

通

THE WAY TO HARVARD

哈向佛



六年级

小学数学 全新解析与训练

主 编/陶文中
副主编/张 燕

 海豚出版社



小学数学全新解析与训练

六年级

主 编 陶文中
副主编 张 燕



海豚出版社

图书在版编目(CIP)数据

小学数学全新解析与训练. 三年级 / 陶文中主编.
北京: 海豚出版社, 2004

(通向哈佛)

ISBN 7-80138-401-6

I. 小… II. 陶… III. 数学课—小学—教学参考资料 IV.G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 066381 号

责任编辑: 王笃霞

责任印刷: 何章云

● 小学数学全新解析与训练 ●

六年级

出 版 海豚出版社

地 址 北京百万庄大街 24 号 邮政编码 100037

电 话 (010)68326332

传 真 (010)68993503

经 销 各地新华书店

印 刷 北京雷杰印刷有限公司

开 本 大 32 开(889×1194mm)

版 次 2004 年 8 月第 1 版第 1 次印刷

标准书号 ISBN 7-80138-401-6

定 价 18.00 元

版权所有 侵权必究

*** 写在前面的话 ***

这本《小学数学全新解析与训练》是为提高小学生数学素质而编写的数学课外辅导读物。

本书四个特点

第一 编写理念新。本书编写努力体现《数学课程标准》提出的“突出体现基础性、普及性和发展性”的基本理念。关注学生个体差异,各部分内容都编排了三种水平的例题和练习题,以满足不同的学生在数学上不同的发展需要。

第二 编写内容新。全书各单元内容均以《数学课程标准》规定的内容标准为基础加以拓展和适当深化,源于教材,高于教材。

第三 呈现方式新。本书在内容呈现上贯串“问题引入、基础知识简要说明、例题、反思、练一练”五步结构,并在每册书最后集中配备了习题,并附有答案与提示。

第四 解析思路新。书中对每个例题的解题方法分析,不是直接讲一着一式怎么做,而是着眼于学生数学思维能力培养,启迪学生数学思考。本套书分三、四、五、六年级分册共四册。参加本套书编写的人员都是教学经验丰富,多年从事小学数学奥林匹克竞赛辅导工作的教师。参与编写的人员有:赵娟、栗哲、彭卫、陶文中、宋秀兰、陈林、王晓霞、许会、张燕、刘江。在此,谨表示诚挚的感谢。

书中如有疏漏或错误之处,欢迎读者指正。

使用说明

◆ **本书知识结构** 数与代数——空间与图形——统计与概率——综合应用

◆ **每节内容结构** 问题引入——基础知识简要说明——例题——反思——练一练——练习题

使用建议

1. 例题和练习题中的**水平1**为初级水平,是相应年级学生应该达到的基本水平,是教材例题的拓展;**水平2**为中级水平,相当于教材中的思考题难度;**水平3**是高级水平,相当于教材内容的提高和深化。其中相当一部分题目为竞赛题水平。对发展高层次思维能力很有益处。

2. 对每个单元中编排的不同水平的例题和练习题,希望同学们以循序渐进的方式认真阅读和练习,当然也可以根据自己情况选择使用。

3. 对于例题的学习,提倡先自己独立思考,能自己做的自己做,在此基础上再看书上介绍的方法。另外,书中所介绍的各种解题方法不一定是全部和最好的解法。提倡探求多种解法与反思。

