



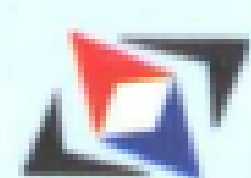
高中数学教材知识 资料包

放一座图书馆在你的书包里

根据《考试说明》和学科标准编写

[审订] 全国中学课程改革研究组

总主编 刘增利



北京万向思维



北京教育出版社

总主编：刘增利

封面设计：魏晋文化

专注创造成功 学习成就未来

容纳万卷书之精品内容

方便e位寒窗莘莘学子

为了全方位满足读者的需求，保证资料及时、权威、可靠，我们在许多地方查阅了大量的资料：

国家图书馆

海淀图书馆

王府井书店

海淀图书城

北京图书大厦

北京大学图书馆

清华大学图书馆

王府井外文书店

国内外各知名网站

中国人民大学图书馆

北京师范大学图书馆

北京外国语大学图书馆

万向思维书报资料中心

中国科学院文献情报中心

新大纲·新课标·新考点

高中语文教材知识资料包

高中数学教材知识资料包

高中英语教材知识资料包

高中物理教材知识资料包

高中化学教材知识资料包

高中政治教材知识资料包

高中历史教材知识资料包

高中地理教材知识资料包

高中生物教材知识资料包

高中文言文资料包

高中语文基础阅读资料包

高中英语基础阅读资料包

初中语文教材知识资料包

初中数学教材知识资料包

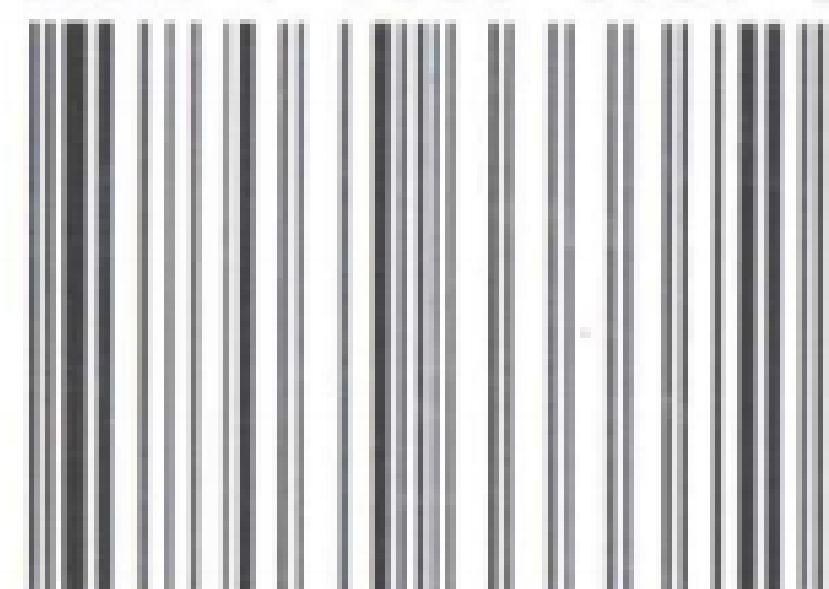
初中英语教材知识资料包

初中物理教材知识资料包

初中化学教材知识资料包

初中文言文资料包

ISBN 7-5303-3337-2



9 787530 333372 >

ISBN 7-5303-3337-2/G·3263

定价：19.80 元



一网打尽系列

高中数学教材知识 资料包



主 编：冯秀臣 朱春光
白程彩

北京万向思维
北京教育出版社



万向思维



专注创造成功 学习成就未来

奥数传奇系列



教材知识详解



一练通



一解通



游戏学口算心算



教材知识大全



资料包



字词句篇



游戏学小学英语单词

总主编寄语

一网打尽

既给鱼 又给渔

猫妈妈养了两只小猫，她给了一只小猫一条大鱼，却教给另一只小猫捕鱼的方法。几天之后，得到大鱼的小猫吃完了鱼，饿得喵喵直叫，学会捕鱼的小猫却得到了一条又一条的鱼。

作者以现代教育学和心理学的最新研究成果为灵魂，以新课标的理念为骨架，以大量的新例题、新材料为血肉精心编著此书，本书是广大读者学习高中数学首选的良师益友。本书的策划主要体现了以下几个特点：

1. 理念新

本书在策划选材、内容安排及结构设置上均力图渗透数学文化，体现人文精神，注重培养读者的创新精神和数学应用意识，并融入了北京万向思维基础教育教学研究中心的最新教研成果，帮助读者掌握解题技巧、提高解题速度，以便读者在应试中得心应手。

2. 内容全

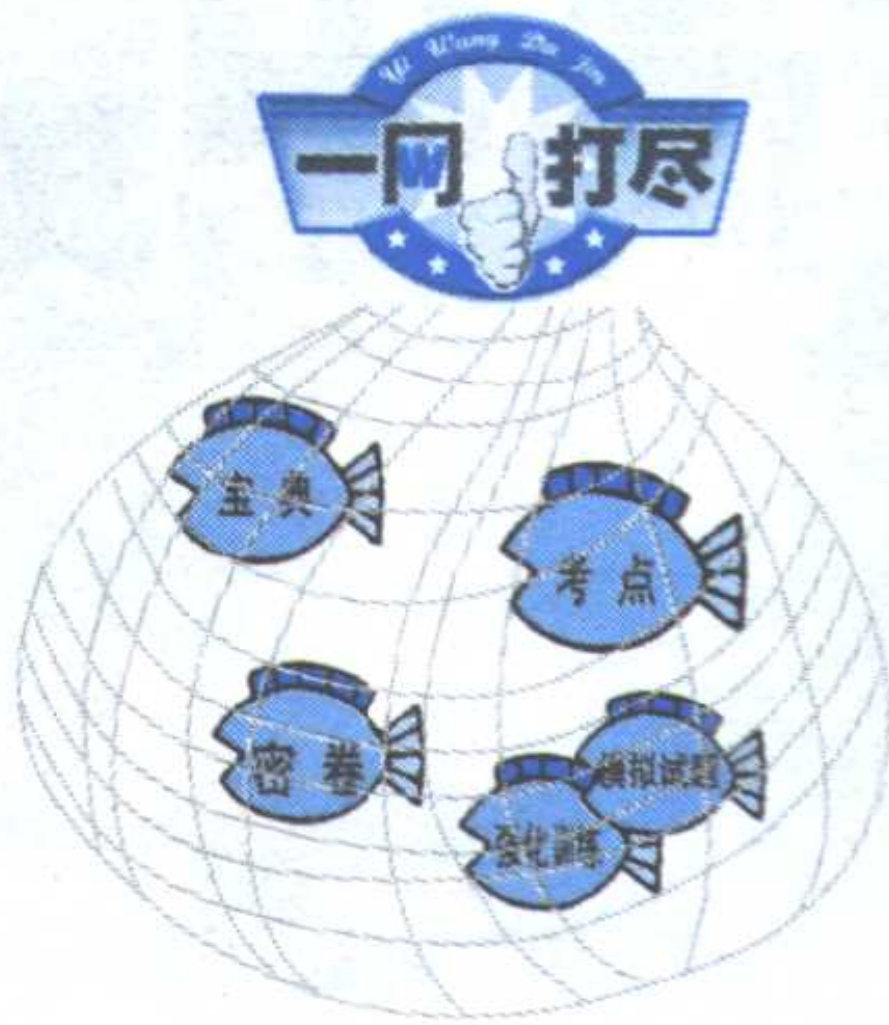
本书在内容安排上紧扣教学大纲，涵盖高中数学体系中的所有必修基础知识及选修内容；对基础知识进行了有层次有梯度地扩充，配备了丰富的相关知识材料，题量充足，题型丰富，一题多解，多题一解，解决了学生在应试中所抱怨的“超纲题”问题。使读者既有鱼又有渔。真正做到了“一册在手，高中三年内容全有”。

