(228)
5.4.1	天线的方向性特性参量	(228)
5.4.2	天线辐射波的极化	(232)
5.4.3	天线的辐射功率与辐射电阻	(233)
5.4.4	天线的方向系数和增益	(235)
5.4.5	天线的输入阻抗	(237)
5.4.6	天线的有效长度	(239)
5.4.7	天线的工作频带宽度	(242)
5.5	天线阵列	(243)

5.5.1	二元天线阵列	(243)
5.5.2	N 元均匀直线阵列	(249)
5.5.3	对称振子阵列的输入阻抗	(258)
5.6	地面对天线特性的影响	(266)
5.6.1	远离地面架设的天线	(266)
5.6.2	近地架设的天线	(268)
5.7	其他常用单元线状天线	(273)
5.7.1	折合振子	(273)
5.7.2	圆环天线	(275)
5.8	以时变电场和时变磁场为源的基本辐射元	(282)
5.8.1	基本口径面辐射源——惠更斯 (Huygens) 元	(282)
5.8.2	基本隙缝辐射元	(284)
5.9	接收天线	(286)
5.9.1	接收天线接收电磁波的物理过程	(287)
5.9.2	天线的互易定理	(287)
5.9.3	天线的有效接收面积	(289)
5.9.4	付里斯 (Friis) 传输公式	(290)
	本章小结	(291)
	习题五	(292)
第 6 章	工程中常用的典型天线	(294)
6.1	电磁波在自然环境中的传播	(294)
6.1.1	地表面波 (地波) 传播	(295)
6.1.2	电离层反射 (天波) 传播	(296)
6.1.3	直视 (空间波) 传播	(298)
6.1.4	各波段电磁波的传播	(300)
6.2	直立天线	(301)
6.2.1	直立天线的辐射场与方向性	(301)
6.2.2	直立天线的特性参量	(302)
6.2.3	直立天线性能的改善	(304)
6.3	水平偶极天线	(306)
6.3.1	方向函数与方向图	(306)
6.3.2	基本特性参数	(308)
6.3.3	天线架设参数的选择	(309)
6.4	菱形天线	(310)
6.4.1	菱形天线的构成及基本工作原理	(311)
6.4.2	菱形天线的架设	(312)
6.5	引向天线	(313)
6.5.1	引向天线的工作原理	(313)
6.5.2	辐射特性的分析计算方法	(315)

6.5.3 引向天线特性参量的近似计算	(316)
6.6 螺旋天线	(318)
6.6.1 螺旋天线的结构与辐射模式	(318)
6.6.2 轴向辐射模式螺旋天线的方向性*	(319)
6.7 正交振子与电视发射天线	(321)
6.7.1 正交振子的辐射	(322)
6.7.1 翼面振子	(323)
6.8 移动通信用天线	(324)
6.8.1 手持机用天线	(324)
6.8.2 基站台用天线	(324)
6.9 波导缝隙阵列天线	(325)
6.9.1 缝隙天线	(325)
6.9.2 波导缝隙天线阵列	(326)
6.10 微带贴片天线的基本原理	(328)
6.10.1 矩形贴片微带辐射元	(328)
6.10.2 微带贴片天线的馈电	(328)
6.11 口径面天线	(330)
6.11.1 波导终端口径面的辐射特性	(330)
6.11.2 电磁喇叭	(332)
6.11.3 抛物反射面天线	(333)
6.11.4 双反射面天线	(336)
本章小结	(337)
习题六	(338)

附录

附录 A 矢量运算公式	(343)
附录 B 平行双线与同轴线的分布参数	(345)
附录 C 矩形截面波导参数	(346)
附录 D 圆截面波导参数	(348)
附录 E 常用硬同轴线参数	(350)
附录 F 常用射频同轴电缆参数	(351)
附录 G 常用金属导体材料性能	(352)
附录 H 常用介质材料性能	(353)
附录 I 电离层的基本参数	(354)
附录 J 电磁波频谱划分	(355)
附录 K 微波波段划分	(356)
附录 L 民用电磁波频率	(357)
参考书目	(359)

