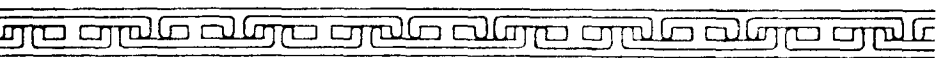


初級中學課本平面幾何
教學參考提綱(初稿)

(下分冊)

一九五五年春季

南京教師進修學院主編
江蘇人民出版社出版



書號：寧 0522

初級中學課本平面幾何教學參考提綱(初編)

(附 圖 冊)

主 編 者 南 京 教 師 進 修 學 院
(南 京 健 興 巷 四 號)
編 撰 者 (姓 名 地 址 詳 見 封 二)
校 訂 者 (姓 名 地 址 詳 見 封 二)
出 版 者 江 蘇 人 民 出 版 社
(江 蘇 省 書 刊 出 版 營 業 許 可 證 出 〇 〇 一 號
南 京 潤 南 路 七 號)
發 行 者 新 華 書 店 江 蘇 分 店
(南 京 中 山 東 路 八 十 六 號)
印 刷 者 江 蘇 新 華 印 刷 廠
(南 京 百 子 亭 三 十 六 號)

開本：787×1092 1/32

(張1)—7.616

印張：1.748

一九五五年三月南京第一版

字數：45,000

一九五五年三月第一次印刷

定價：二角

目 次

初級中學課本平面幾何教學參考提綱(初稿)

初二下之部

第八單元 基本作圖	1
-----------	---

初三下之部

第六單元 圓內接和外切多邊形	17
----------------	----

第七單元 三角形的特殊點	28
--------------	----

附 錄

I 幾何作圖	40
--------	----

II 實地測量工作	51
-----------	----

III 總複習	56
---------	----

初二下之部

第八單元 基本作圖

甲 教學目的

- 一、使學生清楚地了解幾何作圖的意義以及解作圖題的步驟。
- 二、務使學生能熟練的掌握各基本作圖題的解法。
- 三、培養學生初步的分析作圖的能力。

乙 教材研究

一、本單元是在學生對於幾何學已經有了一定的理論知識的基礎上，講解關於幾何作圖的問題。在本單元的教學中，應該着重地講清幾何作圖的意義、解幾何作圖題的步驟以及各基本作圖題的解法；並且，在講述較複雜的作圖題的解法時，應該闡明所由得解的途徑，藉以培養學生由分析問題來得出作法的能力。

二、內容分析：

(1) 幾何作圖的意義：

“給定條件，要求作出合於條件的圖形”的問題，叫作“幾何作圖題”。“按照問題中所給定的條件，作成所求的圖形，並附加說明”，就叫作“解作圖題”。

講到幾何作圖時，我們首先要注意進行作圖所使用的工具，在初等幾何學裏，作圖所用的工具，只限於直尺(不刻度的)和圓

規；並且還規定了：直尺的用法，只限於是⊖過兩點作直綫，或連結兩點成綫段，⊖延長已知綫段；圓規的用法，只限於是⊖在已知的直綫上，截取等於定長的綫段，⊖以某點為中心，某綫段長為半徑，畫圓（或弧）。

所謂“幾何作圖”，就是“使用直尺和圓規來作成合於一定條件的幾何圖形”。換句話說，“幾何作圖”一詞所具有的意義，是：⊖限於使用直尺和圓規來進行的作圖（當然，直尺和圓規的使用，也不應超出上述的規定用法）；⊖所作成的圖形必須符合於一定的條件（作圖前即已給定了的條件）。因此，不限於使用直尺和圓規的作圖以及使用直尺和圓規在紙上（黑板上或任何平面上）隨便作出的圖形，都不能算是“幾何作圖”。由於初等幾何學中的作圖，只限於使用直尺和圓規這兩種工具，所以，幾何作圖又叫作尺規作圖。

（2）幾何作圖的四種基本動作：

上面講過，直尺和圓規共有這樣的四種規定用法，即：

⊖過兩點作直綫，或連結兩點成綫段；

⊖延長已知綫段；

⊖在某直綫上，截取等於定長的綫段；

⊖以某點為中心，某長為半徑，畫圓（或弧）。

我們對於這四種規定用法，又可以稱之為作圖的基本動作。從原則上講，解任何作圖問題時，我們的作圖，總是用尺規連續的若干次施行這些動作來實現的。例如“平分一個角”的作圖，就是由依次的施行動作⊖、⊖、⊖、⊖來實現的，（參看下面）。

