動力氣象學綱要

顧震潮編譯

中國科學圖書儀器公司
出版

內 容 提 要

本書係根據"氣象學手册"中H. J. Stewart 氏所著的第六篇"流體的運動學和動力學"編譯而成，把動力氣象學方面的理論用很精簡的方法扼要而充分介紹．爲使初學的人便於了解起見，譯者並補充了一些註解或演證．

本書凡分十四節，惟原著中"大氣潮汐"一節認爲可以删去，另行補充了一節"天氣發展理論"，概括地介紹了蘇聯在動力氣象學方面的鉅大貢獻，即平流動力分析的先進理論．

本書可供有志研究氣象學者作爲參考用書，並可備大專學校氣象系科作爲教學之用．

動力氣象學綱要

編譯者　顧　震　潮

出版印刷者　中國科學圖書儀器公司
上海延安中路537號　電話64545

總經售　中國圖書發行公司

MT. 3—0.12　99千字　開本：(762×1066)$\frac{1}{25}$　印張：6.00

新定價 ¥ 7,600　1954年8月初版第一次印刷 1—1600

上海市書刊出版業營業許可證出〇二七號

譯 者 序

本書係根據"氣象學手册"(1) 中第六篇"流體流動時的運動學和動力學"(2)譯成。在動力氣象學方面，這是一本寫得比較好而講得比較扼要的書籍，當然並不等於說這本書是十分簡單易懂的。事實上原書的作者是研究流體力學的，所以寫得似乎比較偏重數理一些。爲了使讀者易於瞭解起見，有些地方譯者加上了註解或者加了更簡明一些的演證。

第二、三、五、八等四節的初稿是方燁同志譯的。另外由於原書第十三節大氣潮汐寫得比較偏，也不合實用，因此我們就把它删去，另寫一節更爲需要的蘇聯在動力氣象學方面的偉大貢獻"天氣發展理論"來代替，使學習這一個先進理論時更感便利而有益。

譯者

1953 年秋

(1) Handbook of Meteorology

(2) Kinematics & Dynamics of Fluid Flow

目　　錄

I. 引　　言

氣象學在本質上是流體力學的一支；然而從某些方面來說，却是流體力學中最困難的部門之一．從解析的觀點看來，這困難是由於流體力學中的問題所引起．例如：熱量傳遞，亂流，以及流體的穩定性等等，那些對任何廣泛的大氣環流理論極爲重要的現象，到現在還沒有基本數學技術來處理，或者卽使有也十分複雜．此外，兩極和平流層的資料還嫌不夠，所以我們對這些區域內，關於大氣運動觀測到的事實，還沒有受人一致公認．和大部分物理科學相反，在氣象問題上要做一個在實驗室內用人工來控制的實驗是不可能的事．因爲大氣運動規模的廣大是一個主要的事實．由於這些原因，現在我們對於全球大氣環流，還沒有一個完整而有聯貫性的理論．想建立這種理論的最早嘗試之一，便是 1881 年房赫爾姆霍茲氏[1](註)的工作．他在某些程度上，作了第一次大戰中挪威氣象學者在皮葉克尼氏[2]~[4]領導下所創立的近代極鋒學說的先導．還有愛克斯納氏[5]和傑弗來氏[6]曾指出軸對稱徑向環流的不可能性．斯退華德氏[7],[8]討論了西風帶附近的切力區的不穩定影響所造成的大氣細胞運動，洛斯倍氏[9]討論過高空等熵面所起的作用，以及西風帶行星波的影響[10]．

因爲這些研究所討論的，主要是大氣運動的幾個特定部分，所以當我們要把它們應用在更廣大的問題上去的時候，常常會難以分辨那些是原因，那些是結果．顯然，更完全的大氣環流理論的建立

（註）　小方括號中的數字係指參攷文獻，見附錄一．

是十分重要的。不但在理論上有它的重要性，更因爲如果我們要發展更好的天氣預報技術，應有完全的大氣環流理論。

雖然一般性的理論到現在還不完全，但是大氣運動的大部分細節，我們已經知道得很清楚，而且能夠用流體力學的標準技術來作有效的研究。某些比較簡單的問題可以純粹用運動學的方法來討論；不過，在多數情形下，我們必須把問題中所包括的各種力，毫無遺漏地加以考慮。