绪 篇

电磁场理论概要

提要：本部分为全书的基础篇，以电磁波作为信息载体的基本定位，建立了电磁场与电磁波的基本概念，讲述基本规律而不追求电磁学理论自身体系的完整。

具体内容为，在总括电磁现象基本规律的基础上，重点研讨在不同时空条件下，特别是在正弦时变情况下，麦克斯韦方程的表述形式及媒质界面上电场、磁场服从的规律。电信技术中场与波的根本问题是求解场在空间的分布。对静电场（含恒流电场）及恒流磁场的讲述，在本书中旨在建立概念、训练方法和求算电路参量；而重点在于对正弦时变电磁场于无源区域和有源区域求解问题的研讨，为电磁波导行及辐射问题的研究做好铺垫。

第1章 电磁场与电磁波

人类发现电、磁现象为时久远，但是建立电场、磁场的概念，确定它们各自的表征量，发现并通过实验总结出电、磁现象的规律，进而揭示出时变情况下电与磁的相互依存关系等，这些则是近二百年所研究的内容。

1.1 电磁场的四个基本矢量

1.1.1 电场强度 E

对电、磁现象的研究是从静电问题开始的。作为场源的不变电荷 Q ，在其周围空间中某确定位置 P 处（称为场点）建立的电场强度，是以该点处作为检验电荷的单位正电荷 q 所受静电力的量值与方向定义的（如图 1-1 所示），即

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q} \quad (1-1)$$

要求检验电荷 q 必须足够小，以不致影响 Q 的电场。

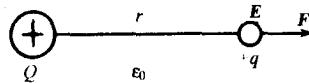


图 1-1

根据库仑（Coulomb）定律

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Qq}{r^2} \cdot \mathbf{a}_r \quad (1-2)$$

$$\therefore \mathbf{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \mathbf{a}_r \quad (1-3)$$

式中， ϵ_0 为空间（真空）中的介电常数， $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9}$ F/m（法/米）， r 是场点至源点的距离，

\mathbf{a}_r 是电场力即 q 受力方向的单位矢量。在国际单位制(SI)中，电场强度 E 的单位是伏/米(V/m)。

这就是说，作为场源的电荷 Q 在其周围空间建立起其电场，场的存在及不同位置处场的量值、方向是用静电力来表征的。电场强度 E 是一矢量函数。

空间一点处的电场强度 E ，应是不同位置处的场源在该点建立的电场强度的叠加，这是一个矢量和。因此场点处的 E 与场源电荷的分布状况密切相关。

例 1-1 长为 l 的直导线，以线密度 ρ_l （单位：库/米）均匀分布电荷，求线外距导线距离 r_0 的 P 点处的电场强度。

解：参照图 1-2，不计导线截面积，使导线 l 与 z 轴重合。导线外部空间介电常数设为 ϵ_0 。

求解此题采用圆柱坐标系方便，令导线中点为坐标原点。导线 l 上任意位置 z 处微分段 dz 的电荷量为 $\rho_l dz$ ，视为点电荷，它在 P 点处建立的电场强度设为 dE

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\rho_l dz}{R^2} \cdot a_r$$

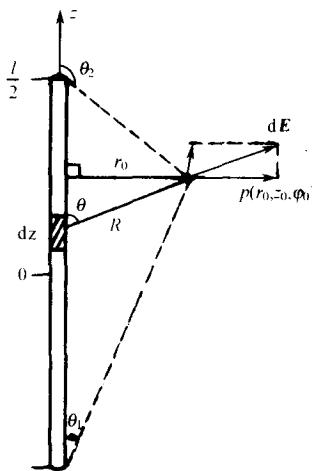


图 1-2

把 dE 用圆柱坐标系的三个坐标分量表示为

$$dE_r = dE \sin \theta$$

$$dE_z = dE \cos \theta$$

$$dE_\varphi = 0$$

场点 P 的位置在圆柱坐标系中为 $P(r_0, z_0, \varphi_0)$, 由几何关系

$$R = \frac{r_0}{\sin \theta} = r_0 \csc \theta$$

$$z = z_0 - r_0 \cot \theta$$

$$dz = r_0 \csc^2 \theta \, d\theta$$

$$\therefore dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\rho_l r_0 \csc^2 \theta \, d\theta}{r_0^2 \csc^2 \theta} = \frac{\rho_l d\theta}{4\pi\epsilon_0 r_0}$$

