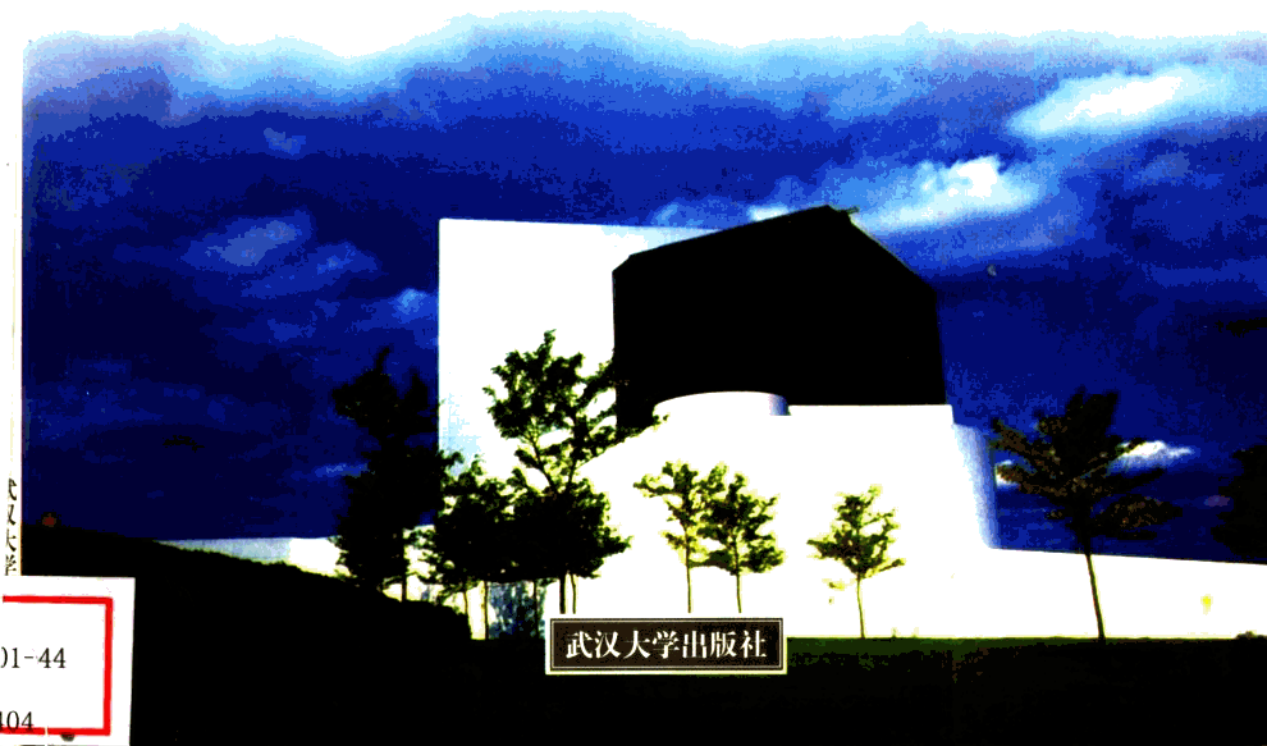


材料力学 试题解答与分析

秦惠民 安学敏



武汉大学出版社

01-44

104

全国高等教育自学考试

材料力学试题解答与分析

秦惠民 安学敏

武汉大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

材料力学试题解答与分析/秦惠民, 安学敏编. —武汉: 武汉大学出版社,
1999. 1

全国高等教育自学考试

ISBN 7-307-02700-3

I 材…

II ①秦… ②安…

III 材料力学—高等学校—自学考试—试题—分析

IV TB301-44

武汉大学出版社出版发行

(430072 武昌 珞珈山)

湖北省京山县印刷厂印刷

(431800 湖北省京山县新市镇京源大道 58 号)

1999 年 1 月第 1 版 1999 年 1 月第 1 次印刷

开本: 787×1092 1/16 印张: 8.375

字数: 196 千字 印数: 1—3000

ISBN 7-307-02700-3/TB·4 定价: 10.00 元

本书如有印装质量问题, 请寄承印厂调换

前 言

《材料力学试题解答与分析》是根据广大自学者的要求,并配合全国高等教育自学考试组编本教材《材料力学》和辅导教材《材料力学自学指导》(均由武汉大学出版社出版)而编写的。本书介绍了近几年来国内若干省、市自学考试开考过的一些材料力学试题,每套试题均作了较详细的分析与解答,对一些容易混淆或容易出现错误的问题,作了必要的解释与说明。

自学者在读过自考教材和辅导教材后,通过这些试题(包括题量、题型和题的难易程度),除具体了解本门课程的自学考试要求外,还可以此进行一次全面的自我检查。对不足之处,结合教材和本书中的分析与解答,再进一步对症下药,深入学习,就能更好地掌握本门课程。

书中各套试题均为有关省、市开考过的试题,其中,除对某些印刷错误和个别略欠严谨处稍加改动外,其余均保留了原试题。

本书除供自学者参考外,也可供社会助学单位的辅导教师和普通高等工科院校的学生参考。

书中不妥之处,敬请同行和读者指正。

编 者 1998.5

目 录

试卷一解答与分析	(1)
试卷二解答与分析	(13)
试卷三解答与分析	(24)
试卷四解答与分析	(35)
试卷五解答与分析	(46)
试卷六解答与分析	(61)
试卷七解答与分析	(75)
试卷八解答与分析	(84)
试卷九解答与分析	(97)
试卷十解答与分析	(109)
试卷十一解答与分析	(118)