4. 书中的练习题可以作为自测题用,以检验你对这一节内容掌握的程度。

陶文中

2004年7月

目 录



一、小数的四则混合

运算..... 001

●小数的四则混合运算...001

●应用问题..... 006



二、分数加法和减法

..... 011

●分数加减混合运算..... 011

●分数与小数加减混合运算
..... 017

●应用问题..... 023



三、图形的面积029

●组合图形的面积..... 029



四、简易方程037

●等式的性质与简易方程的
求解..... 037

●应用问题..... 043



五、轴对称图形和中

心对称图形..... 049

●认识轴对称图形..... 049

●认识中心对称图形..... 054



六、分数乘法和除法

..... 062

●分数乘除混合运算..... 062

●分数、小数四则混合运算

..... 067



七、图形的折叠.....072

●包装盒的平面展开图... 072

●包装盒的材料利用率... 078



八、比和比例.....089

●比和百分数..... 089

●比例性质..... 095

●正比例与应用..... 100

●反比例与应用 105



九、圆和圆的周长与

面积..... 112

●圆的周长与应用112

●圆的面积与应用123



十、统计与可能性134

●折线统计图与应用.....134

●简单的可能性问题.....146



十一、竞赛题选讲...154

●最大与最小 154

●最佳策略 162

各章练习题及答案

..... 173~252



小数乘法和除法

小数的四则混合运算

一棵树价值多少钱？

印度的达斯教授曾对一棵树的身价作过专门估算。他认为，计算一棵树的价值应该从以下三个方面计算：

1. 每年平均释放 1 吨氧气，50 年生产氧气的价值为 31250 美元，同时防止空气污染的价值达 62500 美元。

2. 防止水土流失，增加土壤肥力，所生产的价值为 68750 美元。

3. 为牲畜遮风挡雨，提供鸟类筑巢栖息地，促进生物多样性方面所产生的价值约为 31250 美元，同时创造动物蛋白的价值约为 2500 美元。

三项加起来，总共多少美元呢？请同学们算一算。这还不包括大树每年结果所产生的价值和调节气候、美化环境的价值等，更没有将它活到 100 年甚至更长时间所产生的价值考虑进去。如果把这些都算进去，需要用到哪些方法计算呢？

基础知识简要说明

- 小数四则混合运算的顺序与整数四则混合运算顺序相同。
- 小数乘法具有整数乘法的运算律。
- 小数乘法和除法具有整数乘法和除法的运算性质。

例题

水平 1

例 1 计算 $9.75+99.75+999.75+0.25\times 3$

解 1 $9.75+99.75+999.75+0.25\times 3$

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 9+0.75+99+0.75+999 \\ &\quad +0.75+0.75 \\ &= (9+99+999)+0.75\times 4 \\ &= 1107+3=1110 \end{aligned}$$

解 2 原式 $= 9+0.75+99+0.75+999$

$$\begin{aligned} &\quad +0.75+0.75 \\ &= (9+99+999)+0.75\times 4 \\ &= [(9+1)+(99+1)+(999+1) \\ &\quad -3]+3 \\ &= 10+100+1000-3+3 \\ &= 1110 \end{aligned}$$



思路

把 9.75、99.75、999.75 转化为 $9+0.75$ 、 $99+0.75$ 、 $999+0.75$ ，又因为 $0.25\times 3=0.75$



思路

还可以把 $(9+99+999)$ 转化为 $[(9+1)+(99+1)+(999+1)-3]$ ，再计算。

你还有别的解法吗？
看看下面的方法，你能说出它的思路吗？



解 3 原式 $= (10-0.25)+(100-0.25)+(1000-0.25)+(1-0.25)$
 $= (10+100+1000+1)-0.25\times 4$
 $= 1111-1=1110$

例 2 计算 $10.99+7.65\times 2.4+11.64$

解 原式 $= 10.99+18.36+11.64$
 $= 10.99+(18.36+11.64)$
 $= 10.99+30$
 $= 40.99$



思路

把 18.36 和 11.64 结合在一起，相加得整数 30。

还有别的算法吗？



水平 2

例 3 $12.5 \times 6.7875 + 1.25 \times 678.75 + 0.125 \times 533.75$



$$\begin{aligned} \text{原式} &= 1.25 \times 67.875 + 1.25 \times \\ &\quad 678.75 + 1.25 \times 53.375 \\ &= 1.25 \times (67.875 + 678.75 + \\ &\quad 53.375) \\ &= 1.25 \times 800 \\ &= 1000 \end{aligned}$$



思路

观察题目的算式结构和数字特点，题目中三个算式里分别含有 12.5、1.25、0.125，发现有相同的数字，可以运用积不变的性质，进行转化，逆用乘法分配律进行计算。

把 12.5、1.25、0.125 进行转化是解题的关键。

水平 3

例 4 从 199.9 这个数里减去 25.3 以后，再加上 24.4，然后再减去 25.3，再加上 24.4，……这样一直算下去，减到第几次，得数恰好等于 0. (第十五届“迎春杯”决赛试题改编)



$$\begin{aligned} \text{由于} & (199.9 - 25.3) \div (25.3 - 24.4) \\ &= 194 \end{aligned}$$