3. 品质精

本书由多年研究高中教育的学者和参与新教材编写的专家以及长期工作在基础教育一线的优秀中学特、高级教师共同策划编写，编委会阵容强大。本书在编排过程中严格执行国家标准，作者在编辑、审稿及印刷等各环节中层层把关，力图打造图书精品，服务于广大读者。

4. 受众广

本书既适用于不同能力水平的学生以同步辅导使用，也适用于各位教师教学参考及选材工具；既适合高一高二同步教学，又可用于高三总复习使用；此外所有对高中数学知识及高中数学教育有兴趣的相关人士均将从本书中有所收益。



刘增利

2004年5月1日

于清华大学

一网打尽系列 丛书编委会

一线名师大联手

清华附中	北大附中	北师大附中	首都师大附中	北京二一四中	北京一零一中学
北京五中	北京三中	北京十五中	北京十一学校	天津海河中学	北师大实验中学
密云二中	大峪中学	北京十四中	北方交大附中	东城教研中心	海淀教师进修学校
育英中学	卫国中学	北京十九中	北京三十一中	西城教研中心	大兴教师进修学校
北医附中	郑州五中	北京二十中	北京四十四中	崇文教研中心	顺义教师进修学校
矿院附中	郑州八中	中关村中学	北京六十六中	朝阳教研中心	教育学院丰台分院
黄村四中	郑州二中	知春里中学	北京一三八中	密云教研中心	教育学院宣武分院
黄村七中	郑州中学	花园村中学	北京一五九中	石家庄教科所	门头沟教师进修学校
黄村八中		藁城教研室	郑州外语中学	郑州五十七中	天津市河西区教研室
		北京教科院	郑州大学二附中	郑州三十四中	郑州市教育局教研室
		太平路中学			河南省第二实验中学

语文	连中国	张 洋	郑伯安	李 娜	崔 萍	宋君贤	王玉河	朱传世	张春青
	邢冬方	胡明珠	徐 波	韩伟民	王迎利	乔书振	潘晓娟	张连娣	杨 丽
数学	宋秀英	周京昱	吕立人	王淑宁	李淑贤	王 兰	孙汉一	陈爽月	黄占林
	穆 昭	赵宝桂	李永茂	柳 莉	张彩虹	刘晓静	徐 波	马东杰	夏 宇
英语	刘 燕	邱学东	张 娟	屈永科	樊微微	王丽华	马淑霞	史玉涛	赵经平
	郭根秋	程 霞	郭翠敏	刘丽霞	王 燕	李秀丽	张贵君	许玉敏	沈 飞
物理	马会敏	张君华	剧荣卿	张 诚	石罗栓	李云雪	扈军平	翟素雪	岳云涛
	张巧珍	郭雪翠	张秀芳	岳胜兰	贾玉娟	程秀菊	何中义	邢玉申	成丽君
化学	秦莉莉	籍青刚	郭树林	虎秀兰	马丽红	鲍 静	王继增	孙玉章	刘向伟
	韩尚庆	邢 军	张 云	毛玉忠	胡传新	石 蓉	王 伟	刘春艳	王健敏
政治	王拥军	宋美贞	宿守军	王永明	冯秀臣	朱春光	王 志	任宏彬	王 亮
	冯瑞先	刘皮凤	耿宝柱	李晚洁	孙向党	吕晓华	樊艳慧	王微微	于宏伟
历史	杨 升	赵小红	耿文灵	柴珍珠					
	黄玉芳	孙 妍	李星辰	张 卓	关 高	张小燕	孙 瑜	王文晔	李 微
地理	马玉珍	杜志芬	张秀洁	严瑞芳	魏 雪	张莉萍	周书丽	杨红琳	王利华
	刘 欣	于 欣	朱慧敏	卢志毅	高红艳	石 娟	陈 艳	刘占林	马三红
生物	应 劼	周兆玉	郭玉芬	黄 芳	钟菁菁	孙 妍	张晓燕	张树军	朱重华
	何玉玲	李 霞	阙 晶	杜 欣	王立英	马 敏	贾 光	张 帆	张鹏燕
数学	陈立华	孙嘉平	金文力	王树明	赵 炜	李隆顺	林萃华	唐细爱	刘 凌
	张文健	谭宇清	戚世强	李 里	吴希慧	张京文	文瑞琴	何德强	郑合群
审读	边 红	汪维诚	陈翠梅	杨文彬	李 权	杨艳青	任廷全	张丽珠	
	马京莉	魏 安	魏新华	谢 虹	颌俊英	李玉英	刘松伟	班文岭	赵玉静
审读	吴海军	郭熙婧	曹 艳	李 海	皮洪琼	陶春香	张立言	常如正	
	朱 勇	罗 霞	舒嘉文	沈义明	李克峰	张银线	靳 荣	葛本红	陈立华
审读	崔红艳	王阿丽	帅 刚						
	谢国平	张斌平	郭文英	张 鹰	李文胜				
审读	陶 利	孟胜修	丁伯敏	高 枫	卢奉琦	史纪春			
	赵京秋	刘 峰	孙 岩	李 萍	王 新	王 志			

数学审读

[清华大学] 王 志 [北京大学] 方 淮 [北京师范大学] 杨成立

万向思维专家顾问团

王大绩



语文特级教师 享受国务院特殊津贴的专家。北京市教育学会语文教学研究会常务理事，北京市教育科学研究院兼职教研员。光明日报《考试》杂志编委。

多年来悉心研究教学与高考规律，有数篇论文获国家级奖项，录制音像制品数十种，多次在中央电视台、中央人民广播电台、中央教育电视台、北京电视台及新浪网、搜狐网等媒体做高考辅导讲座，每年应邀到全国各省区讲学。

寄语：立志冲击顶峰，探索登山道路，是师生共同的责任；而冲击峰顶，登上峰顶，靠同学自己！

王乐君



英语特级教师 2001至2003届北京市级高级教师职称英语学科评审主任、市级特级教师评审委员。教学35年，熟悉中学和大学各种教材，擅长培养和训练学生用英语思维进行书面表达。经常应邀去全国各地讲学。

寄语：丰富的语言知识和较强的语言技能会使你成为英语高才生。

周誉蔼



物理特级教师 原十五中副校长。人民教育出版社特聘编辑，光明日报《考试》杂志编委。长期任北京市物理兼职教研员。参与编写了人教社《高中物理教参》，编写多部学生高考教辅书、高中生物物理辅导书和教师培训教材等。

寄语：联系实际、反复思考、懂理论、提高能力。

程耀尧



化学特级教师 原北京教育学院丰台分院副院长。参与人民教育出版社《新课程标准高中化学》课本的编写。中国教育学会教育统计与测量分会考试委员会副主任、常委；曾宪梓教师奖获得者；中央广播电视学校十佳教师。著述有：《化学基础》、《化学教育与素质教育》。

寄语：自学自励，自思自勤，做一辈子主动学习的人。

裘伯川



生物特级教师 原北京市教育科学研究院基础教育教学研究中心生物室主任。全国生物专业委员会常务理事兼学术委员会常务副主任；首都师范大学研究生院客座教授。

寄语：既要通过对生物的学习，加深理解，又要主动参与，不断创新全面提高自身的生物科学素养。

王建民



数学特级教师 享受国务院特殊津贴的专家。中国数学奥林匹克高级教练。多次被评为市、区先进工作者、模范教师，被评为海淀区教育战线十佳中共党员。曾任北京市海淀区第七至第十一届人民代表大会代表。