试卷一解答与分析

一、单项选择题(每小题 2 分,共 10 分)

在每小题的备选答案中,选出一个正确答案,将正确答案的序号填入括号内。

1. 矩形截面, C 为形心(图 1-1), 阴影面积对 z 轴的静矩为 $S_z(A)$, 其余面积对 z 轴的静矩为 $S_z(B)$, $S_z(A)$ 与 $S_z(B)$ 间的关系为()。

- A. $S_z(A) < S_z(B)$;
- B. $S_z(A) > S_z(B)$;
- C. $S_z(A) = S_z(B)$;
- D. $S_z(A) = -S_z(B)$ 。

答案: (D)

根据静矩的定义, 矩形截面对 z 轴的静矩为

$$S_z = S_z(A) + S_z(B)$$

因 z 轴通过形心, 截面对 z 轴的静矩等于零, 即

$$S_z(A) + S_z(B) = 0$$

从而有

$$S_z(A) = -S_z(B)$$

2. 正方形截面细长压杆, 若截面的边长由 a 增大到 $2a$ 后仍为细长杆(其他条件不变), 则杆的临界力是原来临界力的()。

- A. 2 倍;
- B. 4 倍;
- C. 8 倍;
- D. 16 倍。

答案: (D)

细长压杆(即大柔度)的临界力公式为

$$P_{lj} = \frac{\pi^2 EJ_z}{(\mu l)^2}$$

在杆的截面尺寸改变(其他条件不变)时, 只是式中的 J_z 值不同。当正方形截面的边长由 a 变为 $2a$ 时, 惯性矩 J_z 值为

$$J_z = \frac{(2a)^4}{12} = 16 \cdot \left(\frac{a^4}{12} \right)$$

故此时杆的临界力是原来的 16 倍。

3. 各槽形截面悬臂梁受横向力 P 作用如图 1-2 所示, 图中 y, z 轴为截面的形心主轴, K 为弯曲中心。产生平面弯曲的是()。

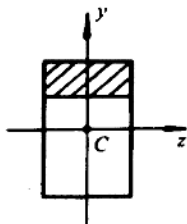


图 1-1

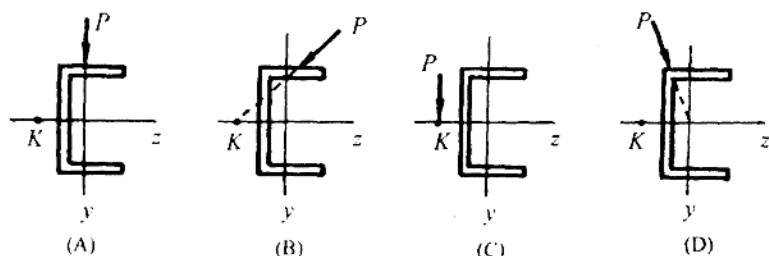
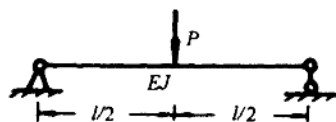


图 1-2

答案: (C)

当横向力 P 通过弯曲中心并与形心主轴平行时(图 1-2C),为平面弯曲;当横向力 P 通过弯曲中心但不与形心主轴平行时(图 1-2B),为斜弯曲;当横向力 P 不通过弯曲中心但与形心主轴重合或平行时(图 1-2A),为平面弯曲与扭转的组合;当横向力 P 不通过弯曲中心又不与形心主轴重合或平行时(图 1-2D),为斜弯曲与扭转的组合。

4. 能使图 1-3 示简支梁中弹性变形能增大一倍的情况是()。



- A. 荷载增大一倍;
- B. 跨度增大一倍;
- C. 弹性模量减小一半;
- D. 截面高度减小一半。

答案: (C)

图 1-3

计算图 1-3 示梁中的弹性变形能时,要用下面公式

$$U = \int_0^l \frac{M^2(x)}{2EI} dx$$

由该式可知,弯曲变形能 U 与材料的弹性模量 E 成反比,当 E 值减小一半时, U 值增大一倍。

答案: (A)、(B)、(D)之所以不对,是因为 U 与荷载 P 和梁的跨度 l 均不成正比关系,与截面高度不成反比关系。

5. 长度和横截面积均相同的两杆,一根为钢杆,另一为铝杆,在相同的轴向拉力 P 作用下()。

- A. $\sigma_{\text{铝}} = \sigma_{\text{钢}}$, $\Delta l_{\text{铝}} > \Delta l_{\text{钢}}$;
- B. $\sigma_{\text{铝}} = \sigma_{\text{钢}}$, $\Delta l_{\text{铝}} < \Delta l_{\text{钢}}$;
- C. $\sigma_{\text{铝}} > \sigma_{\text{钢}}$, $\Delta l_{\text{铝}} > \Delta l_{\text{钢}}$;
- D. $\sigma_{\text{铝}} < \sigma_{\text{钢}}$, $\Delta l_{\text{铝}} < \Delta l_{\text{钢}}$ 。

答案: (A)