流體主要的本質是抵抗不了任何切應力的物質，不管這切應力是如何的小，它一定要因此發生變形。顯然，運動中的流體也全受到切應力，在這種情況下它是不斷的在變形。在許多情形下，這些切應力的影響是不大的，不管切應力，我們也可以得到滿意的近似解答。在這本書內，我們假定大氣是可以當做一個流體連續體來處理的。

描寫流體的運動通常有兩種方法。這兩種方法一般稱做拉格朗日氏方法和歐勒氏方法。雖然，這兩種方法都是歐勒氏所用的。在拉格朗日氏方法中，描寫的是流體小塊的路徑。假如一個流體小塊原來的坐標是(a,b,c)在任何另外一個時間 t 的時候，它的坐標是(x,y,z)，那末在拉格朗日氏方法中，流體運動是用下面三個方程式來表示：

$$x = x(a,b,c,t),\quad y = y(a,b,c,t),\quad z = z(a,b,c,t) \qquad (1\text{-}1)$$

對一個已知的流體小塊而言，a,b,c 是不變的。方程式(1-1)所表示的顯然是流體小塊的路徑。要求小塊的速度和加速度可以把方程式對 t 求偏微分。相似的，流體的性質、壓力、溫度、密度也是用小塊坐標(a,b,c)和時間來表示。

在歐勒系統中，速度場是用空間坐標和時間 t 來表示。假如$(u,$

v,w)各是矩形坐標(x,y,z)方向上的速度成分，那末速度是用下面三個方程式來表示：

$$u=u(x,y,z,t),\quad v=v(x,y,z,t),\quad w=w(x,y,z,t) \qquad (1\text{-}2)$$

對壓力，溫度，密度也有相似的方程式。拉倫方程式可以看做是歐勒方程式的積分．在近代氣象學家中廣泛應用拉倫氏方法的只有皮葉克尼氏和他的共同工作者[11]． 對於大多數問題的解答，歐勒方法比較稍稍簡單些。因此人們幾乎總是用這一個方法。本書中全都採用歐勒方法。

我們常常需要研究某一個流體小塊的某一些性質對時間的變化．在拉倫氏方法中，是用對 t 求偏微分而算出來的。 不過在歐勒氏方法中，就比較複雜，因爲一般說來，一個流體小塊所有的四個坐標都是隨時間而變。 當 t 的時候，(x,y,z)點上的質點，在一個短時間 dt 以後，它就要移到($x+udt,y+vdt,z+wdt$)那點上了(註)。所以任何物理量 F (x,y,z,t)的變化是：

$$dF=\left(\frac{\partial F}{\partial t}+u\frac{\partial F}{\partial x}+v\frac{\partial F}{\partial y}+w\frac{\partial F}{\partial z}\right)\cdot dt \qquad (1\text{-}3)$$

上式中在括號內的量就是那流體小塊 F 對時間的變化率。因爲這變化率常常要遇到，所以我們特別給它一個記號 $\frac{DF}{Dt}$，是由斯托克氏最先引用的。因此：

$$\frac{DF}{Dt}=\frac{\partial F}{\partial t}+u\frac{\partial F}{\partial x}+v\frac{\partial F}{\partial y}+w\frac{\partial F}{\partial z} \qquad (1\text{-}4)$$

(註) 卽 $dx=udt$，……等等——譯者

2. 鋒生與鋒消(註)

大氣的特性隨空間而變化，通常是很慢的；但在中緯度和高緯度地帶，天氣變化多與狹窄地帶大氣特性的劇變發生極密切的聯系。這種過渡地帶我們一般把它看做是分隔了兩種不同氣團的不連續面或鋒面。我們必須要討論的大氣過程之一，就是形成這種不連續面的過程，這種過程我們稱爲鋒生。反之，大氣中不連續面破壞的過程我們稱爲鋒消。白亦隆[12]皮葉克尼[11]和彼得孫[13]都曾對這個問題作過運動學的研究。在這裏我們將依照丕多生的方法來討論。

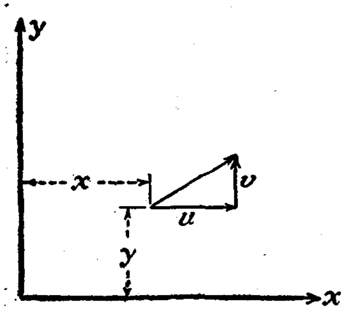

圖 1

由於這個問題包含了流體特性的梯度對時間的變化，所以我們必須考慮到流體小塊在流體運動中的變形，我們也要研究某點附近流體運動的性質。爲了使這個問題的分析簡單起見，我們在此不分析更一般性的三度空間速度場，而祇分析平面的速度場。如果 u 和 v 是流體在 (x, y) 點上 x 和 y 方向上的分速，如圖 1，這速度場可以在原點附近展開成泰勒氏級數：

$$\left.\begin{aligned} u &= u_0 + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_0 x + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_0 y + \cdots \\ v &= v_0 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_0 x + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)_0 y + \cdots \end{aligned}\right\} \qquad (2\text{-}1)$$

(註) 在鋒生方面的新的發展見第 13 章——譯者.