多次在中央人民广播电台、中央电视台、中央教育电视台、北京电视台、新浪网、搜狐网等做高考辅导讲座，每年应邀到全国各省区讲学。

寄语：认真读书，深入思考，崇尚理性精神，领悟数学思想，从数学的学习中，获得可持续发展的数学能力。

徐兆泰



政治特级教师 原北京教科院基础教育教学研究中心政治室主任。参加全国高校招生命题工作14年。组织并编写：《北京市中学思想政治课课堂教学评价标准》、北京市《中华传统美德》实验教材；撰写了《北京市思想政治课的教研工作》等。

寄语：正确理解全面掌握基本概念、原理和理论知识，是形成能力的前提和基础。分析问题和解决问题的能力是练出来的，只有多运用所学知识去认识事物，才能不断提高自己认识世界和改造世界的能力。

孟广恒



历史特级教师 原北京教科院基础教育教学研究中心历史室主任、全国历史专业委员会常务理事、副秘书长、北京历史教学研究会会长。历史教学著述和论文计200多万字。指导、培养优秀教师多人。

寄语：历史知识的基础性，理解问题的深邃性，分析问题的全面性，与有关学科的交互性，再加之学习方法的灵活性，掌握这五性，你就一定会成功。

郭正权



地理特级教师 北京中学地理教研员。曾专职编写中学地理教材。40多年来献身中学地理教育事业，并撰写出版了《中国自然地理常识问答》、《中学地理教材中的名人》、《现代中学地理教学研究》等地理教育专著，发表地理教学论文数十篇。

寄语：紧紧地抓住环境、资源、人口和可持续发展这个主题，密切地联系当地实际，学会分析和思考地理问题的方法，这是学好地理知识的一条必由之路。

万向思维学生顾问团



马亦欣：2002年以山东省理科第七名的高考成绩考入北京大学。现就读于北大元培计划实验班。

座右铭：Tomorrow is another day.

对学弟学妹的希望：把握现在，把握自己，用自己的努力塑造自己的明天。



刘雅洁：现就读于北京大学金融系。高中时曾获山西省奥林匹克竞赛物理二等奖、化学二等奖。

2002年高考总分685分（理科），山西省第四名，大同市第一名。



魏娜：现就读于北京大学金融系。2002年高考新疆文科状元。中学时曾多次获得省三好学生和优秀班干部称号。

人生格言：自信是远胜一切的人生法宝！



黄琳娜：北京大学法学院2003级本科生。

最喜欢的名言是：

能够摄取必要营养的人要比吃的很多的人更健康；同样地，真正的学者往往不是读了很多书的人，而是读了有用的书的人。

——（古希腊）亚里斯提卜



李响：就读于清华大学信息学院自动化系，任班长职务，获清华大学新生一等奖学金。

2002年吉林省理科第一名。曾获全国小学生作文竞赛优秀奖、吉林省中小学作文竞赛二等奖、吉林省化学竞赛二等奖、四平市优秀学生干部、吉林省优秀学生干部（高考加10分）等奖励。



王悦：清华大学2002级电子工程系电子科学与技术专业。高中时获得山西省化学、生物、英语竞赛一等奖，物理竞赛二等奖，大一曾担任班级组织委员。



夏华：1985生于江西湖口县，2002年毕业于湖口县中学，高考总分为683分，就读于北京大学信息管理与信息系统专业。高二曾参加高考被东南大学少年班录取。

我的理念是：幸运总是只垂青于锲而不舍的人们！

面对困难，让我们抱着平常心、自信心和背水一战的心态为自己的未来和梦想打拼！旗鼓相当勇者胜！成功与辉煌在向勇士们招手！



李光明：清华大学2002级工业工程系的学生。高中时担任班长三年，参加了全国奥林匹克物理竞赛与全国高中生数学联赛，取得物理一等奖，数学二等奖的成绩。



王朝薇：北京大学2002级日语系本科生。在同日本大使的交流活动中担任日文主持，并兼任北大校长的日文翻译。现任北大外国语学院学生会副主席，北大中日青年交流会会长兼团支书，北大广播台专栏节目主编兼任播音、记者。

曾作为中央电视台银河少年电视艺术团的团员在各地演出，并于“全国城市童声合唱节”获得优秀奖。高中时获得北京市优秀学生干部奖，担任北京十五中学学生会文艺部部长、广播台台长，在历次的考试中名列年级前三名。学习之余，受中央电视台、北京广播电台邀请，参与了多期栏目的录制活动。暑期曾代表首都学生远赴澳大利亚进行艺术交流活动，在当地引起巨大轰动。

自己的格言：生命中，没有什么是我的终极目标。生命的线，因不断延长，而永远找不到停滞的那一天。

来自作者的使用说明

本书结合最新教学大纲,将高中数学知识体系进行适当整合,合理划分为“集合与简易逻辑”、…、“复数”共 11 篇;另外根据新课标要求特设“基本算法设计”、“数学建模”及“开放性问题”3 篇内容。本书在各篇的必修章中设以下五部分内容:

基础知识

先通过“知识网络”使学生对本章知识体系有整体上的把握,然后在“基础点拨”中对各知识点进行详细讲解。同学们通过阅读这部分内容可以掌握基础、突破难点。

方法指导

在掌握本章基础知识之后,通过“数学思想”及“数学方法”这两个栏目,培养学生的数学素养,提高学生的解题能力。“综合解题指导”栏目选编经典例题并给出详细解题过程,使学生在解决综合题目的过程中掌握本章知识点、体会数学思想、掌握解题方法。“学习小结”栏目帮助学生回顾本章基础知识,总结学习心得。

高考链接

本部分以最新教学大纲为指导,设置“高考视点”,便于学生了解高考考纲对本章重点、难点知识的要求;“考题精选”选用最新三年高考真题,配有详细思路分析和解题过程,使学生认识高考真题的特点、考查方式及能力要求。

知识拓展

该部分将本章所学知识进行适当拓展,将教材中没有出现而在做题过程中经常用到的公式、推论等加以总结,以便学生拓展知识面、提高解题速度。

背景材料

该部分内容选用与本章知识相关的背景材料,以开阔学生视野,提高学生学习兴趣。

“基本算法设计”篇简要介绍算法的概念、数据结构以及 PASCAL 语言初步;“数学建模”篇通过对数学建模的介绍,帮助学生了解数学建模的意义,学会数学建模的方法;“开放性问题”篇概述开放性问题及其分类。

我们相信:通过本书学生学到的数学知识、培养的数学素养,对学生来说将是一笔受益终生的财富。

《高中数学教材知识资料包》编委会

2004 年 5 月 1 日

CONTENTS 目录

第一篇 集合与简易逻辑	
第一章 集合	1
第一部分 基础知识	1
第二部分 方法指导	3
第三部分 高考链接	6
第四部分 知识拓展	8
第五部分 背景材料	9
第二章 简易逻辑	13
第一部分 基础知识	13
第二部分 方法指导	15
第三部分 高考链接	18
第四部分 知识拓展	19
第五部分 背景材料	19
第二篇 函数	
第一章 映射与函数	20
第一部分 基础知识	20
第二部分 方法指导	27
第三部分 高考链接	35
第四部分 知识拓展	39
第五部分 背景材料	40
第二章 基本函数与方程	42
第一部分 基础知识	42
第二部分 方法指导	47
第三部分 高考链接	55
第四部分 知识拓展	56
第五部分 背景材料	58
第三章 任意角的三角函数	59
第一部分 基础知识	59
第二部分 方法指导	64
第三部分 高考链接	68
第四部分 知识拓展	69
第五部分 背景材料	69
第四章 两角和与差的三角函数	71
第一部分 基础知识	71
第二部分 方法指导	74
第三部分 高考链接	82
第四部分 知识拓展	85
第五部分 背景材料	85
第五章 三角函数的图像和性质	86
第一部分 基础知识	86
第二部分 方法指导	87
第三部分 高考链接	95
第四部分 知识拓展	97
第五部分 背景材料	98