应力 $\sigma = \frac{N}{A} = \frac{P}{A}$ 与材料无关,杆的伸长量 $\Delta l = \frac{Nl}{EA}$ 与材料有关,铝的 E 值小于钢的,故正确答案为 A。

二、填空题(每小题 2 分,共 10 分)

1. 图 1-4 示轴向受拉杆中,外力 P 、横截面积 A 、弹性模量 E 、横向变形系数(泊松比) μ 均为已知, AB 段的横向线应变 $\epsilon' =$ _____。

答案: $-\frac{2\mu}{AE} \cdot P$

AB 段横截面上的正应力为 $\sigma = \frac{2P}{A}$, 依虎克定律 $\sigma = E\epsilon$, AB 段各点的轴向线应变为

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{2P/A}{E} = \frac{2P}{EA}$$

横向线应变与轴向线应变的关系为 $\epsilon' = -\mu\epsilon$, 从而得

$$\epsilon' = -\mu\epsilon = -\frac{2\mu}{EA} \cdot P$$

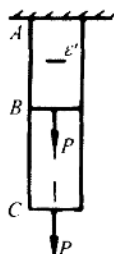


图 1-4

2. 图 1-5 示钉受拉力 P 作用, 该钉头部的剪应力 $\tau =$ _____, 挤压应力 $\sigma_{jy} =$ _____。

答案: $\frac{P}{\pi dh}$; $\frac{4P}{\pi(D^2 - d^2)}$

3. 已知图 1-6(a) 所示梁 B 截面的挠度为 $\frac{ql^4}{8EJ}$, 转角为 $\frac{ql^3}{6EJ}$, 则图(b) 所示梁 C 截面的转角 $\theta_c =$ _____。

答案: $\frac{ql^3}{8EJ}$

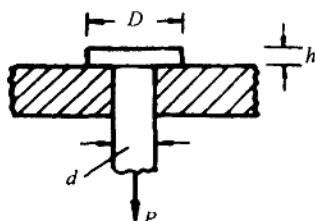


图 1-5

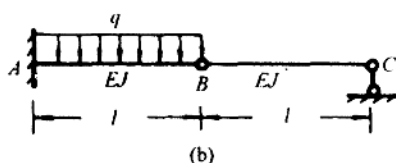
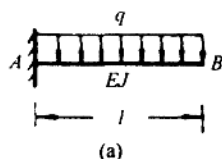


图 1-6

梁变形后如图 1-7 所示, 即 AB 梁变弯, BC 梁仍为直梁(各截面的转角相同)。因变形是微小的, 故 y_B, θ_C, l 间的关系为

$$y_B = l \cdot \theta_C$$

从而有

$$\theta_C = \frac{y_B}{l} = \frac{ql^4}{8EJ \cdot l} = \frac{ql^3}{8EJ}$$

应注意: B 处为铰, 其左侧截面(属 AB 梁)和

右侧截面(属 BC 梁)的转角是不相等的, 不能得出 $\theta_C = \theta_B = \frac{ql^3}{6EJ}$ 的错误结果。

4. 用第三强度理论校核图 1-8 示点的强度时, 其相当应力 $\sigma_{xds} =$ _____。

答案: 2τ

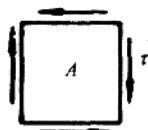


图 1-8

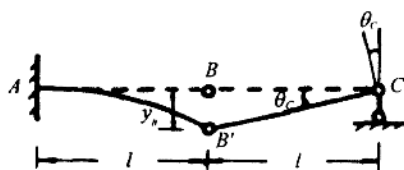


图 1-7

A 点处的三个主应力分别为 $\sigma_1 = \tau$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = -\tau$, 第三强度理论的相当应力为

$$\sigma_{rd3} = \sigma_1 - \sigma_3 = \tau - (-\tau) = 2\tau$$

5. 圆形与正方形截面的两根梁, 若两者的横截面积、材料均相同, 从弯曲强度考虑, 则截面比较合理。

答案: 正方形

三、绘图题(共 20 分)

1. 绘出图 1-9 示圆杆的扭矩图(4 分)。
2. 绘出下列梁的剪力图和弯矩图(每题 8 分)。

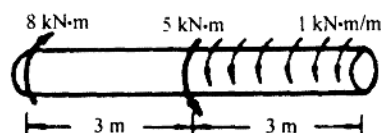


图 1-9

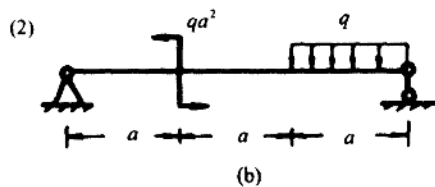
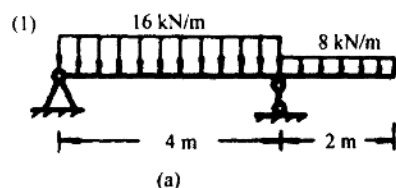