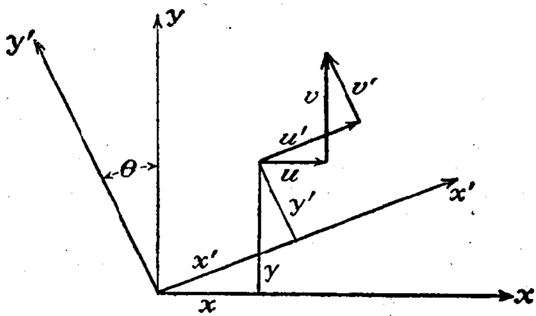

圖 2

如果 x, y 的值極小,高次項可以略去. 各種速度微係數之中有幾個的意義可以從變換坐標系時所發生的改變表示出來. 使 x, y 坐標系轉一個角度 θ, 形成坐標系 x', y', 如圖 2. 於是

$$\left.\begin{aligned} u &= u'\cos\theta - v'\sin\theta \\ v &= u'\sin\theta + v'\cos\theta \end{aligned}\right\} \tag{2-2}$$

又 $x' = x\cos\theta + y\sin\theta, \quad y' = -x\sin\theta + y\cos\theta$ (2-3)

由此

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial x} &= \cos\theta\left(\sin\theta\frac{\partial u'}{\partial x'} + \cos\theta\frac{\partial v'}{\partial x'}\right) \\ &\quad - \sin\theta\left(\sin\theta\frac{\partial u'}{\partial y'} + \cos\theta\frac{\partial v'}{\partial y'}\right) \end{aligned} \tag{2-4}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial y} &= \sin\theta\left(\cos\theta\frac{\partial u'}{\partial x'} - \sin\theta\frac{\partial v'}{\partial x'}\right) \\ &\quad + \cos\theta\left(\cos\theta\frac{\partial u'}{\partial y'} - \sin\theta\frac{\partial v'}{\partial y'}\right) \end{aligned} \tag{2-5}$$

兩式相減可得

$$\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v'}{\partial x'} - \frac{\partial u'}{\partial y'} \tag{2-6}$$

由此可見

$$2c = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$$

數量的大小，和坐標的轉動無關，而一定代表流體運動的某種物理特性。它的意義可以從研究流體質點所構成的兩段無限小的線段的運動來決定。假定在開始時這兩條流體質點的線在 x,y 軸上，如圖 3。在無窮短的時間 dt 以後，這許多質點的位置也在同一圖

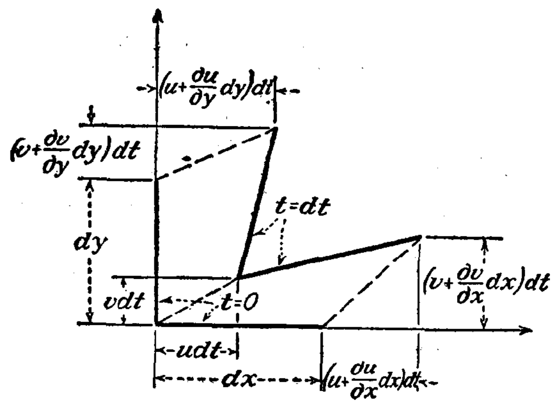

圖　3

上表示出來。我們看到每行都作了移動、轉動和延伸。質點線伸長祗有二次性的影響，可以略去不計。由此可見，原來在 x 軸上的質點的角速度是

$$\omega_1 = \frac{\partial v}{\partial x} \tag{2-8}$$

同樣，原來在 y 軸上的質點角速度是：

$$\omega_2 = -\frac{\partial u}{\partial y} \tag{2-9}$$

我們取反時鐘方向的轉動作爲正的。由此可見

$$c = \tfrac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2) \tag{2-10}$$

上式 c 是流體小塊的平均轉動速率。

同樣，

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \cos\theta\left(\cos\theta\frac{\partial u'}{\partial x'} - \sin\theta\frac{\partial v'}{\partial x'}\right) - \sin\theta\left(\cos\theta\frac{\partial u'}{\partial y'} - \sin\theta\frac{\partial v'}{\partial y'}\right) \tag{2-11}$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \sin\theta\left(\sin\theta\frac{\partial u'}{\partial x'} + \cos\theta\frac{\partial v'}{\partial x'}\right) + \cos\theta\left(\sin\theta\frac{\partial u'}{\partial y'} + \cos\theta\frac{\partial v'}{\partial y'}\right) \tag{2-12}$$