作 $\angle AOB$ 的平分綫（課本§75）	所用的基本動作
1. 以角的頂點 O 為圓心，任意長作半徑，畫弧，交角的兩邊於 $C、D$ 。	基本動作⊖

2. 取大於 CD 之半的長作半徑，分別用 C 、 D 作圓心，畫弧，交於 E 。	基本動作㉔、㉕
3. 連結 OE 。	基本動作㉖
OE 就是 $\angle AOB$ 的平分線。	

(注意): ①在每一個作圖中，可以用到一種或幾種基本動作，並且任何一種基本動作都可重複的用。②任何作圖的過程中，都只能是有限次數的施行基本動作。

(3) 基本作圖題:

課本上 § 73——§ 81 所述的幾個作圖問題，是初等幾何學中的基本作圖題。在解決複雜的作圖題時，我們往往要引用這些基本作圖題的現成作法，也就是：我們在解答任何作圖問題時，都往往把所解的問題歸結為若干個基本作圖題的結合。因此，熟練的掌握各基本作圖題的解法，對於進一步的學習幾何作圖問題來說，確是十分重要的事。(註：在初中幾何中，除了本單元所述的幾個基本作圖題外，還有如課本上 § 89、§ 137 及 § 178 等所述的作圖，也都是基本作圖題)。

(4) 解作圖問題的步驟:

解作圖題的完全過程，一般的，有這樣的四個步驟：㉑解析；㉒作圖；㉓證明；㉔討論。但是，在書寫作圖題的解法時，通常又分為這樣的六個項目來敘述：㉑假設；㉒求作；㉓解析；㉔作法；㉕證明；㉖討論。關於這六個項目應該各有什麼樣的內容，我們可以略述之如下：

㉑〔假設〕：敘明問題中所給定的全部條件；

㉒〔求作〕：敘明問題中所要求作成的是如何的圖形；

㉓〔解析〕：敘述所由得解的構思途徑；

㉔〔作法〕：依次的敘述實現作圖的每一動作；

㉕〔證明〕：證明所作成的圖形合於問題中給定的全部條件；

⊕〔討論〕：對於給定條件的各種變化情形，分別的加以探究，以考察所解的題是否永遠有解？何者有解？何者無解？又在何種的情形下，有一個解或幾個解。

〔註〕關於作圖題的解數問題的研究，請參看本科提綱的“附錄”（I）幾何作圖中的四。

解答作圖問題時，上述的六個項目，實際上，也不必一應俱全。如果問題中，對於所給定的條件和所求作的圖形，都已引用了適當記號來一一敘明，則“假設”和“求作”這兩個項目便可略去（如不略去，也不過是按照題中所述，重複一遍）。如果問題甚易得解，則“解析”一項可以略去。如果已有了詳盡的“解析”，則“證明”便可略去。如果問題恆為有解，且解數也沒有任何變化，則“討論”一項可以省略。

（5）§ 73所述的作法，是由依次的施行基本動作⊖、⊗、⊗、⊖、⊖來實現的。為了說明“敘述作圖題的解法”應該如何的書寫，我們可以寫出這個作圖題的六個項目如下：

〔假設〕：三條綫段 a, b, c 。（見課本上圖61）

〔求作〕： $\triangle ABC$ ，須使各邊 $BC = a, CA = b, AB = c$ 。

〔解析〕：假定 $\triangle ABC$ 已經作成；綫段 $BC = a$ ，並且它的端點 B 和 C 是三角形的兩個頂點； $\triangle ABC$ 的第三頂點 A 到頂點 B 的距離為 c ，而到頂點 C 的距離為 b 。因為“到頂點 B 的距離為 c 的點的軌跡”是一個圓，而“到頂點 C 的距離為 b 的點的軌跡”也是一個圓，所以，頂點 A 應該同時在這兩個圓上，這樣一來，我們可以斷定“頂點 A 必須是這兩個圓的交點”。