图 1-10

答案: 如图 1-11 所示

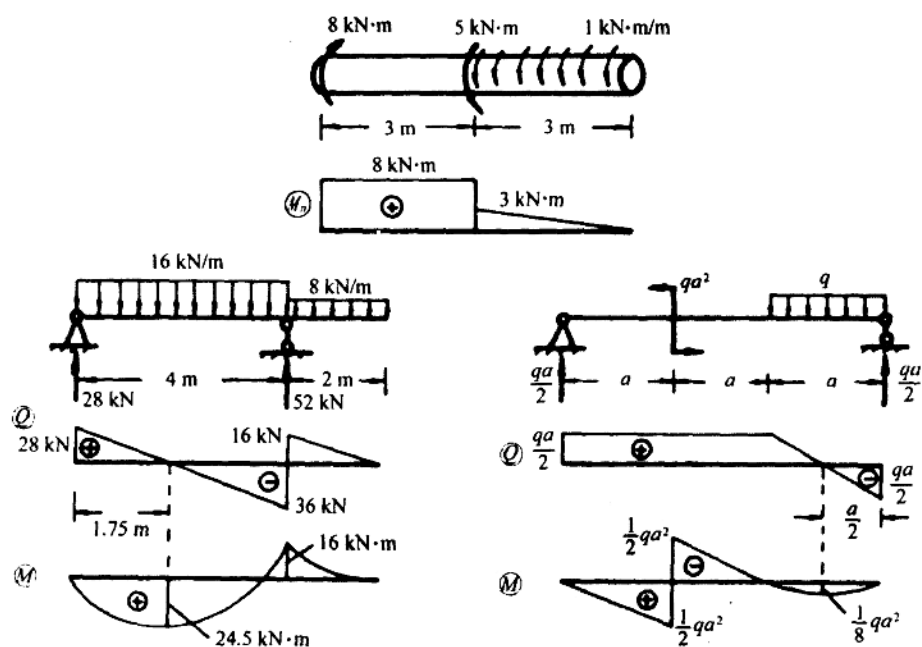


图 1-11

四、 计算题(每题 6 分,共 60 分)

1. 图 1-12 示结构中,刚性杆 AB 由三根杆吊在水平位置,已知各杆的抗拉刚度均为 EA ,试求 P 作用下各杆的轴力。

答案: $N_1 = N_3 = \frac{P}{4}$; $N_2 = 2N_1 = \frac{P}{2}$

解: 该结构为一次超静定,应分别列出平衡方程和补充方程,再联立解之。

取水平刚性杆 AB 为平衡对象,其受力图如图 1-13 所示,其平衡方程为

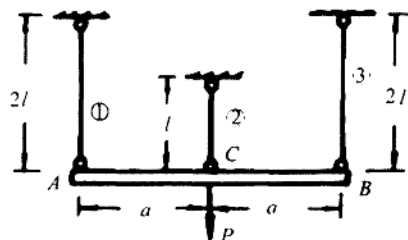


图 1-12

$$\sum Y = 0, \quad N_1 + N_2 + N_3 - P = 0 \quad (1)$$

$$\sum M_C = 0, \quad N_3 \cdot a - N_1 \cdot a = 0 \quad (2)$$

结构是对称的,各种变形后,刚性杆 AB 仍保持水平,由②杆和③杆伸长量相等,建立如下的补充方程

$$\Delta L_2 = \Delta L_3$$

$$\frac{N_2 l}{EA} = \frac{N_3 (2l)}{EA} \quad (3)$$

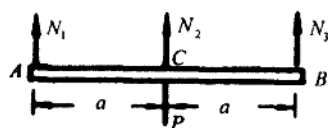


图 1-13

由(1)、(2)、(3)解得

$$N_1 = N_3 = \frac{P}{4} \quad N_2 = 2N_1 = \frac{P}{2}$$

2. 图 1-14 所示矩形截面简支梁中, P 、 a 、 b 、 h 均为已知,试求 D 左侧截面上 K 点的正应力和剪应力。

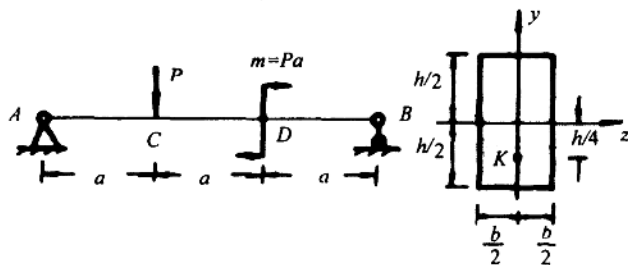


图 1-14

答案: $\sigma_K = \frac{Pa}{bh^2}$ (压); $\tau_K = \frac{3P}{4bh}$

解: 梁的剪力图和弯矩图如图 1-15 中所示, D 左侧截面上的剪力和弯矩分别为 $-\frac{2}{3}P$ 和 $-\frac{1}{3}Pa$,该截面上 K 点的正应力和剪应力分别为

$$\sigma_K = \frac{MD_K}{J_z} \cdot y_K = \frac{\frac{1}{3}Pa}{\frac{1}{12}bh^3} \cdot \frac{h}{4} = \frac{Pa}{bh^2} \quad (\text{压应力})$$

$$\tau_K = \frac{2S_z}{J_z b} = \frac{\frac{2}{3}P \left(b \cdot \frac{h}{4} \right) \cdot \frac{3}{8}h}{\frac{1}{12}bh^3 \cdot b} = \frac{3P}{4bh}$$