把(2-11)和(2-12)相加，可見

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} \tag{2-13}$$

由此並可見

$$2b = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \tag{2-14}$$

數量也和坐標系的放法無關．如果我們把 $(\partial u/\partial x) + (\partial v/\partial y)$ 在被封閉曲線 C 所圍繞的面積 S 上積分(如圖 4)，那末從平面上的格林定理

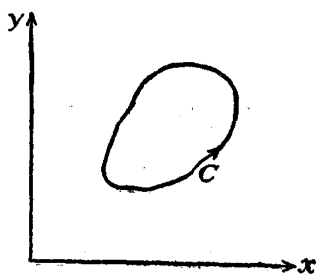

圖 4

$$\iint_S \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) dS = \oint_C (u\,dy - v\,dx) \tag{2-15}$$

右邊積分是單位時間內在 z 方向的單位厚度內通過封閉曲線 C 所流出的流體體積。所以 $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$ 可以解釋做在面積 S' 上每單位面積的源流強度。常數 b 稱爲水平輻散係數。

如果把方程式(2-4)和(2-5)相加，可得

$$\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}=\cos 2\theta\left(\frac{\partial v'}{\partial x'}+\frac{\partial u'}{\partial y'}\right)+\sin 2\theta\left(\frac{\partial u'}{\partial x'}-\frac{\partial v'}{\partial y'}\right) \quad (2\text{-}16)$$

又如果把方程式(2-11)與(2-12)相減，可得

$$\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial v}{\partial y}=\cos 2\theta\left(\frac{\partial u'}{\partial x'}-\frac{\partial v'}{\partial y'}\right)-\sin 2\theta\left(\frac{\partial v'}{\partial x'}+\frac{\partial u'}{\partial y'}\right) \quad (2\text{-}17)$$

從方程式(2-16)，坐標軸總可以如此放法，使得 $\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}=0$，而 $\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial v}{\partial y}>0$。這種坐標軸稱爲主軸． 對於主軸、流場可用三個係數來表示：

$$a=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial v}{\partial y}\right)$$

$$b=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right) \quad (2\text{-}18)$$

$$c=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}\right)$$

那麼方程式(2-1)可寫成

$$u=u_0+ax+bx-cy$$

$$v=v_0-ay+by+cx \quad (2\text{-}19)$$

這樣，流場就分做可以分別研究的四個部份；不過用流線的方法來研究更爲方便． 流線是這樣的一條線，在這線上任何一點的切線就代表這點流體運動的方向． 如 $\mathbf{u}$ 是某點上流線的速度向量，$d\mathbf{r}$ 是在這點附近的一小段流線，則

$$\mathbf{u}\times d\mathbf{r}=0 \quad (2\text{-}20)$$

上式可以看做代表任何已知速度場中各流線的一組微分方程式．在平面運動中，$z=$ 常數，上式可以寫成

$$\frac{dx}{u}=\frac{dy}{v} \tag{2-21}$$

或者
$$0=v\,dx-u\,dy \tag{2-22}$$

我們必須注意除非運動是恆穩的，流線並不是流體質點的運動路線（通常叫做路徑）．

流場的第一種成分 $u=u_0$，$v=v_0$ 顯然就是直線運動，用不着多討論．對第二種成分

$u=ax$，和 $v=-ay$，

流線方程式是

$$0=-a(y\,dx+x\,dy) \tag{2-23}$$

或
$$xy=C_1 \tag{2-24}$$

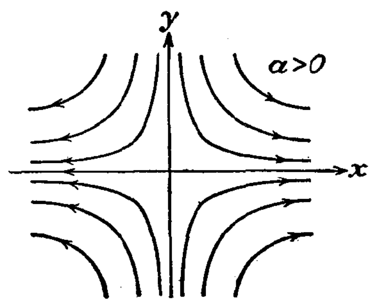

圖 5 變 形 場

式中 C_1 是常數．這種運動的流線是矩形雙曲線．在 $a>0$ 時，流線形狀如圖 5．這種流場稱爲變形場，而 x- 軸稱做變形軸．我們必須記得 x- 軸的選擇，要使

$$\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}=0 \quad 並且 \quad a=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial v}{\partial y}\right)>0$$

