

图解科学入门

数学 de 奥秘

周游数的王国

让关系明确

几何学之美和谜

活用行列的功能

数学之王应用自如

科学创造偶然

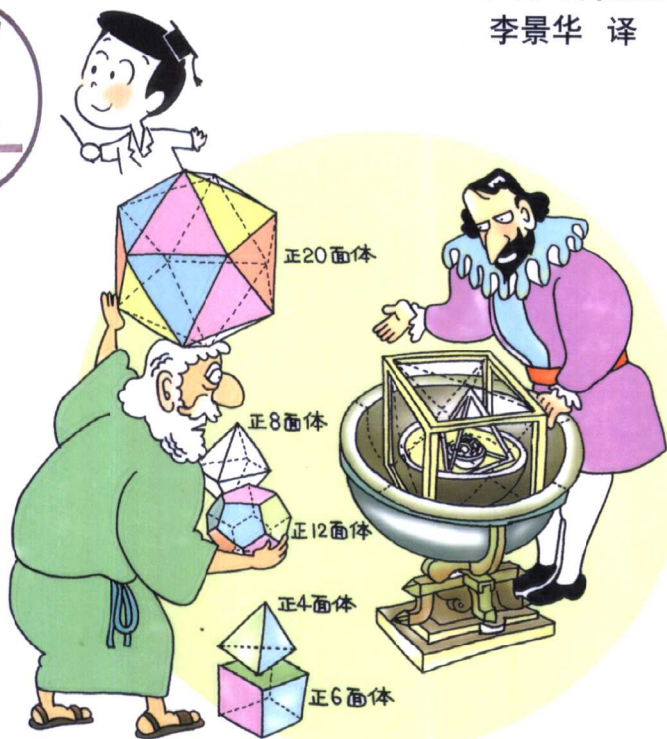
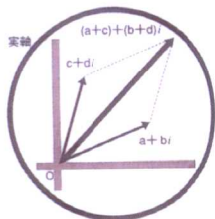
拓展新的数学世界

若这样思考很容易明白

有用的正弦和余弦

拓展新的数学世界

[日] 川久保胜夫 著
李景华 译



科学出版社
www.sciencep.com

图解科学入门

数学的奥秘

〔日〕川久保胜夫 著

李景华 译

科学出版社

北京

图字:01-2001-1794号

NYUMON VISUAL SCIENCE/SUGAKU NO SHIKUMI by Katsuo Kawakubo

Copyright © 1992 by Emiko Kawakubo

Illustration © 1992 by Satoshi Tsunoda

All rights reserved

Original Japanese edition published by Nippon Jitsugyo Publishing Co., Ltd.

Chinese translation rights arranged with Emiko Kawakubo

through Japan Foreign-Rights Centre

图书在版编目(CIP)数据

数学的奥秘 / [日] 川久保胜夫著; 李景华译. —北京: 科学出版社, 2003

(图解科学入门)

ISBN 7-03-010896-5

I. 数… II. ①川…②李… III. 数学—图解 IV. O1-64

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 072338 号

责任编辑: 吴伶伶 / 责任校对: 刘小梅

责任印制: 赵德静 / 封面设计: 黄华斌 陈 敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

中国科学院印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2003年8月第一版 开本: A5(890×1240)

2003年8月第一次印刷 印张: 5 5/8

印数: 1—5 000 字数: 168 000

定价: 12.00元

(如有印装质量问题, 我社负责调换〈北燕〉)

前 言

数学的灵活性思考发挥真正价值

近几年，就业方面正发生着变化。数学科班出身的学生，成了有名企业相互争抢的受欢迎的人。这不仅仅是计算机普及的缘故。开展什么新的科研项目，发生预想不到的问题，在必须解决这些问题的场合，据说数学科班出身者灵活的思考能力更能发挥真正价值。

在那样的场合，各种各样的因素纠缠在一起是很普遍的。仅仅依靠经验和直觉的话，这种纠缠是不能彻底解开的。只能寻求一边分析问题一边综合，思路清晰地抓住每一个因素的能力。这种能力，正是数学的思考方法、数学的辨别能力。