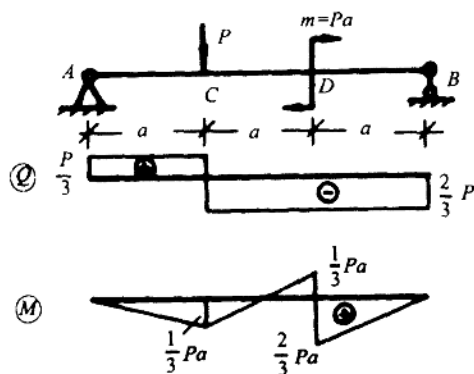


图 1-15

3. 试求图 1-16 示梁 C 截面的挠度 y_C 。

答案: $y_C = \frac{2Pl^3}{13EJ}$

解: C 截面的挠度用积分法或叠加法均可求得, 题中没有指明用什么方法, 做题时应以简便为好。对此题来说, 显然, 利用题后的附表, 用叠加法简便。

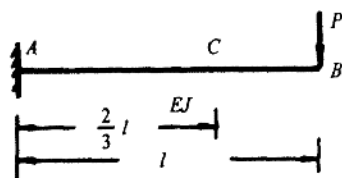


图 1-16

将外力 P 平移到 C 处并附加一力矩

m , m 值为 $P \cdot \frac{l}{3}$ 。对 AC 段梁的变形来说, 图 1-17(b) 所示的受力情况与图 1-17(a) 所示的受力情况完全等效。在图 1-17(b) 中, P 和 m 单独作用下 C 截面的挠度分别为

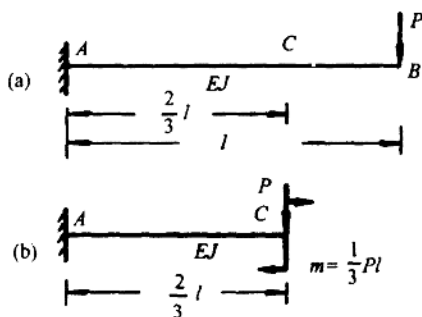


图 1-17

$$y_{C1} = \frac{P \cdot \left(\frac{2}{3}l \right)^3}{3EJ} = \frac{8Pl^3}{81EJ}$$

$$y_{C2} = \frac{m \cdot \left(\frac{2}{3}l \right)^2}{2EJ} = \frac{\frac{1}{3}Pl \left(\frac{2}{3}l \right)^2}{2EJ}$$

$$= \frac{2Pl^3}{27EJ}$$

P 、 m 共同作用下 C 截面的挠度则为

$$y_C = y_{C1} + y_{C2} = \frac{8Pl^3}{81EJ} + \frac{2Pl^3}{27EJ} = \frac{2Pl^3}{13EJ}$$

4. T 形截面外伸梁受力如图 1-18 所示, 已知截面对中性轴 (z) 的惯性矩 $J_z = 4 \times 10^7 \text{ mm}^4$, $y_1 = 140 \text{ mm}$, $y_2 = 60 \text{ mm}$, 试求梁中横截面上的最大拉应力, 并指明其所在位置。

答案: $\sigma_{\max}^t = 35 \text{ MPa}$

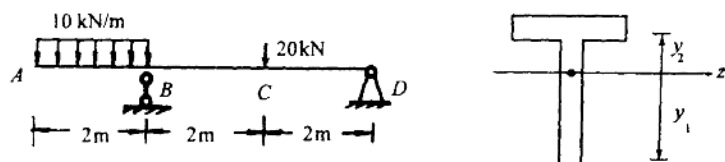


图 1-18

解：首先画出梁的弯矩图，如图 1-19 中所示。

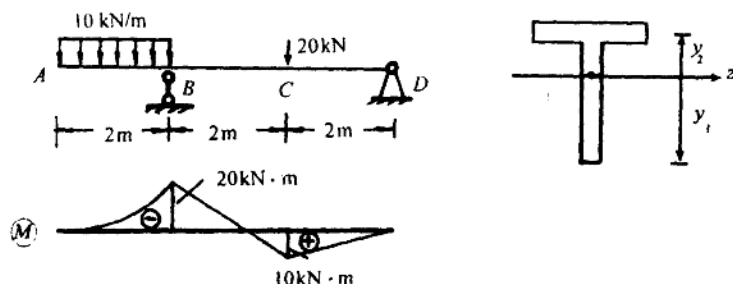


图 1-19

因截面为 T 形，其中性轴到上、下边缘的距离不等，且梁中正、负弯矩都存在，所以应对 B、C 两截面上的最大拉应力进行比较。B 截面上最大拉应力发生在上边缘（负弯矩），C 截面上最大拉应力发生在下边缘（正弯矩），它们分别为

$$B \text{ 截面} \quad \sigma_{\max}^B = \frac{M_B}{J_z} \cdot y_2$$

$$C \text{ 截面} \quad \sigma_{\max}^C = \frac{M_C}{J_z} \cdot y_1$$

上两式中， $M_C \cdot y_1 > M_B \cdot y_2$ ，故梁中的最大拉应力为

$$\sigma_{\max}^C = \frac{M_C}{J_z} \cdot y_1 = \frac{10 \times 10^3}{4 \times 10^{-5}} \times 0.14 = 35 \times 10^6 \text{ Pa}$$