思路

从 199.9 第一次减去 25.3 后，得数为 174.6，因为第二次减 25.3 之前先加 24.4，所以实际等于减去 $(25.3 - 24.4) = 0.9$ ，以后各次减 25.3 之前都先加 24.4，也就是减去 0.9。

所以，按规定算下去，减到第 195 次，得数恰好等于 0。

反思

小数四则混合运算的简便方法基本上与整数相同。在四则混合运算中，有时其中的一部分可以用简便方法计算，有时在做了一两步后可以进行简便计算，所以在运算时，一定要认真观察算式的特点，每做一步都要细心观察，尽可能使用简便方法计算，这样不仅能使计算迅速、准确，而且还可以使思维变得灵活。

练一练

水平1

1. 计算 $19.99 \times 19.98 - 19.98 \times 19.97$
2. 计算 $0.49 \times 1.21 \times 16.9$
3. 计算 $9.83 \times (3.8 - 2.3) + 1.5 \times 6.17$

水平2

4. 计算 $[(35.16 \times 25 + 38.42 \div 2) \times 0.5 - 1.63 - 2.37] \div 0.25$

练一练

答案与提示

水平1

1. 0.3996 提示 原式 $= 19.99 \times 19.98 - 19.98 \times 19.97$
 $= 19.98 \times (19.99 - 19.97)$
 $= 19.98 \times 0.02$
 $= 0.3996$

2. 1.002001 提示 把 0.49 分解为 0.7×0.7 ，1.21 分解为 1.1×1.1 ，1.69 分解为 1.3×1.3 ，再根据 $7 \times 11 \times 13 = 1001$ 这一特点，进行简算。



$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= 0.7 \times 0.7 \times 1.1 \times 1.1 \times 1.3 \times 1.3 \\
 &= (0.7 \times 1.1 \times 1.3) \times (0.7 \times 1.1 \times 1.3) \\
 &= 1.001 \times 1.001 \\
 &= 1.002001
 \end{aligned}$$

3.24 提示 先计算 $3.8 - 2.3 = 1.5$ ，再逆用乘法分配律，使计算简便。

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= 9.83 \times 1.5 + 1.5 \times 6.17 \\
 &= (9.83 + 6.17) \times 1.5 \\
 &= 16 \times 1.5 \\
 &= (10 + 6) \times 1.5 \\
 &= 10 \times 1.5 + 6 \times 1.5 \\
 &= 15 + 9 \\
 &= 24
 \end{aligned}$$

水平2

4. 提示 ①把除以2转化为乘以0.5，把除以0.25转化为乘以4。②先不计算括号中的数，直接用乘法分配律进行计算。③算式展开后，根据数的特征进行简算。

$$\begin{aligned}
 \text{解 原式} &= [(35.16 \times 25 + 38.42 \times 0.5) \times 0.5 - 4] \times 4 \\
 &= [35.16 \times 25 \times 0.5 + 38.42 \times 0.5 \times 0.5 - 4] \times 4 \\
 &= 35.16 \times 25 \times 0.5 \times 4 + 38.42 \times 0.5 \times 0.5 \times 4 - 4 \times 4 \\
 &= 1758 + 38.42 - 16 \\
 &= 1780.42
 \end{aligned}$$



应用问题

三角尺、圆规、钢笔的单价是多少元？

数学课上需要三角尺、圆规、钢笔。小明到商店去买，回来的路上遇到了小丽，小丽问小明三角尺、圆规、钢笔的单价是多少元？小明对小丽讲，三角尺、圆规、钢笔一共花了 11.80 元，11 付三角尺的价钱等于 2 把圆规的价钱；3 把圆规和 1 支钢笔一共是 11.30 元，算一算三角尺、圆规、钢笔的单价各是多少元？

基础知识简要说明

一般来说，应用题没有固定的数量关系和固定的解题模式。解答应用题时要具体问题具体分析，在认真审题、理解题意的基础，理清已知条件与所求问题之间的数量关系，从而确定解题方法，对于比较复杂的问题，可以运用图示法、假设法、移多补少法、转化法等帮助分析。