〔作法〕：在任意一直綫上，截取等於 a 的綫段 BC （基本動作⊖）。

以 B 點為中心，綫段 c 的長為半徑，作圓（基本動作⊗）。

以 C 點為中心，綫段 b 的長為半徑，作圓（基本動作⊗）；設兩圓的交點是 A 。

連結 AB (基本動作①) 及 AC (基本動作①)。

則 $\triangle ABC$ 就是所求作的三角形。

〔證明〕：在所作出的 $\triangle ABC$ 中，因 $BC = a$ ， $AB = c$ ， $CA = b$ ，所以， $\triangle ABC$ 是合於條件的圖形。

〔討論〕：在“作法”中，如果所作的兩圓不能相交，則我們就不能得到第三頂點 A ，因而這個作圖題就不能有合於條件的三角形。所以，這個作圖題是有解還是無解，要看所作的兩圓有沒有交點來決定。但是這兩個圓怎樣就能有交點呢？這必須 b 與 c 的和大於 a 而 b 與 c 的差小於 a 才可。(否則，就無解)。

因為這個作圖題甚易得解，所以課本上把“解析”略去。又因為在作出的 $\triangle ABC$ 中，其三邊分別等於 a 、 b 、 c 是很顯然的，所以，課本上就略去了“證明”而代以問題“(爲什麼？)”。至於“討論”一項，課本上則列爲“注意”；應該指出；在這個“注意”中，對於其末三字“才能作”，須理解爲“才有解”；而對於“已知三條邊中的最長一邊，必須小於其他兩邊的和”不能說成是“已知三條邊中的一邊，必須小於其他兩邊的和”(這因爲“已知三條邊中的最長的一邊，小於其他兩邊的和”一語中，含有“三邊中的任一邊，都小於其他兩邊的和，而同時又大於其他兩邊的差”的意思)。但如說成是“已知三條邊中的最短一邊，必須大於其他二邊的差，這個三角形才能作”，則也是可以的。

(6) § 74 中， $\angle C'O'D'$ 之所以是求作的角，可以由 $\triangle C'O'D' \cong \triangle COD$ 來加以證明。因爲 $\triangle C'O'D'$ 是以 $\triangle COD$ 的三邊之長爲邊作出的三角形，所以，§ 74 的作圖，實際上，是以 § 73 爲基礎的。

(7) § 75、§ 76、及 § 77 所述的作法，都是由依次的施行基本動作④、④、④、①來實現的。如果把 § 76 的作圖看作是“平分一個平角 AOB ”，則 § 76 所述的作圖只是 § 75 的特殊情形。

在這三節中，作圖的證明，課本上雖未標出“證明”這個項

目，但已分別述於各節之末。(§ 78也是這樣的)。

(8) 課本上§ 80、§ 81所述的兩個作圖，都是用§ 74為基礎的。在本單元的教學中，我們可以把這兩節教材移前到§ 74之後來進行講授。(參看教學建議)

和§ 73相同，課本上對於這兩個作圖，也都略去了“證明”而代以問題“(爲什麼?)”。

(9) 在解較複雜的作圖問題時，通常都是由“解析”來找出實現作圖的途徑。進行“解析”，一般的，總是用這樣的方法：

首先畫出一個和所求圖形相仿的略圖，並假定它就是所求作的圖形。由這個略圖，我們可以看出各點各綫的位置以及它們相互間的關係；爲了明顯起見，最好在略圖上將已知的條件(如某綫、某角、等)分別用特殊的記號標註出來。然後再仔細的研究：爲了作成所求的圖形，需要先作出哪些點或綫或部分圖形？(怎樣作出？)爲了作出這些點或綫或部分的圖形，又需先作出另外的哪些點或綫或部分的圖形？像這樣來繼續推求，一直追溯到根據已知條件即可逕行作出的點、綫或部分圖形。顯然，把這樣進行推求的程序依次的反轉過來，就是進行作圖的程序。

有時，題中的已知條件和未知條件的關係，不能在略圖上直接看出，這就需要添作適當的補助綫，然後才能有所發現。

在用解析方法來解作圖問題時，我們對於所畫的略圖，不僅在探求得解途徑的過程中可以用它作構思的憑藉，即在正式進行作圖的時候，也還可以拿它作參考。因此，這個略圖，不僅在解析過程中很重要，而且在解析以後的正式作圖時，也還具有一定的作用。

(10) 課本上§ 82、§ 83、§ 84所述的作圖，都是通過“解析”的方法，首先找出一個可作的三角形(在§ 82中是 $\triangle ACE$ ，在§ 83中是 $\triangle AED$ ，在§ 84中是 $\triangle DBC$)，然後用這個三角形爲基礎來作出所求的圖形($\triangle ABC$)。應當指出：由“解析”來