某大企业的经营者说过，今后只发展那些具有数学能力的职员是有一定道理的。表面看来，他赞成的似乎只是计算能力、数学知识。我的理解是，他所表达的像是在强调数学的思考方法和数学的辨别能力在工作中的必要性。

另外，在会议等场合，发言被重视，还是不被重视，完全取决于是否能思路清晰地展开论述。这样的论述法是数学最擅长的。

从面对面开始愉快地去征服数学的“奥秘”

有只要是问到数学就说“我不擅长”想逃避的人，对数学没有任何兴趣，即使决心去学习，由于根本不明白那些符号及专门用语，在入门处就遭受挫折的人也不少。这样，对数学老师来说，不是很遗憾吗？这也是我接受执笔这本书的原因之一。

书中既考虑到那些至今仍讨厌数学的人，也考虑到那些想愉快地

更加深刻地去理解数学奥秘的人。在面向实业家，指导入门的书当中，常常以兴趣为主，只阐述结论，像这种含糊其词的做法是很多的。在本书中，为了教会你数学的思考方法，决定不回避地尽量从面对面开始。

无论怎么说，恐怕都有所不足。为了教你数学如何有用处，如何有趣，打算尽量写得易懂些。一边多举些身边题材作例子，一边是谁都能明白的解说，特别是依据“为什么那样想”的动因来安排重点。“果然是那样吗？”确信你一定会领会的。

例如，在三角函数部分，如果问到“为什么研究三角函数”，只要明白其促动因素，三角函数是什么，三角函数非常简单，还要明白三角函数在现代高技术中能够广泛活用的理由。

另外，在探求经济和社会的发展方向时，矩阵和向量将成为强有力的武器。依据利用这些东西的事实，复杂的现象将变成相互关联的和有用的。看上去，每一事物的身上像有了魔法一样。

连学生时代被认为难解的微积分，因领会了每一事物的变化情况，而很自然地引入并发生改变。其结果会出现“这时候，能这样使用吗？”的情况。微积分的思考方法和知识，随着这样的应用无限地扩展着。

如果留意的话，周围几乎所有事情，都能被活用的数学的构思所代替。

本书的使用方法

因为各个题目的思考方法写在了正文中，所以在那里就可以明白其本质。对其补充的形式有图说和图表，有时，为了那些想详细深入钻研的人，尽量阐述到公式及其证明的构思。如果有余力的话，很希望好好看一下，先向前跨一步。即使有时读得高兴起来也没关系。另外，无论是谁都会有简单的疑问，为了回答那些问题，常常夹杂着评论。因为各个项目几乎是独立的，可以各自分开来读，所以无论按什么样的顺序读都可以，能够一边欣赏一边自然而然地锻炼数学的感

觉，也就实现了我写这本书的意图。

最后，在写本书的时候，书后的参考文献，因特别参考了埼玉大学冈部恒治教授的著作，所以在这里表达我的感谢之意。

川久保胜夫

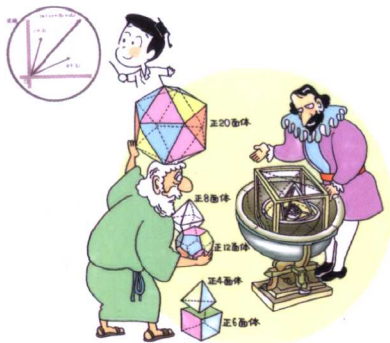
1992年5月

数学^{de}奥秘

图解科学入门

本书以风趣的漫画和简单的图解，介绍了数学的基本原理及其在实践中的应用。内容涉及周游数的王国、让关系明确、几何学之美和谜、活用行列的功能、数学之王应用自如、科学创造偶然、拓展新的数学世界、若这样思考很容易明白、有用的正弦和余弦等。特点是图文并茂，通俗易懂。可供对数学感兴趣的读者阅读。

数学 **图解科学入门** de 奥秘



数学的奥秘

- 数的结构 2
从数东西开始的数的概念
- 零的发现 4
清楚地认识到什么也没有,并表明它具有重要意义
- 负数的作用 6
要高效而灵活地使用数,则负数的出现是必然的
- 向有理数的扩展 8
从加减乘除的运算及数的概念扩展到有理数
- 无理数的事实 10
既然有理数得到了公认,无理数也该得到承认了吧
- 虚数 i 的奇异 12
最初复数真的存在吗
- 既单纯又神秘的 14
除了自身再不能以积的形式分解的数(质数)是数的原子
- 数有各种各样的意思 16