图示法 运用线段或其它图形把复杂、隐蔽的条件形象地表现出来，可以使我们比较容易地找出数量关系，理清思路，得出解法。

假设法 通过假设来改变题目的条件，使问题变得容易解决，最后根据问题加以调整，求出原问题的结果。

转化法 有些题目按原来的常规思路进行分析，数量关系比较复杂，解答起来很困难。如果我们转化问题，换一种方式去进行思考，常常可以得到比较简捷的解法。

例题

水平 1

例 1 小华买了 3 张图画纸和 6 支铅笔，共付了 14.70 元，每

支钢笔 2.10 元，每张图画纸多少元？

$$\begin{aligned} & (14.70 - 2.10 \times 6) \div 3 \\ & = 0.70 (\text{元}) \end{aligned}$$

答：每张图画纸 0.70 元。



思路

要求每张图画纸多少元，必须知道 3 张图画纸多少元。从所给条件“每支钢笔 2.10 元”和“买了 6 支钢笔”，可求买 6 支钢笔共付多少元，再求买 3 张图画纸共付的钱。

例 2 制造一种汽车附件，过去要用 0.24 吨钢材，改进工艺后，制造一个附件就节约 0.06 吨钢材，过去制造 270 个附件的钢材，现在可以制造多少个？

$$\begin{aligned} & 0.24 \times 270 \div (0.24 - 0.06) \\ & = 360 (\text{个}) \end{aligned}$$

答：现在可以制造 360 个。



思路

先求出一共有多少吨钢材和现在制造一个附件所用钢材的吨数。

水平 2

例 3 服装厂做一种时装，原来每件衣服用布 1.6 米，现在每件节省用料 0.2 米，原来做 560 件服装的布，现在可以多做多少件？

$$\begin{aligned} & 1.6 \times 560 \div (1.6 - 0.2) - 560 \\ & = 80 (\text{件}) \end{aligned}$$

答：现在可以多做 80 件。



思路

先求共有多少米布和现在每件衣服用布的米数，再求现在可以做几件，减去原来做的 560 件服装的布，可求现在多做多少件。

例 4 甲乙两地相距 180 千米，汽车从甲地出发到乙地去，经过 2.5 小时，超过中点 30 千米，汽车行完全程要多少小时？

$$\begin{aligned} & 180 \div [(180 \div 2 + 30) \div 2.5] \\ & = 3.75 (\text{小时}) \end{aligned}$$

答：汽车行完全程要 3.75 小时。



思路

先求出汽车的速度。

例题

解答应用题时，可以借助线段图、示意图、直观演示手段帮助分析。在分析应用题的数量关系时，我们可以从条件出发，逐步推出所求问题（综合法）；也可以从问题出发，找出须满足的条件（分析法），在实际解题时，可以根据问题特点，灵活运用这两种方法。

解答应用题可以按下面的步骤进行：

1. 弄清题意，找出已知条件和所求问题；
2. 分析已知条件和所求问题之间的关系，找出解题的途径；
3. 拟定解题计划，列出算式，进行解答；
4. 检验解答方法是否合理，结果是否正确，最后写出答案。

水平 1

练一练

1. 五年级有六个班，每班人数相等。从每班选 16 人参加少先队活动，剩下的同学相当于原来 4 个班的人数，原来每班多少人？

2. 某车间按计划每天加工 50 个零件，实际每天加工 56 个零件。这样，不仅提前 3 天完成原计划加工零件的任务，而且还多加工了 120 个零件。这个车间实际加工了多少个零件？

水平 2

3. 工程队要铺设一段地下排水管道，用长管子铺需要 25 根，用短管子铺需要 35 根。已知这两种管子的长相差 2 米，这段排水管道长多少米？

4. 甲乙丙三人拿出同样多的钱买一批苹果，分配时甲、乙都比丙多拿 24 千克，结账时，甲和乙都要付给丙 24 元，每



千克苹果多少元?

水平3

5. 红圆珠笔每支 1.9 元, 蓝圆珠笔每支 1.1 元, 两种圆珠笔共买了 16 支, 花了 28 元. 蓝圆珠笔买了多少支?