$$dE_r = \frac{\rho_l \sin \theta \, d\theta}{4\pi\epsilon_0 r_0}$$

$$dE_z = \frac{\rho_l \cos \theta \, d\theta}{4\pi\epsilon_0 r_0}$$

全导线 l 上的电荷在 P 点建立的场, 应是线上无穷多个 dz 段的电荷在 P 点的电场叠加, 这是一连续叠加矢量和。其坐标方向分量为

$$E_r = \int_{\theta_1}^{\theta_2} dE_r = \frac{\rho_l}{4\pi\epsilon_0 r_0} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

$$E_z = \int_{\theta_1}^{\theta_2} dE_z = \frac{\rho_l}{4\pi\epsilon_0 r_0} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1)$$

$$E_\varphi = 0$$

表示为圆柱坐标系中的矢量为

$$\mathbf{E} = \mathbf{a}_r E_r + \mathbf{a}_z E_z$$

显然, 因导线 l 的对称结构, 其外部空间场分布也是旋转对称的。

若导线为无限长, 即 $l \rightarrow \infty$, 则图中 $\theta_1 \rightarrow 0$, $\theta_2 \rightarrow \pi$, 此种情况下

$$E_r = \frac{\rho_l}{2\pi r_0 \epsilon_0}$$

$$E_z = 0$$

$$E_\varphi = 0$$

表示成矢量形式为

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{a}_r \rho_l}{2\pi \epsilon_0 r_0}$$

即线外空间的电场强度方向垂直于导线表面, 量值与电荷线密度 ρ_l 成正比, 与距离 r_0 成反比。

例 1-2 一均匀带电无限大平面, 电荷面密度 σ (单位: 库/米²), 求平面前距离为 R 的 P 点处的电场强度。

解: 参考图 1-3, 由 P 向平面作垂线, 与平面交点 O , $|PO| = R$ 。在平面上以 O 为圆心, 以变量 x 为半径作宽为 dx 的圆环, 此圆环电荷元的电荷量为

$$\sigma 2\pi x dx$$

圆环带上一微分面积 $dldx$ 的电荷量为

$$\sigma dldx$$

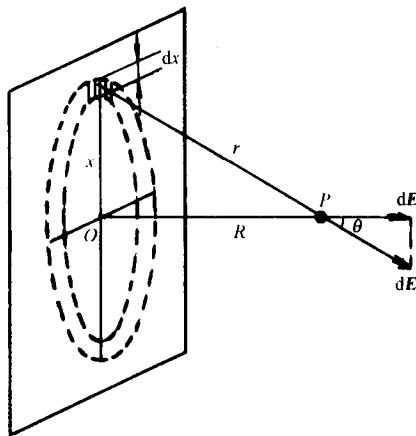


图 1-3

视此微分面积上的电荷为点电荷, 其在 P 点处的电场强度 dE'

$$dE' = \frac{\mathbf{a}_r \sigma dldx}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

将 dE 表示为与平面垂直和平行的分量, 因对称关系, 整个圆环带上各微分面积电荷在 P 点处的电场强度相互叠加, 与平面平行的分量相互抵消, 垂直于平面的分量和为 dE

$$dE = \frac{\sigma 2\pi x dx}{4\pi \epsilon_0 r^2} \cos \theta = \frac{R \sigma 2\pi x dx}{4\pi \epsilon_0 (R^2 + x^2)^{3/2}}$$

场点 P 处的由此无限大带电平面产生的电场强度, 可由 dE 沿无限大平面的积分求得 (其