其位置在 C 截面的下边缘各点处。

5. 矩形截面梁受力如图 1-20 所示，已知 $P = 3 \text{ kN}$ ， $l = 2 \text{ m}$ ， $b = 30 \text{ mm}$ ， $h = 45 \text{ mm}$ ， $E = 2 \times 10^5 \text{ MPa}$ ，试求固端截面 K 点沿轴向的线应变 ϵ_K 。

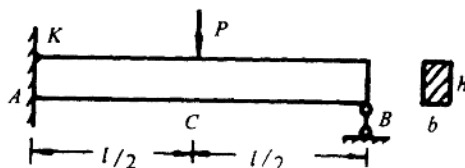


图 1-20

答案: $\epsilon_K = 0.555 \times 10^{-3}$

解: 此题为超静定问题, 应首先解超静定梁, 然后求出 K 点的正应力, 再依虎克定律求 K 点的轴向线应变。

(1) 解超静定梁

取图 1-21(a) 所示的简支梁为基本静定梁 (A 处附加一约束反力矩 m)。该梁在 P 和 m 作用下 A 截面的转角分别为

$$\theta_{A1} = \frac{Pl^2}{16EJ} \quad \text{和} \quad \theta_{A2} = -\frac{ml}{3EJ}$$

原梁 A 截面转角为零, 故 θ_{A1} 与 θ_{A2} 之和为零, 即

$$\theta_A = \theta_{A1} + \theta_{A2} = 0$$

$$\frac{Pl^2}{16EJ} - \frac{ml}{3EJ} = 0$$

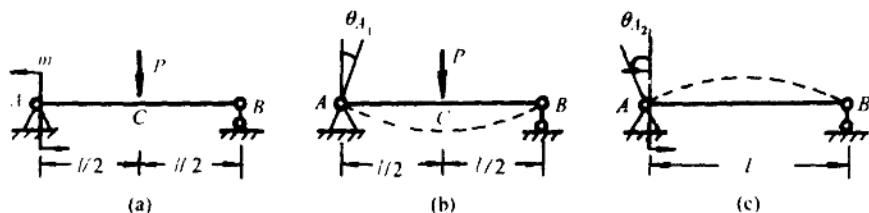


图 1-21

从而得

$$m = \frac{3}{16}Pl$$

(2) 求 K 点的轴向线应变

固端横截面上 K 点的正应力为

$$\sigma_K = \frac{m}{W_z} = \frac{\frac{3}{16}Pl}{\frac{1}{6}bh^2} = \frac{\frac{3}{16} \times 3 \times 10^3 \times 2}{\frac{1}{6} \times 0.03 \times 0.045^2} = 111 \times 10^6 \text{ Pa}$$

K 点为单向应力状态, 依虎克定律 K 点的轴向线应变为

$$\epsilon_K = \frac{\sigma}{E} = \frac{111 \times 10^6}{2 \times 10^5 \times 10^6} = 0.555 \times 10^{-3}$$

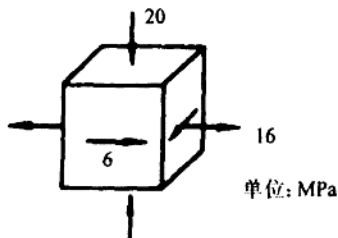


图 1-22

6. 某点的应力状态如图 1-22 所示, 试求该点的主应力和最大剪应力。

答案: $\sigma_1 = 18 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = -2 \text{ MPa}$, $\sigma_3 = -20 \text{ MPa}$; $\tau_{\max} = 19 \text{ MPa}$ 。

解: 该点为空间应力状态, 存在三个主应力。因单元体的上、下面上没有剪应力, 故知其为主平面, 该面上的正应力 (20 MPa) 就是该点的主应力之一。另两个主应力则按图

1-23(b) 示的平面应力状态求之 (图 1-23b 相当于图 1-23a 的俯视图), 即

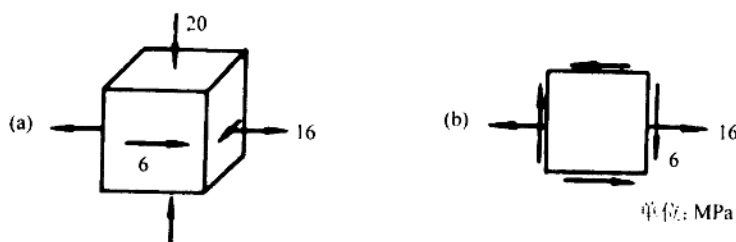


图 1-23

$$\begin{cases} \sigma'_{\pm} = \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_x^2} = \frac{16}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{16}{2}\right)^2 + 6^2} = \begin{cases} 18 \text{ MPa} \\ -2 \text{ MPa} \end{cases} \end{cases}$$

按代数值排列, 该点的三个主应力分别为

$$\sigma_1 = 18 \text{ MPa}, \quad \sigma_2 = -2 \text{ MPa}, \quad \sigma_3 = -20 \text{ MPa}.$$

该点的最大剪应力为

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{18 + 20}{2} = 19 \text{ MPa}$$

