

初中高小復習用書

算術之鑰

王修和著

馬靜軒校

十一
×
÷
=

萬葉書店刊行

初級中學用書 高級中學用書

算術之鑰

王修和編 · 馬靜軒校

上海萬葉書店刊行

編輯大意

1. 本書編輯動機，是因感到一般高級小學算術教科書對於應用問題解法，殊少充分敘述而起。

2. 本書編輯主旨，在整理初步算術課程，用最經濟明確的手段，來說明各種計算的方法。

3. 本書程度，較新課程標準略高，不特可供高級小學復習之用，且可作初中學生補充課本。

4. 本書最注重“整小數四則”跟“分數”“百分”應用問題的演習。

5. 本書編制，為順應兒童心理，採用歸納方法。

6. 本書對於各種算法，舉例不厭其詳，對於例題解釋，尤為詳明；並儘量運用圖解法，使學者有充分理解。

7. 本書於每種問題之後，均有解法指導一項，示以演算此種問題的普通法則，俾學者有透切概括的瞭解，及觸類旁通的功效。

8. 本書注意學生心理程序，於每種問題之後，附有由淺入深的習題，並附復習題，俾學者得充分復習的機會，以資熟練。

9. 本書末後，附有能力檢驗題材，可作假設畢業及升學試驗之用。

10. 本書附錄表格多種，極便查考。

11. 本書另備習題詳解，供教師指導訂正之用，惟書末不附答案，俾學者自行推求；不存依賴之心。

12. 本書可從五年級起，跟教科書相輔教學，既可免教師出補充題之勞，又可使學者得多練習之益。

中華民國三十年一月十五日初版

中華民國卅八年四月三十日十版

算術之鑰

• 有著作權 • 不許翻印 •

著	作	者	王	修	和
校	訂	者	馬	靜	軒
發	行	者	錢	君	爵
發	行	所	萬	葉	書

上海天潼路寶慶里三九號

目 次

1. 整數跟小數四則.....	1
2. 括號問題.....	3
3. 整數跟小數的四則應用.....	4
(1) 還原問題.....	4
(2) 和差問題.....	7
(3) 年齡問題.....	10
(4) 倍數問題.....	12
(5) 連續數問題.....	15
(6) 平均問題.....	17
(7) 總額平分問題.....	19
(8) 歸一問題.....	21
(9) 盈不足問題.....	22
(10) 行程問題.....	25
(11) 划船問題.....	27
(12) 雞兔問題.....	29
(13) 升降問題.....	31
(14) 植樹問題.....	32
(15) 方陣問題.....	33
(16) 列車問題.....	34
(17) 輪替問題.....	35

(18) 物價問題.....	36
(19) 等差級數問題.....	36
復習一.....	38
4. 約數跟倍數.....	45
(1) 質因數檢驗.....	45
(2) 最大公約數.....	48
(3) 最小公倍數.....	50
復習二.....	52
5. 繁分化簡.....	53
6. 分數四則應用.....	56
(1) 從全數求部分.....	56
(2) 從部分求全數.....	60
(3) 工程問題.....	64
(4) 水管問題.....	70
(5) 工資問題.....	73
(6) 長度問題.....	76
(7) 時鐘問題.....	80
(8) 溫度問題.....	84
復習三.....	87
7. 百分法.....	95
(1) 求分率.....	95
(2) 求子數.....	95
(3) 求母數.....	96
(4) 求母子和.....	98
(5) 求母子差.....	98

(6) / 由母子和求母數	100
(7) / 由母子差求母數	100
(8) / 百分法的應用指導	103
8. 利息算	108
(1) 單利	108
(甲) 求利息 (乙) 求本銀 (丙) 求期數 (丁) 求利率	
(戊) 求本利和	
(2) 複利	112
(甲) 求本利和 (乙) 求複利息 (丙) 求本銀 (丁) 求時期	
復習四	116
9. 比跟比例	122
(1) 比	122
(2) 比例	125
(3) 單比例	126
(4) 複比例	129
(5) 連鎖比例	133
(6) 按分比例	136
(7) 混合比例	139
復習五	142
10. 複名數	146
(1) 通法	146
(2) 命法	146
(3) 四則計算	147
(4) 互求法	150
(5) 經差跟時差問題	151