第三篇 数列	
第一部分 基础知识	100
第二部分 方法指导	108
第三部分 高考链接	125
第四部分 知识拓展	130
第五部分 背景材料	131
第四篇 向量	
第一章 平面向量	135
第一部分 基础知识	135
第二部分 方法指导	139
第三部分 高考链接	149
第四部分 知识拓展	150
第五部分 背景材料	155
第二章 解斜三角形	156
第一部分 基础知识	156
第二部分 方法指导	157
第三部分 高考链接	165
第四部分 知识拓展	167
第五部分 背景材料	168
第三章 空间向量	169
第一部分 基础知识	169
第二部分 方法指导	172
第三部分 高考链接	181
第四部分 知识拓展	184
第五部分 背景材料	184
第五篇 不等式	
第一章 不等式的性质与定理	186
第一部分 基础知识	186
第二部分 方法指导	188
第三部分 高考链接	193
第四部分 知识拓展	194
第五部分 背景材料	194
第二章 不等式的证明	196
第一部分 基础知识	196
第二部分 方法指导	200
第三部分 高考链接	210
第四部分 知识拓展	213
第五部分 背景材料	213
第三章 不等式的解法	216
第一部分 基础知识	216
第二部分 方法指导	218
第三部分 高考链接	228
第四部分 知识拓展	230
第五部分 背景材料	230
第六篇 平面解析几何	
第一章 直线	231
第一部分 基础知识	231

CONTENTS 目录

第二部分	方法指导	234
第三部分	高考链接	248
第四部分	知识拓展	251
第五部分	背景材料	251
第二章	圆	255
第一部分	基础知识	255
第二部分	方法指导	259
第三部分	高考链接	271
第四部分	知识拓展	274
第五部分	背景材料	275
第三章	圆锥曲线方程	276
第一部分	基础知识	276
第二部分	方法指导	282
第三部分	高考链接	293
第四部分	知识拓展	301
第五部分	背景材料	302
第七篇	立体几何	
第一章	直线、平面	303
第一部分	基础知识	303
第二部分	方法指导	315
第三部分	高考链接	328
第四部分	知识拓展	332
第五部分	背景材料	333
第二章	简单几何体	334
第一部分	基础知识	334
第二部分	方法指导	337
第三部分	高考链接	349
第四部分	知识拓展	353
第五部分	背景材料	354
第八篇	排列、组合、二项式定理	
第一章	排列、组合	355
第一部分	基础知识	355
第二部分	方法指导	357
第三部分	高考链接	367
第四部分	知识拓展	368
第五部分	背景材料	370
第二章	二项式定理	373
第一部分	基础知识	373
第二部分	方法指导	374
第三部分	高考链接	378
第四部分	知识拓展	380
第五部分	背景材料	381
第九篇	概率与统计	
第一章	概率	382
第一部分	基础知识	382
第二部分	方法指导	385
第三部分	高考链接	392
第四部分	知识拓展	393
第五部分	背景材料	394
第二章	统计	396
第一部分	基础知识	396

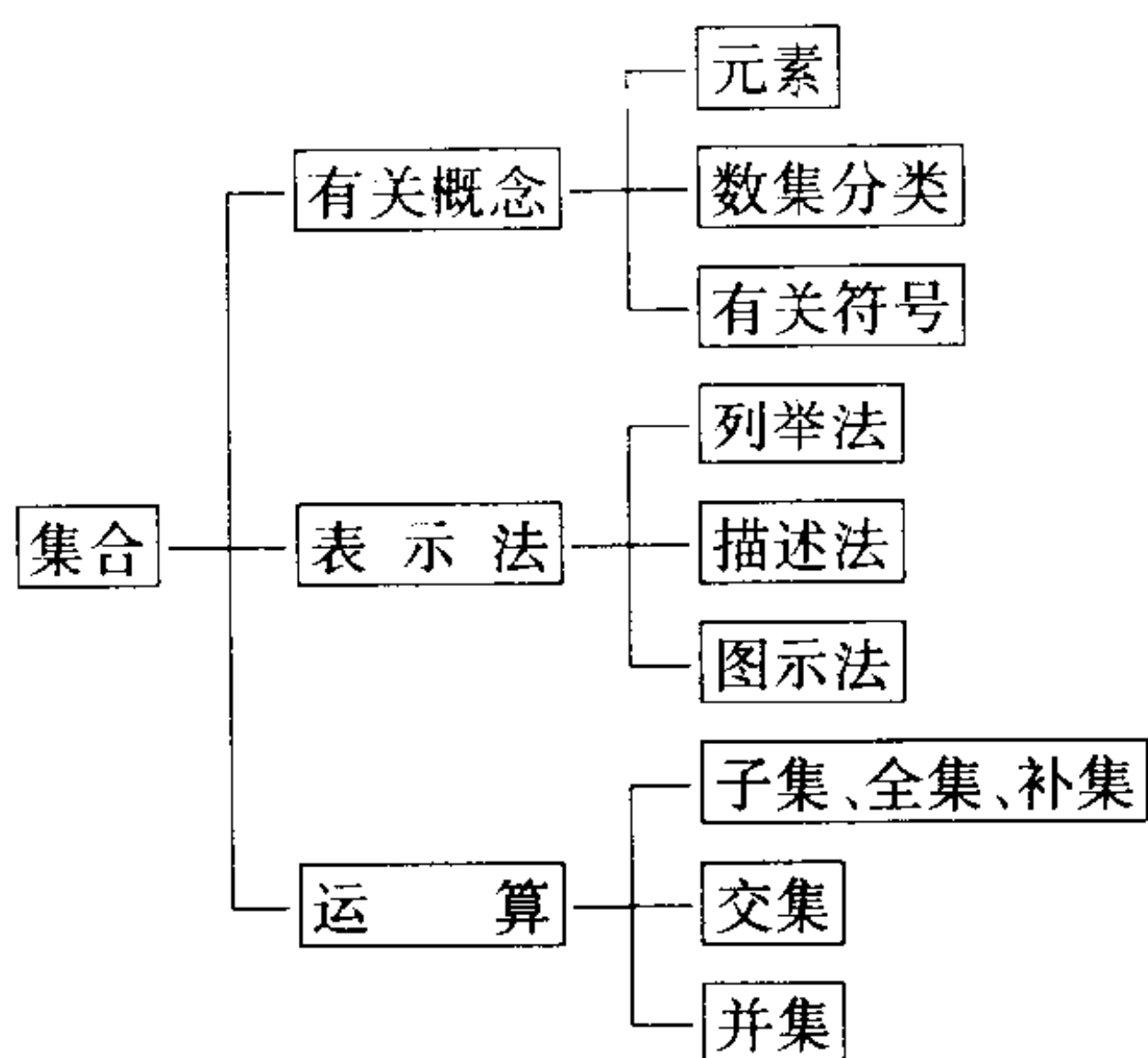
第二部分	方法指导	401
第三部分	高考链接	410
第四部分	知识拓展	411
第五部分	背景材料	412
第十篇	导数及其应用	
第一章	极限	414
第一部分	基础知识	414
第二部分	方法指导	417
第三部分	高考链接	427
第四部分	知识拓展	433
第五部分	背景材料	434
第二章	导数	435
第一部分	基础知识	435
第二部分	方法指导	438
第三部分	高考链接	452
第四部分	知识拓展	454
第五部分	背景材料	455
第十一篇	复数	
第一部分	基础知识	456
第二部分	方法指导	458
第三部分	高考链接	465
第四部分	知识拓展	467
第五部分	背景材料	468
第十二篇	基本算法设计	
第一章	算法	469
第二章	数据结构	471
第三章	PASCAL 语言	479
第十三篇	数学建模	
第一章	数学建模概论	494
第二章	数学建模分类	495
第三章	数学建模论文精选	518
第四章	高考应用题举例	531
第十四篇	开放性问题	
第一章	数学开放性问题概论	541
第二章	开放性问题分类	542
第十五篇	附录	
附录 1	希腊字母表	546
附录 2	计量单位简表	547
附录 3	常用符号表	556
附录 4	数学词汇中英文对照表	558
附录 5	中国数学史概略	563
附录 6	外国数学发展史概略	570
附录 7	数学家简介	573
附录 8	数学名题与猜想	585
附录 9	数学竞赛	589
附录 10	数学奖	592
附录 11	历届国际数学家大会简介	593