7. 圆形截面杆受力如图 1-24 所示, 当用强度理论校核固端截面 A 点的强度时, 试写出第三强度理论的相当应力。

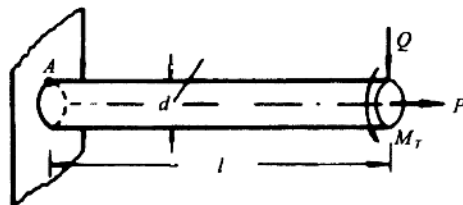


图 1-24

$$\text{答案: } \sigma_{rd3} = \sqrt{\left(\frac{4P}{\pi d^2} + \frac{32Ql}{\pi d^3}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{16M_T}{\pi d^3}\right)^2}$$

解: 该杆在 P, Q, M_T 作用下发生拉、弯、扭组合变形, A 点处存在着由 P 和 Q 引起的正应力及 M_T 引起的剪应力。该点的应力状态如图 1-25 所示。

P 与 Q 引起的 A 点的正应力分别为

$$\begin{aligned} \sigma'_x &= \frac{P}{A} = \frac{P}{\frac{1}{4}\pi d^2} = \frac{4P}{\pi d^2} \\ \sigma''_x &= \frac{M_z}{W_z} = \frac{Ql}{\frac{1}{32}\pi d^3} = \frac{32Ql}{\pi d^3} \end{aligned}$$

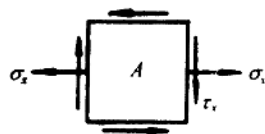


图 1-25 中的 σ_x 是 σ'_x 与 σ''_x 之和, 即

图 1-25

$$\sigma_x = \sigma'_x + \sigma''_x = \frac{4P}{\pi d^2} + \frac{32Ql}{\pi d^3}$$

由 M_T 引起的 A 的剪应力为

$$\tau_x = \frac{M_n}{W_T} = \frac{M_T}{\frac{1}{16}\pi d^3} = \frac{16M_T}{\pi d^3}$$

K 点的三个主应力分别为

$$\sigma_1 = \sigma'_\pm = \frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_x^2}$$

$$\sigma_3 = \sigma''_\pm = \frac{\sigma_x}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_x^2}$$

$$\sigma_2 = 0$$

第三强度理论的相当应力为

$$\sigma_{rd3} = \sigma_1 - \sigma_3 = 2 \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_x^2} = \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau_x^2}$$

将上面的 σ_x 和 τ_x 代入, 则有

$$\sigma_{rd3} = \sqrt{\left(\frac{4P}{\pi d^2} + \frac{32Ql}{\pi d^3}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{16M_T}{\pi d^3}\right)^2}$$

8. 轴向受压的正方形截面柱, 在中部开一槽如图 1-26 所示, 试求杆开槽前与开槽后最大压应力的比值。

答案: 1:8

解: 没开槽前杆为轴向压缩, 横截面上的压应力为

$$\sigma' = -\frac{P}{a^2}$$

开槽后, 槽口部分则是偏心压缩, 其受力相当于图 1-27(b) 所示的情况, 此时横截面上的最大压应力为

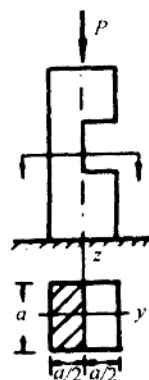


图 1-26

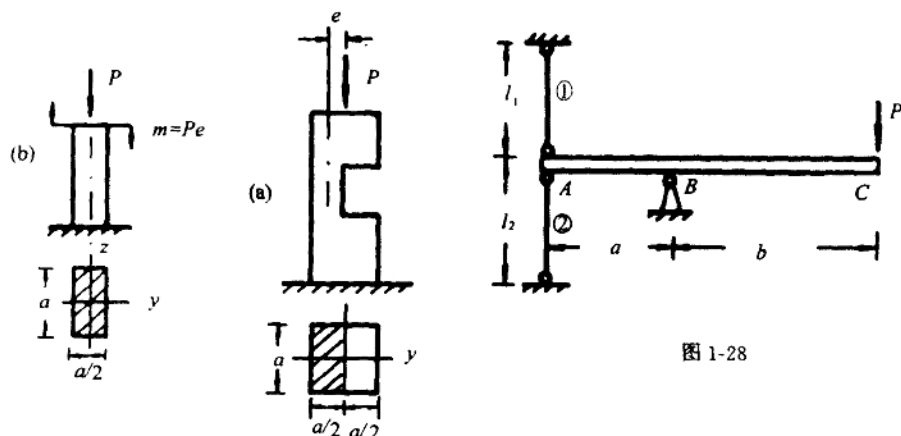


图 1-28

图 1-27

$$\sigma'' = -\frac{P}{A} - \frac{Pe}{W_c} = -\frac{P}{\frac{1}{2}a^2} - \frac{P \cdot \frac{a}{4}}{\frac{1}{6}a\left(\frac{a}{2}\right)^2} = -8 \cdot \frac{P}{a^2}$$

显然

$$\frac{\sigma'}{\sigma''} = \frac{1}{8}$$

即开槽前与开槽后杆中最大压应力的比值为 1:8。

9. 图 1-28 示结构中, AC 为刚性杆, ①杆的抗压刚度为 E_1A_1 , 抗弯刚度为 E_1J_1 , ②杆的抗拉刚度为 E_2A_2 , 试求细长压杆①失稳时的 P 值。

答案: $P = \frac{a}{b} \cdot \frac{\pi^2 E_1 J_1}{l_1^2} \left(1 + \frac{E_2 A_2}{E_1 A_1} \cdot \frac{l_1}{l_2} \right)$