找尋實現作圖的途徑時，也並不是對於任何作圖問題總要找到一個奠基的三角形，而且，對於有些作圖問題，也很難找到這樣的一個三角形。因此，在以後的教材中，我們還要再講述一些作圖的解析方法。

丙 教學建議

一、本單元授課 9 課時。

二、本單元的一般教法提示：

(1) 在本單元的教學中，教師必須使用直尺和圓規依法作圖，既不可不用尺規，也不可不用尺規以外的工具。（這對於學生具有示範的作用；當然，也有直觀的作用）。

(2) 講解 § 73—§ 81 時，應該着重地講清〔作法〕；但是，也要仔細的說明題意，寫出〔假設〕和〔求作〕。

爲了教會學生書寫〔作法〕的敘述，教師可以這樣來進行工作：

首先，教會學生怎樣使用直尺和圓規，要他們對於作圖的每一“基本動作”能用語言說出，也能用文字寫明，並且，反過來，還要他們對於說明作圖“動作”的語言或文字能用動作正確表演出來（當然，這需要對學生進行一系列的訓練，例如：教師作出“動作”，要學生用語言說明，或用文字記錄；又如：給出一些說明作圖“動作”的文字記錄，要學生用尺規畫圖）。

以後，教師在講解教材的過程中，對於〔作法〕的敘述，就應該經常是按照作圖所用的動作來分步書寫（即：每有一個動作，就寫一下，藉使每一段書寫的文字恰好就是一個動作的記錄）。

這樣，就能使學生確切地領會到：〔作法〕的文字敘述，只不過是作圖“動作”的記錄（一串動作的依次的記錄）而已。

(3) § 73—§ 81 所述的作圖，乃是初中幾何以至於整個平面幾何中的基本作圖題。爲了打好學生進一步學習的基礎，我

們應該要求學生能熟練的掌握它們。

爲了使學生能熟練的掌握各基本作圖題的作法，我們可以這樣的來進行工作：

①講解 § 73 時，可以先畫出一個任意三角形，問學生：怎樣畫出一個和它全等的三角形(講課前，應複習一下全等三角形的判別定理)？指出：不用量角器，僅用直尺和圓規來作；因爲這時我們還未講過作“等於定角的角”，所以，我們只有用 § 52 的定理爲依據來作圖。(參看一九五四年秋季本科教學參考提綱(初稿)中第七單元的教學建議九)

②講解 § 74 時，要用 § 73 作依據。先讓學生作一個和已知 $\triangle DOC$ 全等的三角形，設爲 $\triangle D'O'C'$ ；次，問學生： $\angle D'O'C'$ 與 $\angle DOC$ 有何關係？然後，任意將 OC 、 OD 延長，並抹去 CD ，得 $\angle BOA$ (即 $\angle DOC$)，又抹去 $\triangle D'O'C'$ ，問學生：怎樣作一個和 $\angle BOA$ 相等的角？這樣，不僅使學生對於 § 74 能易於了解，而且對於 § 73 也作了適當的複習。

③講解 § 74 後，可以接着就講 § 80 和 § 81。先畫出一個三角形，問學生：怎樣畫出一個和它全等的三角形？指出：這時我們不用量角器也能作“等於定角的角”，因此，我們除了用 § 73 的作法外還可以用 § 50、§ 51 的定理爲依據來作圖。這樣，§ 80 和 § 81 就成爲說明 § 74 的應用的兩個例子，因而也就能使學生確切掌握它們的作法。

④ § 75 的教材，是用 § 73 爲基礎的；講解 § 75 時，應該用課本上習題十二的 3 爲先導，藉使學生能自覺的了解本節所述的作法。並且，因爲課本上圖 63 裏的 $\angle BOA$ 是銳角，所以我們在講過本節的作法後可以用一個鈍角來讓學生進行課內練習(平分它)。

⑤講解 § 76 時，可先問學生：怎樣平分一個平角？讓學生依據 § 75 所述作法來解答；然後轉入 § 76 的問題。這樣，不僅使學

生很自然的學會了 § 76 的作法，而且也複習了 § 75。

總之：講解 § 73—§ 81 時，應該注意①使學生能自覺的領會教材，②強調各節的聯系，③充分地進行複習，④讓學生動手作圖（教師在黑板上作，學生同時就在紙上作）。