第一篇 集合与简易逻辑

第一章 集合

第一部分 基础知识

知识网络



基础点拨

一、公式定理展台

1. $A \subseteq A$.
2. $\emptyset \subseteq A$.
3. 若 $A \subseteq B, B \subseteq C$, 则 $A \subseteq C$.
4. 若 $A \subsetneq B, B \subsetneq C$, 则 $A \subsetneq C$.
5. $A \cap B = B \cap A$.
6. $A \cap B \subseteq A$.
7. $A \cap B \subseteq B$.
8. $A \cap \emptyset = \emptyset$.
9. $A \cup B = B \cup A$.
10. $A \subseteq A \cup B$.
11. $B \subseteq A \cup B$.
12. $A \cup \emptyset = A$.
13. $A \cap (\complement_S A) = \emptyset$.
14. $A \cup (\complement_S A) = S$.
15. $\complement_S (\complement_S A) = A$.

二、基础知识精析

1. 集合的概念

(1) 集合

集合是数学中最原始的概念之一,不能用其他的概念给它下定义,所以集合是不定义的概念,只能作描述性的说明.

(2) 集合的特性

构成集合的元素具有以下特征:

- ① 元素的确定性;
- ② 元素的互异性;
- ③ 元素的无序性(不考虑元素间的顺序).

(3) 集合的表示法

- ① 字母表示法;
- ② 列举法;
- ③ 描述法;
- ④ 图示法.

(4) 集合与元素间的关系

元素与集合间的关系是“属于”或“不属于”的关系,即元素 $a \in A$ 或 $a \notin A$,二者必居其一.

(5) 集合的分类

集合 $\left\{ \begin{array}{l} \text{按元素的} \\ \text{属性分} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{数集(元素是数)} \\ \text{点集(元素是点)} \\ \text{序数对(元素是有序数对)} \end{array} \right.$

集合 $\left\{ \begin{array}{l} \text{按元素的} \\ \text{多少分} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{有限集(元素个数是有限个)} \\ \text{无限集(元素个数是无限个)} \\ \text{空集(不含任何元素)} \end{array} \right.$

2. 集合与集合之间的关系

(1) 集合与集合之间的关系是包含、不包含、相等或真包含等关系. 符号“ $\subseteq$ ”表示包含,“ $\not\subseteq$ ”表示不包含,“ $=$ ”表示相等,“ $\subsetneq$ ”表示真包含.

(2) 集合与集合之间的“包含”与“相等”关系

对于两个集合 A 和 B ,如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,我们就说集合 A 包含于集合 B ,或者说集合 B 包含集合 A ,记作

$$A \subseteq B;$$

$$B \supseteq A.$$

当集合 A 不包含于集合 B 或集合 B 不包含集合 A 时,记作

$$A \not\subseteq B;$$

$$B \not\supseteq A.$$

对于两个集合 A 与 B ,如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,同时集合 B 的任何一个元素都是集合 A 的元素,我们就说集合 A 等于集合 B ,记作 $A = B$. 即若 $A \subseteq B$,又 $B \subseteq A$,则 $A = B$.

(3) 子集和真子集

①若 $A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$),则 A 是 B 的子集. 空集是任何集合的子集,即 $\emptyset \subseteq A$.

任何一个集合是它本身的子集,即 $A \subseteq A$.

②对于两个集合 A 与 B ,若 $A \subseteq B$,并且 $A \neq B$,则 A 是 B 的真子集,记作

$$A \subsetneq B \text{ (或 } B \supsetneq A).$$

空集是任何非空集合的真子集.

③若 $A \subseteq B, B \subseteq C$,则 $A \subseteq C$;

若 $A \subsetneq B, B \subsetneq C$,则 $A \subsetneq C$.

(4) 交集、并集、补集

①由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素组成的集合,叫做 A 与 B 的交集,记作 $A \cap B$,即

$$A \cap B = \{x | x \in A, \text{ 且 } x \in B\}.$$

A 与 B 的交集也可理解为由 A 和 B 的所有公共元素(不包含其他元素)组成的集合.

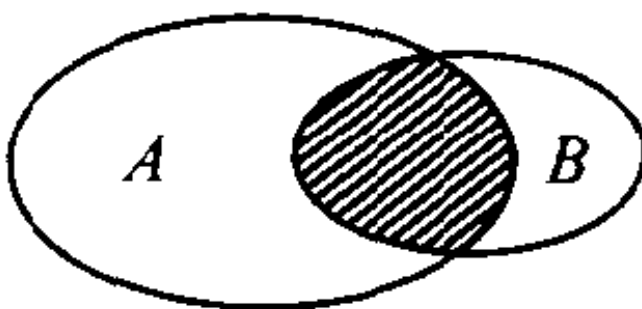


图 1-1-1

用图示法可表示成图 1-1-1 中的阴影部分.

②由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素组成的集合,叫做 A 与 B 的并集,记作 $A \cup B$,即

$$A \cup B = \{x | x \in A, \text{ 或 } x \in B\}.$$

A 与 B 的并集也可理解为由 A 和 B 的所有元素(不含其他元素)组成的集合.



图 1-1-2

用图示法可表示成图 1-1-2 中的阴影部分.

③设 S 是一个集合, A 是 S 的一个子集(即 $A \subseteq S$),由 S 中所有不属于 A 的元素组成的集合,叫做 S 中子集 A 的补集(或余集),记作 $\complement_S A$,即 $\complement_S A = \{x | x \in S, \text{ 且 } x \notin A\}$.

用图示法可表示成图 1-1-3 中的阴影部分.

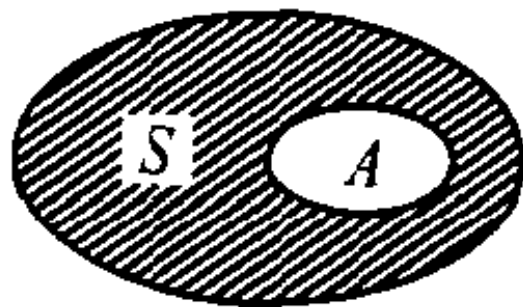


图 1-1-3

如果集合 S 含有我们所要研究的各个集合的全部元素,这个集合就可以看作一个全集.

第二部分 方法指导

数学思想

一、“数形结合”思想

认清集合的特征,准确地转化为图形关系,借助图形能够使问题得到直观具体的解决,因此要重视数形结合的思想方法的运用(如数轴、几何图形、韦氏图等).

例1 设全集 $U = \{x | 0 < x < 10, x \in \mathbf{N}^*\}$, 若 $A \cap B = \{3\}$, $A \cap (\complement_U B) = \{1, 5, 7\}$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{9\}$, 求集合 A, B .

分析: 所给集合是有限集时,首先要将全集 U 用列举法表示出来(具体化),然后画出韦氏图,采取“填数法”来解决.