第三種成份 $u=bx$ 及 $v=by$ 的流線方程式是

$$0=b(y\,dx-x\,dy) \tag{2-25}$$

或
$$\frac{y}{x}=C_2 \quad (C_2\text{ 是常數}) \tag{2-26}$$

上式所表示的流線是從原點放射出來的直線．當 $b>0$ 時，形狀如圖 6．這種水平輻散的流動只有在垂直下沉運動時方才可能發生．因此在 xz 平面內流動型式一定如圖 7 中所表示的形式．如果 b 是負的，流動的方向就到處相交而流動是水平輻合式．

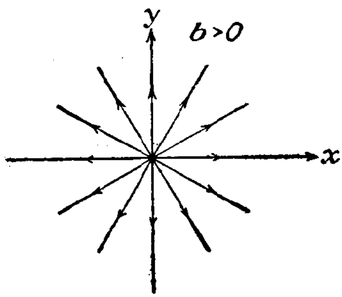

圖 6 輻散場

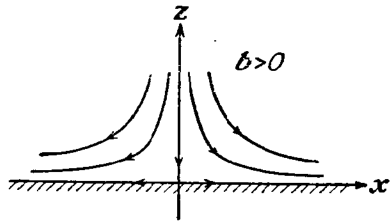

圖 7 垂直下沉

第四種成分卽 $u=-cy$ 及 $v=cx$ 的流線方程式是

$$0=c(x\,dx+y\,dy) \tag{2-27}$$

$$x^2+y^2=C_3 \quad (C_3\text{是常數}) \tag{2-28}$$

流線是以原點爲圓心的圓．當 $c>0$ 時，這種流動如圖 8，表示流體以角速度 c 繞原點轉動．

這許多結果指出在一點附近的流場可看做等速直線位移，加變形，加輻散，加轉動．這個一般性的結果很容易擴充到三度空間的運動上去．

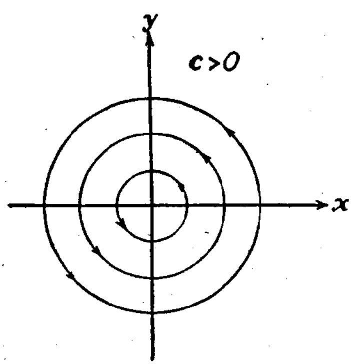

圖 8 轉動場

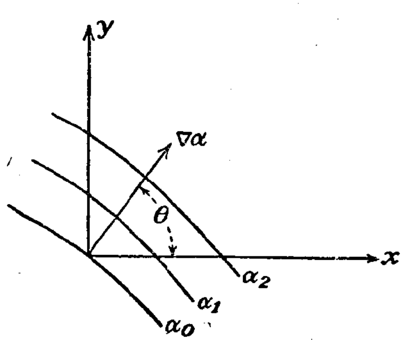

圖 9

溫度水平梯度的大小是氣團特性變化率的最方便的一種衡量。如果有鋒生的趨勢存在，流體運動必須使這種水平梯度隨時間而增大。爲了簡單起見，我們照彼得孫的方法，用任何一種保守性的特性 $\alpha = \alpha(x, y, t)$ 來代替溫度。函數

$$F = \frac{D}{Dt}|\nabla\alpha| \tag{2-29}$$

是鋒生趨勢的一個衡量。如果 F 是正的，就有鋒生的現象，如果 F 是負的，就有鋒消的現象存在。我們稱 F 爲鋒生函數。現在

$$2|\nabla\alpha|\frac{D}{Dt}|\nabla\alpha| = \frac{D}{Dt}(\nabla\alpha)^2 \tag{2-30}$$

因爲 α 是保守的性質，所以

$$\frac{D\alpha}{Dt} = 0 \tag{2-31}$$

方程式(2-31)的梯度可以寫成

$$\frac{\partial}{\partial t}\nabla\alpha + \mathbf{v}\cdot\nabla\nabla\alpha + \nabla\alpha\cdot\nabla\mathbf{v} = 0 \tag{2-32}$$