2 章 让关系明确

函数的话题

- 函数大概很难吧 18
果汁及车票等的自动售货机也是函数
- 在图表中一目了然 20
一次函数是直线,二次函数是抛物线,倒数函数是双曲线
- 方程式解法的秘诀 22
解决问题,首先从建立正确的方程式开始
- 鹤龟算法可以使用方程组 24
复杂而又麻烦的命题,建立方程组马上可以解
- 强有力的伙伴,关于解的公式 26
用二次方程的判别式来判断解的性质
- 三次方程解法的秘密 28
数学史上有关解法最发人深省的铁事
- 解法完成了吗 30



- 恢复几何学! 32
三角形的五心为重心、内心、外心、旁心、垂心
- 什么样的图形都是随便的 34
直线所围成图形的面积,如果考虑分割成三角形就简单了
- 铺满相同的形状 36
无论什么样的正多边形都能铺瓷砖吗
- 神创造的图形 38
“计算 π 的范围”圆周率 π 的戏剧
- 美是平衡的感觉 40
黄金分割带给人们美的感觉
- 用直尺和圆规作答 42
希腊三大难题:倍立方体体积、角的三等分和圆面积问题
- 正多面体只有 5 个 44
正多面体无论怎么制作,其直观上都是错误的
- 欧几里德几何学 46
继《圣经》之后最畅销的书《原论》是近代科学方法论的基础
- 非欧几里德几何学 48
欧几里德几何学体系和其他几何学的存在
- 代数几何学的研究 50

3 章 几何学之美和谜

图形的话题

4 章

活用行列的功能

行列和向量的话题

- 行列和向量如何使用 52
看上去只是数字罗列的行列和向量具有深远的意义
- 向量的加法和减法 54
行列和向量依据计算规则发挥作用
- 行列乘法的操作方法 56
使用乘法行列和向量更能起到强有力的作用
- 行列是变换的机器 58
通过某行列旧的向量转变成新的向量
- 用行列解方程组 60
如果使用逆变换法,方程组立即可解
- 利用向量飞越高空 62
依靠许多力的合力的向量,飞机飞越高空
- 在经济中很活跃 64
使用马尔克夫链预测汽车的市场销售比例
- 使用竞技理论在网球比赛中获胜 66
经济和体育中的竞争完全可以用竞技理论来取胜
- 预测未来 68



5 章

数学之王应用自如

微分和积分的话题

- 为了需要而求面积 70
积分开始于古代埃及尼罗河水的泛滥
- 很细很细的那个 72
阿基米德的构思是迈向微积分学的通道
- 积分的构思 74
用极限的思考方式求曲线图形的面积
- 求瞬间的速度 76
游移不定的速度变化只能用微分来获得
- 一次又一次 78
追踪函数曲线根源的最大的线索是导函数
- 鸳鸯夫妇二人 80
用魔棒一挥微分和积分就紧紧地靠在了一起
- 看孩子的脸找双亲 82
根据微积分学的基本定理积分变得简单了
- 微积分的利用 84
环顾我们的身边,应用微积分的地方随处可见
- 阿基里斯追赶 86



●与命运女神结合的方法	88
科学创造偶然的概率论是从赌博开始的	
●掷 6 次就出现 1 次吗?	90
概率的基本是大数法则——注意错误的用法	
●排列和组合的思考方法	92
使用概率时计数是基本	
●完全命中是真的吗?	94
“至少……”的问题若考虑余项就会变得简单	
●靠不住的直观	96
在 40 人的班级中有生日相同的人的概率是 89%	
●抽签是先抽的人能得到?	98
只要画出这个概率的树形图就会清楚了	
●偶然之玉的概率	100
如果把各种情况的数量制成表的话就能轻松进行计算了	
●赚钱和赔钱的平均	102
若用期望值去考虑赌博,则结果全都是赔	
●随机具有深刻含义	104
在社会上的很多场面中可以使用随机数	
●阅读统计的方法	106
平均值和标准差——坏名声高的偏差值和期望值相结合的方法	
●如果不知道生命概率也就危险了	108