解: $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

画出韦氏图(图 1-1-4),根据题意填数. 由图可得

$$A = \{1, 3, 5, 7\}, \\ B = \{2, 3, 4, 6, 8\}.$$

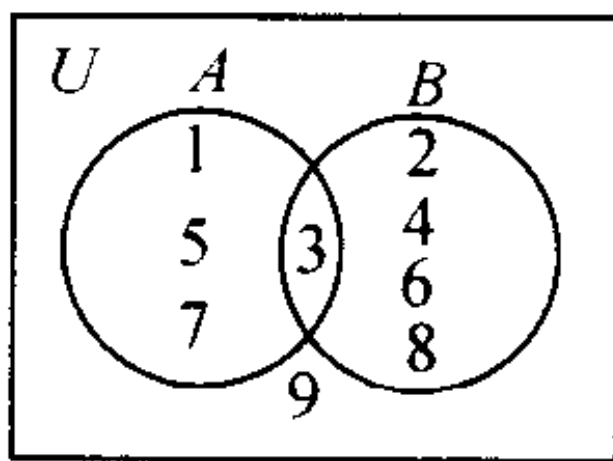


图 1-1-4

例2 某班期末考试,数学 90 分以上的有 18 人,物理 90 分以上的有 14 人,而数学与物理两科中至少有一科 90 分以上的有 22 人,求数学和物理两科都在 90 分以上的人数及只有数学 90 分以上和只有物理 90 分以上的人数.

分析: 对任意两个有限集合 A, B , 我们有 $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cap B)$. 在这里,我们把有限集合 A 的元素个数记作 $\text{card}(A)$. 对于有关集合中的元素个数问题,我们常用韦氏图来解决.

解: 设 $A = \{\text{数学 90 分以上的学生}\}$,

$B = \{\text{物理 90 分以上的学生}\}$.

则 $\text{card}(A) = 18, \text{card}(B) = 14,$

$\text{card}(A \cup B) = 22.$

$\therefore \text{card}(A \cap B) =$

$\text{card}(A) + \text{card}(B) -$

$\text{card}(A \cup B) = 18 + 14$

$- 22 = 10.$

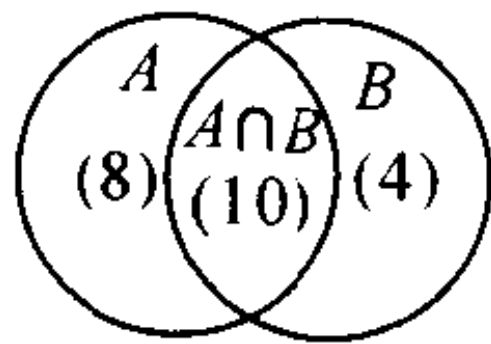


图 1-1-5

如图 1-1-5 为示意图的韦氏图.

在相应 $A \cap B$ 的区域里先填上 10, 再在 A 中不包括 $A \cap B$ 的区域里填上 8 [$\text{card}(A) - \text{card}(A \cap B) = 8$], 在 B 中不包括 $A \cap B$ 的区域里填上 4. 由图示可得: 数学和物理两科都在 90 分以上的有 10 人, 只有数学在 90 分以上的有 8 人, 只有物理在 90 分以上的有 4 人.

点拨: 图中所填 10 是表示元素的个数, 而不是元素, 我们特别加上括号, 以示区别.

例3 50 名学生报名参加 A, B 两项课外科技制作小组, 报名参加 A 组的人数是全体学生人数的五分之三, 报名参加 B 组的人数比报名参加 A 组的人数多 3 人, 两组都没有报名的人数是同时报名参加两组的人数的三分之一还多 1 人, 求同时报名参加 A, B 两组的人数及两组都没有报名的人数.

解: 易知参加 A 组和 B 组的人数分别为 30 和 33, 如图 1-1-6 所示, 设集合 $A \cap B$ 的元素个数为 x , 则由方程

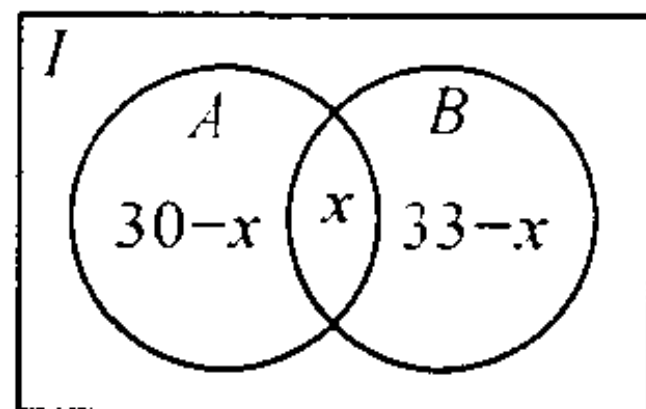


图 1-1-6

$$(30 - x) + x + (33 - x) + \left(\frac{1}{3}x + 1\right) = 50$$

可解得

$$x = 21, \frac{1}{3}x + 1 = 8.$$

答: 同时报名参加 A, B 两组的人数为 21 人, 两组都没有报名的人数为 8 人.

二、补集思想

对于某些问题, 如果从正面求解较困难, 则可考虑先求解问题的反面, 采用“正难则反”的解题策略. 具体地说, 就是将研究对象的全体视为全集, 求出使问题反面成立的集合 A , 则 A 的补集即为所求.

例4 已知集合 $A = \{x | x^2 - 4mx + 2m + 6 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 若 $A \cap \mathbf{R}^- \neq \emptyset$, 求实数 m 的取值范围 ($\mathbf{R}^-$ 表示负实数集, $\mathbf{R}^+$ 表示正实数集, 下同).

分析: 集合 A 是方程

$$x^2 - 4mx + 2m + 6 = 0 \quad ①$$

的实数解组成的集合, $A \cap \mathbf{R}^- \neq \emptyset$ 意味着方程①的根有: (i) 两负根; (ii) 一负根、一零根; (iii) 一负根、一正根三种情况. 分别求解相当麻烦. 上述三种情况虽可概括为方程①的较小的根

$$\frac{4m - \sqrt{(-4m)^2 - 4(2m + 6)}}{2} < 0,$$

但求解此不等式也并不简单. 如果考虑 $A \cap \mathbf{R}^- \neq \emptyset$ 的反面 $A \cap \mathbf{R}^- = \emptyset$, 则可先求方程①的两根均非负时 m 的取值范围, 然后运用补集思想求解 $A \cap \mathbf{R}^- \neq \emptyset$ 时 m 的取值范围.

解: 设全集

$$U = \{m \mid \Delta = 16m^2 - 8m - 24 \geq 0\} \\ = \left\{m \mid m \leq -1 \text{ 或 } m \geq \frac{3}{2}\right\}.$$

方程 $x^2 - 4mx + 2m + 6 = 0$ 的二根均非负的充要条件是

$$\begin{cases} m \in U, \\ 4m \geq 0, \\ 2m + 6 \geq 0, \end{cases}$$

上式等价于 $m \geq \frac{3}{2}$,

$\therefore A \cap \mathbf{R}^- = \emptyset$ 时, 实数 m 的取值范围为

$$\left\{m \mid m \geq \frac{3}{2}\right\}.$$

$\therefore A \cap \mathbf{R}^- \neq \emptyset$ 时, 实数 m 的取值范围为

$$\{m \mid m \leq -1\}.$$

三、分类讨论思想

它是根据数学对象本质属性的相同点和不同点, 确定划分标准, 进行分类, 然后对每一类分别进行求解, 并综合得出答案的一种数学思想. 在划分中要求始终使用同一个标准, 这个标准应该是科学的、合理的, 要满足互质、无漏、最简的原则.

例5 数集 $X = \{(2n+1)\pi, n \text{ 是整数}\}$ 与数集 $Y = \{(4k \pm 1)\pi, k \text{ 是整数}\}$ 之间的关系是().