11. 開方跟求積	154
(1) 開方	154
(2) 求積	158
復習六	160
12. 能力檢驗題材	163
附錄 (1) 複利表	174
(2) 各國度量衡	176
(3) 各國貨幣	180

一 整數跟小數四則

(例1) $258 - 786 \div 6 + 24 \times 7$

[解] $= 258 - 131 + 168$
 $= 127 + 168$
 $= 295$

(例2) $6.4 + 5.4 \div 6 + 5 \times 0.7$

$= 6.3 \div 9 \times 0.7$

[解] $= 6.4 + 0.9 + 3.5 - 0.49$
 $= 7.3 + 3.5 - 0.49$
 $= 10.8 - 0.49$
 $= 10.31$

〔指導〕 如果一個算式裏頭，有加減乘除各種符號的，那末在運算的時候，應該照“先乘除，後加減”的定則去做，把算式裏頭的乘或除先行化聚起來，使牠成了加減號的式題，再順了次序，自左而右的逐項演算就得啦。

〔注意〕 (1) 演算時不可把右面的先加或先乘。因為加跟減，乘跟除，是不分先後的，誰在左，便先算誰。像例1減在左，便先做減，例2加在左，便先做加。

(2) 小數的加法，運算時要對齊被加數跟加數的小數點，和數中所加的小數點，和被加數跟加數中的小數點也要齊。減法跟加法大致相同，不過被減數的小數位，如果比減數少幾位，那末可以用“0”補在右面，使兩方的位數一樣。小數乘法，跟整數乘法一樣的，不過乘完以後，要看被乘數和乘數中的小數位共有多少位，拿來定積數的小數位。又小數末後的“0”，可以去掉，但若被乘數跟乘數中共有的小數位，比積數的數字

位多，那末要在積數的左端用“0”來補足。例如：

1. $1.02 \times 3.5 = 3.570$

2. $0.31 \times 0.17 = 0.0527$

小數除法，也跟整數除法一樣，不過要注意小數點的位置。如果商數跟除數共有的小數位跟被除數的小數位相等，那末他的小數點就不錯了。例如： $4.08 \div 3.4 = 1.2$ 。

(3) 乘除法裏頭，不論什麼數，拿“0”來乘或除他，結果總是“0”。

習 題 一

1. $8 + 5 - 11 + 5 - 7 =$

2. $106 - 32 + 49 - 25 =$

3. $572 \div 13 + 25 \times 38 - 32 \div 8 \times 27 =$

4. $56 \times 102 - 203 \times 13 =$

5. $6 + 5 \times 4 - 8 \div 4 \times 2 + 17 \times 6 - 28 =$

6. $54 - 6 \times 13 \div 2 + 6 + 23 \times 5 \times 0 - 6 =$

7. $666 \div 6 + 777 \div 7 + 888 \div 8 + 999 \div 9 - 444 =$

8. $46.8 + 2.02 \times 0.08 - 1 \div 0.05 =$

9. $645 \div 0.15 - 0.09 \times 35.7 \times 18 =$

10. $26.88 \div 2.4 - 42.24 \div 3.84 + 9.72 \div 0.27 \times 5.1 =$

11. $3.12 \times 0.4 + 11.52 \div 4.8 - 35.1 \div 27 \times 0.64 =$

12. $85.4 + 2.09 \div 1.9 - 3 \times 0.7 + 1.26 - 99.99 \div 99 =$

13. $46.2 + 2.02 \times 0.08 - 3.2 \div 16 + 5.4 \div 0.06 =$

14. $1 \div 0.002 + 0.09 \times 0.002 - 489 + 6 \div 0.04 =$

15. $9.6 + 0.54 \times 0.2 - 5.4 \div 9 + 1.3 \times 0.005 - 2.5 \div 50 =$

16. $3.5 \times 1.6 - 1.1 + 8.6 - 0.45 + 7.23 - 0.8 - 0.5 \times 0.11 =$

二 括號問題

$$\text{(例1)} \quad 43 - \{35 - [10 - (5 + 3) + 6] + 5\}$$

$$\begin{aligned}\text{〔解〕} &= 43 - \{35 - [10 - 8 \\ &\quad + 6] + 5\} \\ &= 43 - \{35 - 8 + 5\} \\ &= 43 - 32 \\ &= 11\end{aligned}$$

$$\text{(例2)} \quad 9 - [8 - \{7 - (6 - 5 - 4)\}]$$

$$\begin{aligned}\text{〔解〕} &= 9 - [8 - \{7 - (6 \\ &\quad - 1)\}] \\ &= 9 - [8 - \{7 - 5\}] \\ &= 9 - [8 - 2] \\ &= 9 - 6 \\ &= 3\end{aligned}$$