(选自第十二届“迎春杯”训练试题)

练
练

答案与提示

水平1

1. 原来每班 48 人 **提示** 从每班选 16 人参加少先队活动, 6 个班共选 $16 \times 9 = 96$ (人), 剩下的同学相当于原来 4 个班的人数, 那么, 96 人就相当于原来 $(6-4)$ 个班的人数, 所以, 原来每班有 $96 \div 2 = 48$ (人).

$$16 \times 6 \div (6-4) = 48 \text{ (人)}$$

2. 这个车间实际加工了 2520 个零件 **提示** 如果按原计划的天数加工, 加工的零件就会比原计划多 $56 \times 3 + 120 = 288$ (个). 为什么会多加工 288 个呢? 是因为每天多加工了 $56 - 50 = 6$ (个). 因此, 原计划加工的天数是 $288 \div 6 = 48$ (天),

$$(56 \times 3 + 120) \div (56 - 50) = 48 \text{ (天)}$$

实际加工 $50 \times 48 + 120 = 2520$ (个)

水平2

3. 这段排水管道长 175 米 **提示** 因为每根长管子比短管子长 2 米, 25 根长管子就比 25 根短管子长 50 米, 而这 50 米就相当于 $(35-25)$ 根短管子的长度, 因此, 每根短管子的长度就是 $50 \div (35-25) = 5$ (米),

$$2 \times 25 \div (35-25) = 5 \text{ (米)}$$

这段排水管道的长度是 $5 \times 35 = 175$ (米)

4. 每千克苹果 3 元 **提示** 三人拿同样多的钱买苹果应该分得同样多的苹果, $24 \times 2 \div 3 = 16$ (千克), 也就是丙少拿 16 千克苹果, 所以得到 $24 \times 2 = 48$ 元.

$$24 \times 2 \div 3 = 16 \text{ (千克)}$$

$$\text{每千克苹果是 } 24 \times 2 \div 16 = 3 \text{ (元)}$$

水平 3

5. 蓝圆珠笔买了 3 支 **提示** 本题属于鸡兔同笼问题
 $(1.9 \times 16 - 28) \div (1.9 - 1.1) = 3$ (支)





二 分数加法和减法

分数加减混合运算

分数加减混合运算

有一些数字卡片，上面写的数都是3的倍数或4的倍数，其中是3的倍数不是4的倍数的卡片占 $\frac{1}{4}$ ，是4的倍数不是3的倍数的卡片占 $\frac{1}{3}$ ，那么是12的倍数的卡片比3的倍数的卡片多几分之几？

小明根据题意列出算式 $1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{4}$ ，这是分数加减混合运算题，有哪些计算方法呢？

基础知识简要说明

- 分数加法具有加法交换律、加法结合律。
- 分数基本性质：在分数里分数的分子和分母同时乘以和除以一个相同的数（零除外），分数的大小不变。

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times m}{b \times m} = \frac{a \div m}{b \div m} \quad (m \neq 0)$$

- 裂项法： $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n(n+1)}$ 公式的正反应用。

- 减法的性质： $\frac{b}{a} - \frac{d}{c} - \frac{f}{e} = \frac{b}{a} - \left(\frac{d}{c} + \frac{f}{e}\right)$

例题

水平 1

例 1 计算 $1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3} \right) - \frac{1}{4}$

$$\begin{aligned} \text{解} \quad \text{原式} &= 1 - \frac{7}{12} - \frac{1}{4} \\ &= 1 - \left(\frac{7}{12} + \frac{1}{4} \right) \\ &= 1 - \frac{5}{6} \\ &= \frac{1}{6} \end{aligned}$$



思路 可以按照运算顺序进行计算。



观察数字特点，想一想还可以怎样算？

例 2 计算 $\left(1\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{5}{6} \right) - \left(\frac{5}{6} + \frac{2}{3} \right)$

$$\begin{aligned} \text{解} \quad \text{原式} &= 1\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{5}{6} - \frac{5}{6} - \frac{2}{3} \\ &= 1\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \\ &= 1\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \right) \\ &= 1\frac{1}{2} - 1 \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$



思路 观察算式，发现拆掉括号，可以使计算简便。注意括号前面是减号，去掉括号，括号里面符号要变号。

想一想，还有其它的解法吗？