7 章

若这样思考很容易明白

指数、对数及数列的话题

●天文数字的计算	110
从微观世界到宏观世界跨度宽广的指数函数	
●天才少年高斯的方法	112
求等差数列和的方法若这样做就变得简单了	
●难以想像的等比数列	114
倍数游戏转瞬间就进行不下去了	
●身边的等比数列	116
银行存款和贷款的利息、声音的世界等都是等比数列	
●来自对数世界的魅力	118
指数的逆运算表现是对数	
●使计算变得简单	120
麻烦的复利计算也可以用对数一次作答	
●人类的认识是对数感觉	122
星辰的等级、声音强度的分贝、地震的量级等	
●自然界中的指数和对数	124
在自然界中自然而然地显露出了指数和对数	
●不可思议的 e	126



8

章 有用的正弦和余弦

三角函数的话题

- 三角函数变应性的几种形式128
正弦、余弦和正切的伙伴三组合
- 用手杖测量高度130
就是埃及聘请搞测量的泰勒斯先生的方法
- 跨越障碍的余弦定理132
在有山或建筑物而不能直接测量时求距离的方法
- 在测量中正弦定理最活跃134
若进行推测的话,距离和位置都恰好清楚的三角测量
- 在电学中正弦无处不在136
如果没有三角函数将暗无天日
- 无限广阔的三角函数的应用138
再现优美音色的 CD 是正弦曲线的组合
- 傅里叶变换140
DNA 的双螺旋结构也是用傅里叶变换来阐明的
- 神秘的欧拉公式142



9

章 拓展新的数学世界

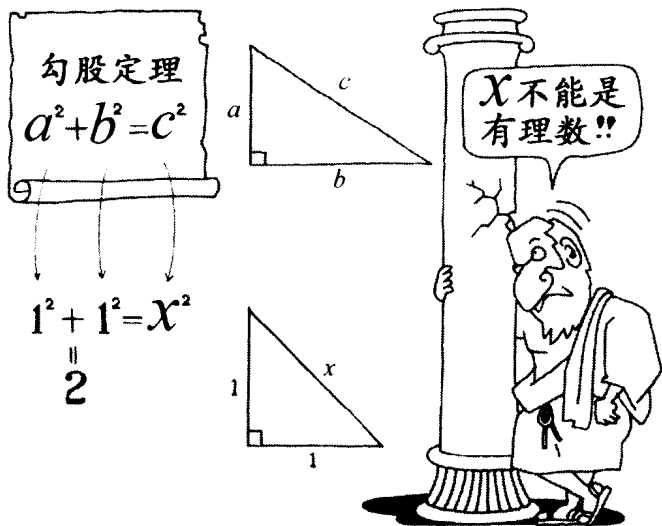
新的数学话题

- 都是相同形状吗?144
看清轨迹和整个地球的灵活性思考的拓扑学
- 说谎的是谁?146
忽视数学基础的拉塞尔奇论
- 何谓不完备性定理148
自己不能决定自己的价值
- 模糊理论150
地铁及 NASA 航天飞机的发射
- 长期预报不准确152
发生在身边的混沌或意味着无秩序的紊乱现象
- 所谓的分形图形154
在一维和二维之间的有维数的图形
- 分析败局156
灾变理论把激烈的变化模型化
- 计算机的数学理论158
用两个数字的组合同样能表明道理
- 集合和逻辑160
把东西整理得干净利落是为了更强有力的辩论
- 对称之美162
这是从伽罗瓦方程式解法中的问题开始的
- 高维数的话题164
自由地考虑三维、四维、五维……高维数的空间
- 关于费马大定理的解决 166

1 章

周游数的王国

数的话题



数

的结构

从数东西开始的数的概念



纵观历史，不难想像，数学最初是从数东西开始的。有时1个、2个地数苹果和橘子，有时1人、2人地数人，在这个过程里，从这些不同种类的事物中抽象产生出了1, 2, 3...这一数的概念。这就是自然数的诞生。