或
$$\frac{\partial}{\partial t}(\nabla\alpha)^2 + \mathbf{v}\cdot\nabla(\nabla\alpha)^2 = -2(\nabla\alpha)\cdot(\nabla\alpha\cdot\nabla\mathbf{v}) \tag{2-33}$$

這樣
$$F = -\frac{\nabla\alpha}{|\nabla\alpha|}\cdot(\nabla\alpha\cdot\nabla\mathbf{v}) \tag{2-34}$$

由於
$$\nabla\alpha = |\nabla\alpha|(\mathbf{i}\cos\theta + \mathbf{j}\sin\theta) \tag{2-35}$$

式中 θ 是向量 $\nabla\alpha$ 與 x 軸所夾的角度，見圖 9，所以鋒生函數的式子是

$$F = -|\nabla\alpha|\left[\cos^2\theta\frac{\partial u}{\partial x} + \sin^2\theta\frac{\partial u}{\partial y} + \sin\theta\cos\theta\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)\right] \tag{2-36}$$

如果 x 與 y 軸是主軸，速度微係數可以用(2-18)式中的係數 a,

b,c 來表示:

$$F = -|\nabla\alpha|(a\cos 2\theta + b) \qquad (2\text{-}37)$$

由此顯然可見對於鋒生問題祇有變形和水平輻合流場是重要的. 雖然,從物理方面來看,(2-37)式表明有水平輻合運動時,就是當 $b<0$ 時產生鋒生. 但大氣中水平輻散或輻合通常是很小的. 如果省略係數 b,我們仍能夠得到很好的 F 近似值. 由於通常 $|\nabla\alpha|$ 和 a 都是正的,那麼 $b=0$ 時,如果 $45^\circ<|\theta|<135^\circ$ 鋒生函數就是正的. 就是說,要有鋒生存在,等 α 線與 x 軸(變形軸)所夾的角必須小於 45°,水平輻合使這個角度增加,水平輻散使這個角度減小. 對於一個變形場,假如等 α 線與變形軸平行($|\theta|=90^\circ$)鋒生作用顯然最大.

鋒生函數的值是正的. 這當然是生成鋒的必要條件;但顯然不是充分條件. 如果有鋒生成的話,最可能生成在 F 值最大的區域內. 關於這個問題更完全的討論可參看彼得森的原文.

北半球最强的鋒生區域是在西伯利亞東海岸外的太平洋面上. 這個地方冬季時在寒冷的大陸與溫暖的海洋之間,有很强的溫度梯度存在;因此實際上等溫線是幾乎和海岸線完全平行的. 此外,從大陸反氣旋流到海洋氣團的氣流形成一個很强的變形地帶. 它的軸幾乎和海岸平行. 在北美東岸外情形與此相似,也有一個强烈的鋒生地帶. 造成北美西部和歐洲的天氣,基本上就是在這些地帶有鋒系存在.

3. 氣壓場的運動學分析

古典的天氣預報方法和氣象技術開始以來一直用着的一個辦法，包括這樣一種過程：先考慮任何已知天氣要素或風暴的過去歷史，再用外推法，預報它未來的位置和强度。雖然這種概念在性質上已很古老，並且應用很廣；這種預報方法的正式而嚴格的處理，祇是相當近的事情。這主要是彼得孫[14]的工作(註)，他不談大氣中所牽涉到的力而用純粹運動學的方法討論預報地面氣壓場的問題。

爲了發展這些外推方法，首先必須計算對於一個運動之任何已知氣象要素的時間變化率。假設有一點以速度 c 而運動，它在 x 和 y 方向上的分速是 c_x 和 c_y，如圖 10。那麼對於這一點任何函數 $F = F(x, y, t)$ 的時間變化率是

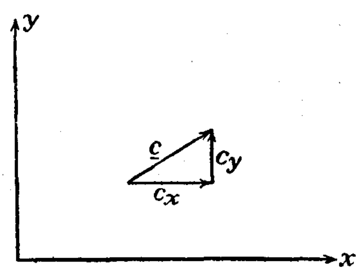

圖　10

$$\frac{\delta F}{\delta t} = \frac{\partial F}{\partial t} + \mathbf{c} \cdot \nabla F \tag{3-1}$$

那麼對於這運動點的二次時間微分就是

$$\frac{\delta^2 F}{\delta t^2} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{c} \cdot \nabla\right)\frac{\delta F}{\delta t} \tag{3-2}$$

(註) 其實這是 Angervo 首先做的.——譯者.