解: 该结构为一次超静定。 P 作用下①杆受压, ②杆受拉, 考虑 AC 杆为平衡对象, 其受力图如图 1-29 所示。由平衡方程

$$\sum M_B = 0, \quad (N_1 + N_2) \cdot a - P \cdot b = 0$$

得

$$P = \frac{a}{b} (N_1 + N_2) \quad (a)$$

当①杆受的压力达到该杆的临界力时, 该杆失稳, 此时内力 N_1 为

$$N_1 = P_{ij} = \frac{\pi^2 E_1 J_1}{l_1^2} \quad (b)$$

现需求出 $N_1 = P_{ij}$ 时的 N_2 值。 N_1 与 N_2 间的关系由下列补充方程求得

$$\Delta l_1 = \Delta l_2$$

$$\frac{N_1 l_1}{E_1 A_1} = \frac{N_2 l_2}{E_2 A_2}$$

$$N_2 = \frac{E_2 A_2}{E_1 A_1} \cdot \frac{l_1}{l_2} \cdot N_1 = \frac{E_2 A_2}{E_1 A_1} \cdot \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{\pi^2 E_1 J_1}{l_1^2} \quad (c)$$

将 (b)、(c) 代入 (a) 式, 便得①杆失稳时的 P 值, 即

$$\begin{aligned} P &= \frac{a}{b} (N_1 + N_2) \\ &= \frac{a}{b} \left(\frac{\pi^2 E_1 J_1}{l_1^2} + \frac{E_2 A_2}{E_1 A_1} \cdot \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{\pi^2 E_1 J_1}{l_1^2} \right) \\ &= \frac{a}{b} \cdot \frac{\pi^2 E_1 J_1}{l_1^2} \left(1 + \frac{E_2 A_2}{E_1 A_1} \cdot \frac{l_1}{l_2} \right) \end{aligned}$$

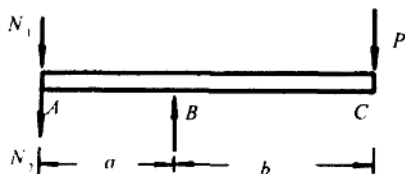


图 1-29

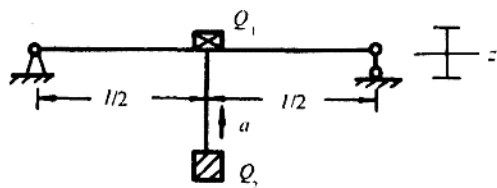


图 1-30

10. 一起重设备放在工字型钢梁上,已知起重设备的重量 $Q_1=1.6\text{kN}$,起吊重物的重量 $Q_2=6\text{kN}$, $l=6\text{m}$,工字钢的型号为 $20a$,其 $W_z=237\text{cm}^3$ 。当重物以匀加速度 $a=2\text{ m/s}^2$ 向上提升时,求梁中的最大正应力。

答案: $\sigma_{\max}=55.8\text{ MPa}$

解: 用动静法将加速运动体转化为静止问题,即在重物上加与加速度方向相反的惯性力 $\left(\frac{Q_2}{g} \cdot a\right)$ 后,重物变为静止体(图 1-31a)。此时梁的受力情况如图 1-31(b)所示, P 值为

$$P=Q_1+Q_2\left(1+\frac{a}{g}\right)=1.6+6\times\left(1+\frac{2}{9.8}\right)=8.82\text{kN}$$

梁内的最大正应力为

$$\sigma_{\max}=\frac{M_{\max}}{W_z}=\frac{\frac{1}{4}Pl}{W_z}=\frac{\frac{1}{4}\times 8.82\times 10^3\times 6}{237\times 10^{-6}}=55.8\times 10^6\text{Pa}$$

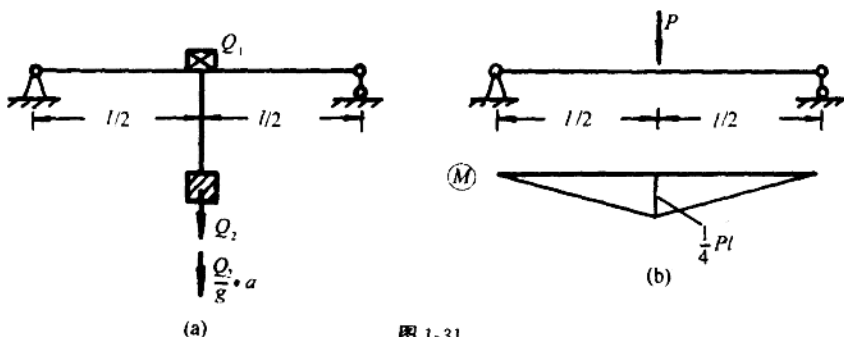


图 1-31

附表

	$\theta_B=\frac{Pl^2}{2EJ}$	$y_B=\frac{Pl^3}{3EJ}$
	$\theta_B=\frac{ml}{EJ}$	$y_B=\frac{ml^2}{2EJ}$
	$\theta_A=\frac{Pl^2}{16EJ}$	$y_C=\frac{Pl^3}{48EJ}$
	$\theta_A=\frac{ml}{3EJ}$	$\theta_B=-\frac{ml}{6EJ}$