- A. $X \subsetneq Y$ B. $X \supsetneq Y$
C. $X = Y$ D. $X \neq Y$

分析1: 根据题意应从集合的包含、相等、不等的概念出发, 考查集合与集合之间的关系.

解法1: $\because \{2n+1, n \in \mathbf{Z}\} = \{\text{奇数}\}$,
而 $4k \pm 1$ ($k \in \mathbf{Z}$) 必为奇数,
 $\therefore X \supseteq Y$. ①

反之, 当 $n \in \mathbf{Z}$ 时, $x = (2n+1)\pi$.

若 n 为奇数, 即 $n = 2k-1$ ($k \in \mathbf{Z}$),
则 $x = (4k-1)\pi$.

若 n 为偶数, 即 $n = 2k$ ($k \in \mathbf{Z}$),
则 $x = (4k+1)\pi$,

$\therefore X \subseteq Y$. ②

由①、②可得 $X = Y$. 故选 C.

分析2: 欲考查集合 X 与 Y 的关系, 可以从 X 与 Y 的元素入手.

解法2: k, n 取整数时

$$X = \{\dots, -5\pi, -3\pi, -\pi, \pi, 3\pi, 5\pi, \dots\}, \\ Y = \{\dots, -5\pi, -3\pi, -\pi, \pi, 3\pi, 5\pi, \dots\}, \\ Y = X. \text{ 选 C.}$$

点拨: 判定集合与集合间的关系, 基本方法可归纳为判定元素与集合的关系.

例6 已知 $A = \{x \mid -2 \leq x \leq a\}$, $B = \{y \mid y = 2x+3, x \in A\}$, $C = \{z \mid z = x^2, x \in A\}$, 若 $C \subseteq B$, 试求 a 的值.

分析: 关键在于求出集合 B 与 C , 然后分情况讨论解决.

解: 根据题意, 有 $-2 \leq x \leq a$,

$$\therefore -1 \leq y = 2x+3 \leq 2a+3,$$

$$0 \leq z = x^2 \leq \max\{(-2)^2, a^2\}.$$

(1) 当 $a \geq 2$ 时, $a^2 \geq 4$,

$$\therefore 0 \leq z \leq a^2, \text{ 而 } C \subseteq B.$$

$$\therefore a^2 \leq 2a+3, \text{ 即有 } -1 \leq a \leq 3,$$

$$\therefore 2 \leq a \leq 3.$$

(2) 当 $-2 \leq a < 2$ 时, $a^2 \leq 4$,

$$\therefore 0 \leq z \leq 4,$$

$$\therefore C \subseteq B, \therefore 4 \leq 2a+3,$$

$$\therefore a \geq \frac{1}{2}, \therefore \frac{1}{2} \leq a < 2.$$

由(1)、(2)可知 $\frac{1}{2} \leq a \leq 3$.

点拨: 解集合问题时, 对集合元素的准确识别十分重要, 不允许有半点错误, 否则必将导致解题的失败.

数学方法

一、图示法

例1 设 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 且 $A \subsetneq U$, $B \subsetneq U$, $A \cap B = \{2\}$, $(\complement_U A) \cap B = \{4\}$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{1, 5\}$, 则下列结论正确的是().

- A. $3 \in A, 3 \in B$
B. $3 \in (\complement_U A), 3 \in B$
C. $3 \in A, 3 \in (\complement_U B)$
D. $3 \in (\complement_U A), 3 \in (\complement_U B)$

分析: 由 A 可知, $3 \in A \cap B$, 与题设 $A \cap B = \{2\}$ 矛盾; 由 B 应有 $3 \in (\complement_U A) \cap B$, 与题设 $(\complement_U A) \cap B = \{4\}$ 矛盾; 由 D 应有 $3 \in (\complement_U A) \cap (\complement_U B)$, 与题设 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{1, 5\}$ 矛盾. 故本题选择 C.

本题也可运用韦氏图解答. 由图 1-1-7 易知, $3 \in A, 3 \in (\complement_U B)$. 故选择 C.

二、分析法

例2 同时满足 (1) $M \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$,

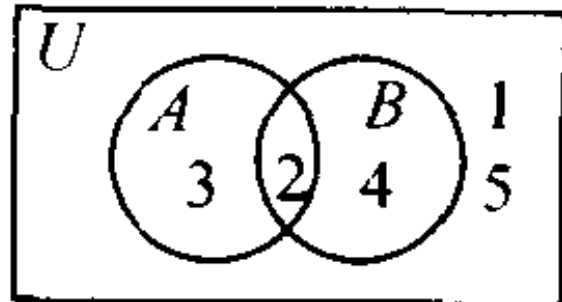


图 1-1-7

(2) 若 $a \in M$, 则 $6 - a \in M$ 的非空集合 M 有().

A. 32 个 B. 15 个 C. 7 个 D. 6 个

分析: 正确理解题目中两个已知条件给出的符号语言, 找出这两个条件的内在联系, 即 M 的元素是 $1, 2, 3, 4, 5$ 中的一部分或全部, 并且 $a \in M$, 那么 $6 - a$ 也应在集合 M 中.

解: 由已知条件, 集合 M 中的元素必须具备两个条件, 不妨设 $1 \in M$, 那么 $6 - 1 = 5$, 也同时为 M 中的元素, 由此可知 $M = \{1, 5\}$, 同理可推 $\{2, 4\}, \{3\}, \{1, 5, 2, 4\}, \{1, 5, 3\}, \{2, 4, 3\}, \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 都满足题设. 故选 C.

综合解题指导

例 1 设集合 $A = \{y | y = x^2 + ax + 2, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{(x, y) | y = x^2 + ax + 2, x \in \mathbf{R}\}$, 试求出参数 $a = -2$ 时的集合 A 和 B .

分析: 代表元素是决定一个集合的完全标志, 尽管集合 A 和 B 都是由等式 $y = x^2 + ax + 2$ 刻画的, 但由于代表元素不同, 所以它们是不同的集合. 对于每个常数 a , 集合 A 表示二次函数 $y = x^2 + ax + 2$ 的值域, 代表元素是该函数的任意一个函数值; 集合 B 表示抛物线 $y = x^2 + ax + 2$ 上的点集, 代表元素是该抛物线上的任意一点, 二者不可混为一谈.

解: 当 $a = -2$ 时,

$$y = x^2 + ax + 2$$

$$= x^2 - 2x + 2$$

$$= (x - 1)^2 + 1 \geq 1,$$

$$\therefore A = \{y | y \geq 1\},$$

$$B = \{(x, y) | y = x^2 - 2x + 2, y \geq 1\}.$$

又由 $x^2 - 2x + 2 - y = 0$, 得

$$x = 1 \pm \sqrt{y - 1}.$$

$$\therefore B = \{(1 + \sqrt{y - 1}, y), y \geq 1\} \cup \{(1 - \sqrt{y - 1}, y), y \geq 1\}.$$

例 2 设集合 $A = \{a | a = 3n + 2, n \in \mathbf{Z}\}$, 集合 $B = \{b | b = 3k - 1, k \in \mathbf{Z}\}$, 试判断 A 与 B 的关系.

分析: 在用描述法表示集合时, 我们只关心集合元素的实际取值, 而不限其具体表述形式. 例如, 我们认为 $\{x | x = 2a + 1, a \in \mathbf{Z}\} = \{y | y = 2b + 1, b \in \mathbf{Z}\}$, 而不区分字母 x, y, a, b 的差异.