〔指導〕 演算括號問題，應該把最裏層的括號，先行化去，再逐層逐層的把外面的化去。如果括號內再有各種運算符號，那末須照整小數四則做法，先行化聚歸併，再去運算。

〔注意〕 (1) 括號化去後，算式中各數的次序，不可前後倒置。

(2) 裏層的括號內，如果再有括線，那末應該先去括線，再依次去括號。

(3) 括號祇有內外的分別，沒有什麼大小的不同。所以我們去括號的時候，祇要牢記“自內而外，括線先去”兩句話就得啦。

習 題 二

1. $[(12 \times 24 + 7) \times 60 + 56] \times 60 + 42 =$
2. $3 - \{6 - (9 - 8) - 4\} =$
3. $531 \div [32 + \{49 - 264 \div (56 \div 8 + 5)\}] - 9 =$
4. $\{(56 \div 7) \div 2 \times 4 \times [(18 \div 3) - (9 - 4)] + 68 \times 4\} \div 3 =$
5. $2.56 + \{30.6 + 0.02 - [8 - (2.2 - 2.02)]\} =$
6. $3192 \div \{12 + [72 \div (6 \times 2) + 3]\} - 12 \times 11 =$
7. $18 \times (14 + 7) \div [\{725 \div (35 \div 7)\} + 44] =$
8. $21 \times \{4 \times [2 + (3 - 8 - 7) \div (20 - 72 \div 4)]\} =$
9. $22 \times \{[(15 + 9) \div 6] - [(9 - 15 - 14) \div 4]\} \times \{[(6 + 3) \div 3] \div [(11 + 7) \div 6]\} =$
10. $4.6 \times \{2.8 \times [(6 \div 0.8) \times (0.09 \div 0.9 + 0.3)]\} =$

11. 某校一年級有甲乙兩組，在開學的時候，一共有 98 人，到學期中間，甲組有 5 人退學，乙組增加新生 3 人，這時，兩組的人數，恰巧相等。開學時各有幾人？

12. 良馬在驚馬後 226 里，現在同時騎到一塊地方。良馬每天走 247 里，驚馬每天走 162 里。如良馬 16 天可到，那末比驚馬早到幾天？

13. 甲每天喫米 0.012 石，乙每天喫米比甲多 0.0082 石，兩人 2 星期共喫多少米？

14. 用人做工，講定每天發工資 1.65 元，若做夜工，那末加發 0.65 元，今在 42 天裏面，共發工資 79.05 元，這個人共做幾個夜工？

15. 守一在 3.2 點鐘裏面，走 25.6 里路，若走 18.4 里，要費幾點鐘？又 4.5 點鐘裏面，可走幾里路？

三 整數跟小數的四則應用

(1) 還原問題

例1) 某數加 1, 減 2, 乘 3, 除 4, 得 9, 求某數!

[解] $9 \times 4 \div 3 + 2 - 1 = 36 \div 3 + 2 - 1 = 12 + 2 - 1 = 13$ (某數)

末用 4 除得 9, 那末沒有除時, 一定是 $9 \times 4 = 36$ 。

乘 3 後是 36, 那末沒有乘時, 一定是 $36 \div 3 = 12$ 。

減 2 後是 12, 那末沒有減時, 一定是 $12 + 2 = 14$ 。

加 1 後是 14, 那末沒有加時, 一定是 $14 - 1 = 13$ 。

例2) 一位小朋友, 帶着一籃饅頭去分給流浪街頭的苦孩子, 第一次分去全數的一半和半個, 第二次, 又分去剩下的一半和半個; 第三次又分去剩下的一半和半個。這樣一共分 5 次, 恰巧分完。這位小朋友帶有多少饅頭?