(4) 講解 § 73—§ 81 時，對於〔證明〕和〔討論〕可以適當的說明。

(5) 講解 § 82—§ 84 時，應該着重的講清“怎樣進行解析？”爲了明顯起見，教師還須用彩色粉筆標註略圖的已知部分。又 § 82 的作圖，因解析的過程中要添作補助綫，不如 § 83 的易爲學生領悟，所以，§ 82 宜放在 § 84 後講解。

(6) 講解本單元的各節教材時，都不應該是“教師講，學生聽”，而宜於多多啓發學生思考，並且要讓學生動手作圖。

三、各課時的教學內容和學生作業：

第一課時：

(1) 主題：幾何作圖的意義及已知三邊，求作三角形 (§ 72 § 73)。

(2) 教學要求：

⊖要學生確切了解幾何作圖的意義；教會學生怎樣使用直尺和圓規。

⊖要學生會由已知的三邊作三角形。

(3) 教法建議：

⊖提問：

①全等三角形的判別定理。

②綫段、直綫、射綫的區別。

③ § 7：用兩腳規截取定長綫段(方法和道理)。

④圓的半徑的定義及性質 (§ 10)

⊖教學中的注意點：

①講解幾何作圖的意義時，要清楚的說明①作圖題所要求

的是作出合於題中所給條件的圖形(換句話說,作圖題所要的答案是圖形),它不同於以前已學過的“證明題”和“計算題”; ②幾何作圖所用的工具只限於直尺和圓規(不再用量角器等其他工具),並且直尺和圓規還各有規定的用法(它們都不作別用;例如直尺不作量度用,因此,“在某直線上截取定長綫段”,要依靠圓規來作,而不是用直尺量度)。

②教會學生對於四種基本動作進行語言的或文字的敘述,替書寫“作法”打下基礎。

③講解 § 73 時,可以採用上面(教學建議)二之(3)所建議的 ⊖ 來進行教學;並要說明一下:怎樣就無解?

④講解作圖的基本動作後,可以講一下下述例題。

⊖ 例題:

①將已知的綫段 AB 延長至 C ,使 BC 為 AB 的 5 倍。

②求已知二綫段 a 與 b 的和及差。($a > b$)

(4) 作業:

⊖ 課內作業: 習題十八的 6。

⊖ 課外作業: 課本 162 頁上作圖題 1 及習題十九的 2(1)。

(要求學生寫明“假設”、“求作”和“作法”)。

第二課時:

(1) 主題: 作一角等於已知角 (§ 74 及 § 80、§ 81)。

(2) 教學要求:

要學生能確切的掌握 § 74、§ 80、和 § 81 中所述各作圖題的作法。

(3) 教法建議:

⊖ 提問:

①直尺和圓規有哪些規定的用法?

②教師作出一些作圖動作,讓學生用語言說明,或用文字記錄。(教師要指點學生怎樣說(或寫)就是對的)。

③怎樣作一個三角形和已知的三角形全等？（要學生完整的說出（或寫出）“作法”，並用尺規進行作圖）。

⊖教學中的注意點：

①對於§74的作圖，應該用§73作基礎來講解。〔參看上面（教學建議）二之（3）的建議⊖，並由本課時的提問③來轉入新教材（§74）的講授〕。

②§80和§81的作圖，可以作為說明§74的應用的例子來講解。

③在這一課時，要初步的向學生說明：怎樣證明“作法”的不誤？（即：證明所作圖形是合於題中所給條件的）。

⊖例題：

①習題十八的2；

②§80和§81的作圖。

(4) 作業：

⊖課內作業：習題十八的3。

⊖課外作業：習題十九的2(2)及(3)。

第三課時：

(1) 主題：“平分一個角”及“作已知直線的垂綫”。（§75——§77）。

(2) 教學要求：

要學生能熟練的掌握§75——§77所述作圖的作法。

(3) 教法建議：

⊖提問：

①幾何作圖的意義；尺規的用法。

②前兩課時所授的教材（着重複習各作圖題的作法）。

③習題十二的3。（由此轉入§75的講解）

⊖教學中的注意點：

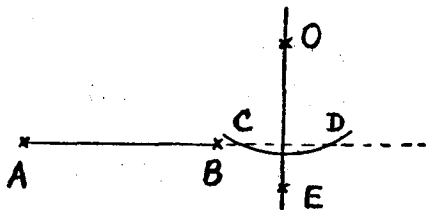
①在這一課時，對於§75——§77的作圖，不僅要講清作

法,而且還要寫出“證明”。

②講解 § 75 後,可以讓學生研究:怎樣來平分一個平角,並由此轉到 § 76 的作圖(指出:像課本上圖 64 中的 OE 就是 $\angle AOB$ 的平分綫,而把 AOB 作為一直綫來講時, OE 就是過 O 點並和 AB 垂直的直綫)。