解: 设 $a \in A$, 则

$$a = 3n + 2 = 3(n + 1) - 1.$$

$$\therefore n \in \mathbf{Z},$$

$$\therefore n + 1 \in \mathbf{Z},$$

$$\therefore a \in B, A \subseteq B.$$

又设 $b \in B$, 则

$$b = 3k - 1 = 3(k - 1) + 2.$$

$$\therefore k \in \mathbf{Z},$$

$$\therefore k - 1 \in \mathbf{Z},$$

$$\therefore b \in A, B \subseteq A.$$

综上所述, $A = B$.

点拨: 在说明 $a \in B$ 或 $b \in A$ 的过程中, 变(或凑)形式是关键.

例 3 已知集合 $A = \{x | -x^2 + 3x + 10 \geq 0\}$, $B = \{x | m + 1 \leq x \leq 2m - 1\}$. 若 $B \subseteq A$, 求实数 m 的取值范围.

解: 由 $-x^2 + 3x + 10 \geq 0$, 得 $-2 \leq x \leq 5$.

$$\therefore A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}.$$

(1) 若 $B \neq \emptyset$, 则 $m + 1 \leq 2m - 1$,

即 $m \geq 2$.

由已知, 得

$$B \subseteq A \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2, \\ m + 1 \geq -2, \\ 2m - 1 \leq 5, \end{cases}$$

$$\therefore 2 \leq m \leq 3.$$

(2) 若 $B = \emptyset$, 则 $m + 1 > 2m - 1$,

即 $m < 2$. 此时, 仍有 $B \subseteq A$.

由(1)、(2), 得 $m \leq 3$.

例 4 已知集合 $A = \{x | x^2 + (a + 2)x + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$. 若 $A \cap \mathbf{R}^+ = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

解: $A \cap \mathbf{R}^+ = \emptyset$ 等价于方程

$$x^2 + (a + 2)x + 1 = 0$$

没有实根(即 $A = \emptyset$)或者只有非正实根.

(1) 若 $A = \emptyset$, 则方程

$$x^2 + (a + 2)x + 1 = 0$$

无实数根,

$$\Delta = (a + 2)^2 - 4 < 0,$$

$$\therefore -4 < a < 0.$$

(2) 若方程 $x^2 + (a + 2)x + 1 = 0$ 只有非正实数根, 则

$$\begin{cases} \Delta = (a + 2)^2 - 4 \geq 0, \\ -(a + 2) \leq 0, \end{cases}$$

$$\therefore a \geq 0.$$

由(1)、(2), 得 $a > -4$.

例 5 已知 $A = \{x | x^2 + 2x - 8 = 0\}$,

$$B = \{x | \log_2(x^2 - 5x + 8) = 1\},$$

$$C = \{x | x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\},$$

若 $A \cap C = \emptyset, B \cap C \neq \emptyset$, 求实数 a 的值.

解: 由已知解得 $A = \{2, -4\}, B = \{2, 3\}$.

$$\therefore A \cap C = \emptyset,$$

$$\therefore 2 \notin C, -4 \notin C.$$

$$\text{又 } B \cap C \neq \emptyset,$$

$$\therefore 3 \in C,$$

$$\therefore 3^2 - 3a + a^2 - 19 = 0.$$

$$\therefore a = -2 \text{ 或 } a = 5.$$

$$\text{当 } a = -2 \text{ 时, } C = \{3, -5\},$$

$$\text{满足 } A \cap C = \emptyset;$$

$$\text{当 } a = 5 \text{ 时, } C = \{2, 3\},$$

$$A \cap C = \{2\} \neq \emptyset, \text{ 故 } a = 5 \text{ 为增根.}$$

$$\text{因此, } a = -2 \text{ 为所求.}$$

例6 已知 $A = \{x | x^2 + px - 12 = 0\}$, $B = \{x | x^2 + qx + r = 0\}$, 且 $A \neq B$, $A \cup B = \{-3, 4\}$, $A \cap B = \{-3\}$, 求 p, q, r 的值.

分析: 解决这类方程解集间关系问题时, 一是要注意根的定义及韦达定理的运用; 二是要注意集合运算及元素与集合的关系; 三是要注意集合中元素的互异性.

$$\text{解: } \because A \cap B \subseteq A \text{ 而 } A \cap B = \{-3\},$$

$$\therefore -3 \in A.$$

$$\text{同理, } -3 \in B.$$

$$\text{由根的定义, 得 } 9 - 3p - 12 = 0.$$

$$\therefore p = -1,$$

$$\therefore A = \{-3, 4\}.$$

$$\text{又 } A \cup B = \{-3, 4\} = A,$$

$$\therefore B \subseteq A, \text{ 而 } A \neq B,$$

$$\therefore B \subsetneq A.$$

$$\text{由 } -3 \in B, \text{ 可知 } B = \{-3\}.$$

$$\therefore \text{方程 } x^2 + qx + r = 0 \text{ 有二重根 } -3.$$

$$\text{由韦达定理, 可得}$$

$$q = 6, r = 9.$$

学习小结

一、解答集合问题, 首先要正确理解集合的有关概念, 特别是集合中元素的三要素; 对于用描述法给出的集合 $\{x | x \in P\}$, 要紧紧抓住竖线前面的代表元素 x 以及它所具有的性质 P ; 要重视发挥图示法的作用, 通过数形结合直观地解决问题.

二、正确理解集合交、并、补的意义是熟练地进行集合运算的基础. 在运算时, 应首先化简给定的集合.

三、为了使集合的交、并、补关系直观形象地显示而利于运算, 要十分重视数形结合思想的运用. 如数集之间的运算常常借助于数轴进行, 而一般集合往往借助于韦氏图来解决. 用韦氏图讨论集合的关系, 具有化抽象为具体的功能.

四、注意集合性质的应用, 如 $\complement_U(A \cap B) = (\complement_U A) \cup (\complement_U B)$, $\complement_U(A \cup B) = (\complement_U A) \cap (\complement_U B)$, $A \cap B = A \Leftrightarrow A \subseteq B$, $A \cup B = B \Leftrightarrow A \subseteq B$. 另外, 要熟记“一个含 n 个元素的有限集合的所有子集是 2^n 个”这一重要结论.

有关集合的高考试题体现了集合在中学数学中的基础性与工具作用, 难度不大, 要求概念清楚, 会正确表示集合.

第三部分 高考链接

高考视点

主要考查集合概念和运算.

集合是每年高考的一个内容, 考查方式是集合本身的知识, 也可以是以集合为载体而考其他数学知识, 前者往往是较易的选择题, 后者常常是中档题.

考题精选

例1 (2004 · 全国文理 · 1) 设集合 $M = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$, $N = \{(x, y) | x^2 - y^2 = 0, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$, 则集合 $M \cap N$ 中元素的个数为().

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

分析: $\because M = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$ 表示的是圆, $N = \{(x, y) | x^2 - y^2 = 0, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$ 表示的是抛物线, 所以 $M \cap N$ 中的元素是圆与抛物线的交点, 列方程组 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ x^2 - y^2 = 0. \end{cases}$ 整理得 $x^4 + x^2 - 1 = 0$, 解之得 $x =$

$\pm \sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$, 方程组有两解, 所以 $M \cap N$ 中元素的个数为 2, 所以选 B. 另外, 画出图形, 不用解方程组也很容易得到正确答案 B.

例2 设集合为 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | x^2 - 5x - 6 > 0\}$, $B = \{x | |x - 5| < a\}$ (a 是常数), $11 \in B$, 则().

A. $(\complement_U A) \cup B = U$ B. $A \cup (\complement_U B) = U$

C. $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) = U$ D. $A \cup B = U$

分析: 本题考查集合的知识和一元二次不等式、绝对值不等式的解法及分析问题的能力.

$$\text{集合 } A = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 6\}.$$

$$\therefore B \neq \emptyset,$$

$$\therefore a > 0, B = \{x | 5 - a < x < 5 + a\}.$$