[解] 末次分掉剩下的一半又半個, 恰巧分完; 如果祇分去一半, 那末還剩半個。這半個, 便是沒有分去的一半。既知道一半是半個, 那末全部當然是: $0.5 \text{ 個} \times 2 = 1 \text{ 個}$ 。這是末次分去的饅頭, 也就是分去第四次後所剩的。所以第四次如果祇分去半個, 那末該剩:

$1 \text{ 個} + 0.5 \text{ 個} = 1.5 \text{ 個}$; 加進分去的一半, 共有: $1.5 \text{ 個} \times 2 = 3 \text{ 個}$, 這是第三次分去後所剩的。同樣的理由, 第二次分後還剩: $(3 \text{ 個} + 0.5 \text{ 個}) \times 2 = 3.5 \text{ 個} \times 2 = 7 \text{ 個}$ 。

第一次分後還剩： $(7\text{個} + 0.5\text{個}) \times 2 = 7.5\text{個} \times 2 = 15$
個。沒有分時，原來有的饅頭是： $(15\text{個} + 0.5\text{個}) \times 2$
 $= 15.5\text{個} \times 2 = 31\text{個}$ 。

(簡式) $\{[(0.5 \times 2 + 0.5 \times 2 + 0.5) \times 2 + 0.5] \times 2 + 0.5\}$
 $\times 2 = \dots\dots = 31\text{個}$ 。

〔指導〕 還原問題的演算，應該要從末位數逆推上去，所以又叫逆推問題。凡是題目中說加的要減，減的要加，乘的要除，除的要乘。

〔注意〕 (1) 演算時要照着排定的次序推算，如果式子中有各種運算符號，那末要加上括號，然後計算。如例 2 的簡式是。

(2) 這種算法，可以證驗自己計算的題目是否準確，用處很大，應該練習純熟。

習 題 三

1. $? \div 7 \times 2 = 10$

2. $24 \times 12 - 16 \div ? = 284$

3. 有某數，用 15 去乘，21 去除，再加上 135，就得 155。
某數是多少？

4. 王一之把一包舊衣，分給甲乙兩個街童，甲得比總數的一半多 1，乙比剩下的一半多 2，還餘 3 件。可知道王一之的一包舊衣共有多少件？

5. 李守忠把一束鉛筆，分給義務學校中的 3 位小朋友，周生得全數的一半又 3 枝，陳生得剩下的一半又 2 枝，趙生得剩下的一半又半枝，恰巧分完。李守忠原來帶鉛筆多少枝？

6. 秦, 蔡, 朱三位小朋友, 共有 192 元, 先由秦給蔡朱, 再由蔡給秦朱, 末由朱給秦蔡, 這時三人的錢恰巧相等。三人原來各有多少元? (各人給他二人的元數, 就是等於當時他二人現有的元數)。

7. 祖母叫小芳猜自己的年紀, 說道: “把我的年紀加 8, 用 2 除, 減 40, 加 90, 等於 100 歲”。小芳想了好久, 想不出, 請小朋友代小芳算一算, 他祖母究竟幾歲?

8. 錢惜陰把儲蓄費的一半, 充作愛國捐; 後又儲 25 元, 再把一半又 16 元充作飛機捐。這時, 還剩 34 元, 他原有多少?

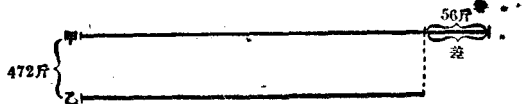
9. 有玩具多少件, 拿他的一半又 3 件給甲, 拿其餘的一半又 2 件給乙, 還剩 4 件。原有玩具幾件?

10. 有一賣毛巾的老婦人, 先賣出 23 條, 又添進 10 條, 再賣去 30 條, 復添進 7 條, 又賣去 13 條, 還剩 1 條。老婦人原有幾條毛巾? $23 + (30 - 10) + (13 - 7) + 1 = 50$ 。

(2) 和差問題

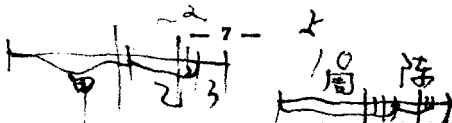
(例1) 甲乙兩桶, 共裝油 472 斤, 若甲桶倒 28 斤到乙桶去, 那末兩桶的斤數相等。兩桶原來各裝油多少斤?