③講解 § 76 後,所畫的圖要暫時保留在黑板上;問學生:“如何在 AB 上找兩點 C 、 D ,使 $OC = OD$?” “如果 O 是 AB 綫外一點(這時,要另畫一圖),怎樣在 AB 上找兩點 C 、 D ,使 $OC = OD$?” 找出 C 、 D 兩點後,又問學生:“怎樣找出一點 E ,使 $CE = ED$?” (由此轉到 § 77 的作圖)。

④對於 § 77 的作圖,要強調 AB 是已知“直綫”(可任意延長)。因此,像下圖中的情形,我們爲了過 O 點作 AB 的垂綫,就可以把 AB 加以延長。



(圖 四十)

⊖例題:

①習題十八的 5 (只簡略的說明);

②習題二十的 2。

(4) 作業:

⊖課內作業: 習題十九的 3 (2)。

⊖課外作業: 習題十九的 4 (1)、(2)、(3)。

第四課時:

(1) 主題: 作已知綫段的垂直平分綫 (§ 78、§ 79); 小結。

(2) 教學要求：

要學生能熟練的掌握 § 78、§ 79 所述的作圖。

(3) 教法建議：

⊖ 提問：

① 作已知角的平分綫。

② 過已知點作已知直綫的垂綫 (§ 76、§ 77)。

③ 綫段的垂直平分綫的意義及性質。

⊖ 教學中的注意點：

① 講解 § 78 時，可以引導學生研究：因為綫段 AB 的垂直平分綫上的點到 A 和 B 的距離相等，所以，如能找出到 A、B 等距離的點，則 AB 這個綫段的垂直平分綫就可作成；但是，怎樣纔能找到這樣的點？要找出幾個這樣的點？

② 在這一課時裏，要將本單元已授的教材，進行適當的小結。也可以初步的講述關於作圖題的“解”數問題，例如：§ 73 中，如果已知的三邊中的最長邊大於或等於其他兩邊之和，則無解；又如：§ 75——§ 81 所述的作圖，都有唯一的解。

⊖ 例題：

① 習題十八的 1

② 過 $\angle A$ 外一點，作直綫交 $\angle A$ 的兩邊於 B、C，使 $AB = AC$ 。

(4) 作業：

⊖ 課內作業：已知底邊和底邊上的高，求作等腰三角形。

⊖ 課外作業：

① 習題十八的 4。

② 習題十九的 2(4)。

第五課時：

測驗(就已授的作圖題，進行測驗，藉以檢查教學效果)。

第六課時：

(1) 主題：§ 83 的作圖題。

(2) 教學要求：

通過 § 83 的作圖題，說明解作圖題的一般形式，並講述解作圖題時進行解析的方法，要學生初步了解怎樣解析。

(3) 教法建議：

⊖ 提問：

① 關於作圖的基本動作。

② 幾何作圖的意義；（着重指出：作圖題所要求的是作出合於已知條件的圖形）。

③ 習題十九的 3(2)。

⊖ 教學中的注意點：

① 引用已授的作圖題（如 § 73）為例來清楚的說明作圖題解法的一般形式。〔參看教材研究二之(5)〕

② 應該清楚的闡明進行解析的方法。〔參看教材研究二之(9)〕。

(4) 作業：

⊖ 課內作業：習題十九的 1(1)、(2)。（在教師的幫助下，寫出解法的完全形式）

⊖ 課外作業：習題二十的 6。

第七課時：

(1) 主題：§ 84 的作圖題。

(2) 教學要求：

通過 § 84 的作圖題，使學生初步掌握進行解析的方法。

(3) 教法建議：

⊖ 提問：

① 作圖題解法的完全形式。

② 進行解析的方法。

③ 綫段的垂直平分綫的性質和作圖法。

④ 習題二十的 7。