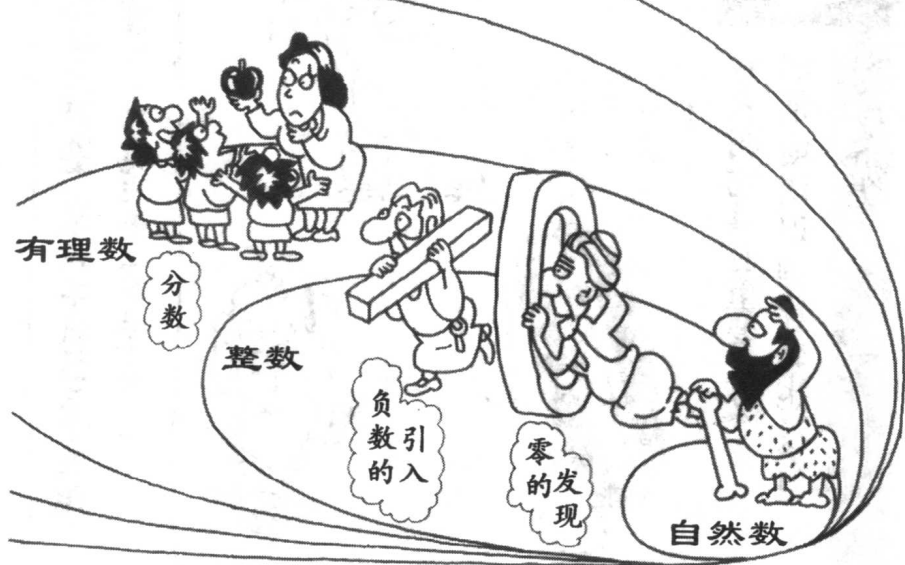
现在不费任何力气就使用的这些数，到被人类掌握，无疑需要一个漫长的历史时期。因为数数和领会抽象的数之间有很大的差距。

当然，这种抽象不是靠哪个特定的人物来完成的，而是在漫长的历史进程中靠全体大众一点一滴地认识到的。

在数苹果和橘子的过程中，加法和减法的演算，自然而然地就被引入了。暂且不论别的，只问能数到多少，小的自然数，就这样自然地被认识了。

从这个自然数出发的数的概念，接下来是零的发现，到负数的被引

数的世界不断扩展



用，整数就完成了。从分东西向有理数扩展也应是自然的吧。在这里所说的有理数指的是分母、分子都是整数的分数。

在这个有理数的基础上，加上 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 、 π 等所谓的无理数，实数也应该完成了。像勾股派留下的结论那样，不是自然地就会被人们所接受的，如无理数显示的这个名字，无论在哪儿给人的都是不自然的数的意识。

在实数的基础上，进一步增加了虚数，数概念的扩展终于可以打上一个休止符了。走到这里的道路决不是平坦的。

经过这样漫长的历史，辛辛苦苦获得的数的概念，是人类祖先留给我们的财富。

备忘录

从数数开始 在史前时代洞穴的墙壁上，发现许多刻痕，可以想像这大概是为了数数吧。留下印记是数数的第一步。

零

的发现

并表明它具有重要意义
清楚地认识到什么也没有，

果然方便!!

31415906535897932304626

印刷

有了零
真方便!



三百十四垓千五百九十京六千五百三十五兆
八千九百七十九億三千二百三十万……

数字的“0”意味着什么也没有。这就会产生“既然什么也没有，还有存在的意义吗？”这样朴实的疑问。之所以说这个，是因为我们平时对“0”太熟悉了，同时也因为不经核实就认识这个恩惠很稀奇。

0这个符号，发源地被认为是印度。在印度，夜空中闪烁的星辰，如果从地球眺望的话，看上去像点和小圆，因此，把那些星辰用“·”和“0”表示。认为不真实（零），并且，与创造神梵天所认为不真实的宗教的理由相辅相成。于是把意味着无的不真实的概念用点“·”或小圆“0”表示的方法诞生了。

0这个符号存在的意义大概可以列出两点。

其一，表示“无”这种状态，是其诞生的理由。

其二，为了把数字写成像230的样式，目的是表达位数方便。表示数字时使用的方法有十进制法或二进制法，这时0这个符号是不可缺少的。