(解)



兩桶原有 472 斤(和), 如果甲桶倒 28 斤到乙桶去, 那末兩桶斤數相等。可知甲桶比乙桶多 $28 \text{ 斤} \times 2 = 56 \text{ 斤}$ (差)。既知兩桶相差 56 斤, 那末甲桶應該原裝:

$$(472 \text{ 斤} + 56 \text{ 斤}) \div 2 = 528 \text{ 斤} \div 2 = 264 \text{ 斤 (即大數)}$$

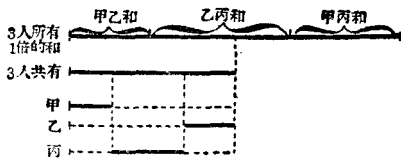


乙桶應該原裝：

$$(472 \text{ 斤} - 56 \text{ 斤}) \div 2 = 416 \text{ 斤} \div 2 = 208 \text{ 斤 (即小數)}$$

(例2) 甲乙有法幣 70 元，乙丙有法幣 90 元，甲丙有法幣 80 元。三人各有法幣多少元？

〔解〕



本題中的法幣元數，比原有的元數，增加 1 倍，所以我們應該先算三人實在共有的元數，然後再來計算每人所有的元數。

三人共有：(70 + 90 + 80) 元 $\div$ 2 = 240 元 $\div$ 2 = 120 元。

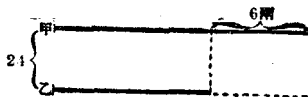
甲有：120 元 - 90 元 (乙丙的共數) = 30 元。

乙有：120 元 - 80 元 (甲丙的共數) = 40 元。

丙有：120 元 - 70 元 (甲乙的共數) = 50 元。

(例3) 陳方有銀杯兩隻，共重 24 兩，合用一蓋，放在甲杯上，共重 18 兩，放在乙杯上，共重 12 兩。兩杯跟蓋的重量各多少？

〔解〕



同一個蓋，放在甲乙兩杯上，重量相差：18 兩 - 12 兩 = 6 兩。這相差的 6 兩，便是兩杯重量的差。已知兩杯的和是 24 兩，那末：

甲杯應該重：(24 + 6) 兩 $\div$ 2 = 30 兩 $\div$ 2 = 15 兩。

乙杯應該重: $(24-6) \text{兩} \div 2 = 18 \text{兩} \div 2 = 9 \text{兩}$ 。

杯蓋應該重: $18 \text{兩} - 15 \text{兩} = 3 \text{兩}$

再,本題可不用和差問題解法,而用下面的解法:

$$\begin{aligned} [(18+12) \text{兩} - 24 \text{兩}] \div 2 &= [30 - 24] \text{兩} \div 2 = 6 \text{兩} \div 2 \\ &= 3 \text{兩} (\text{蓋重}) \quad 18 \text{兩} - 3 \text{兩} = 15 \text{兩} (\text{甲杯重}) \quad 12 \text{兩} - 3 \\ &\text{兩} = 9 \text{兩} (\text{乙杯重}) \end{aligned}$$

〔指導〕 和差問題的解法,祇要先看出什麼是兩數的和,什麼是兩數的差?和差決定了,就可用下面的公式計算:

$$\text{大數} = (\text{兩數的和} + \text{兩數的差}) \div 2$$

$$\text{小數} = (\text{兩數的和} - \text{兩數的差}) \div 2$$

如果遇有三數的和差問題,那末可用下面的公式計算:

$$\text{總和}(\text{甲乙丙}) = (\text{甲乙和} + \text{甲丙和} + \text{乙丙和}) \div 2$$

$$\text{甲} = \text{總和} - \text{乙丙和}。$$

$$\text{乙} = \text{總和} - \text{甲丙和}。$$

$$\text{丙} = \text{總和} - \text{甲乙和}。$$

若是遇有祇知二數的和跟商,要求大小數,那末可用下面的公式計算:

$$\text{小數} = \text{和} \div (\text{商} + 1)$$

$$\text{小數} = \text{差} \div (\text{商} - 1)$$

$$\text{大數} = \text{小數} \times \text{倍數}$$

習 題 四

1. 大小兩數的和是 60, 差是 4, 求兩數各是多少?
2. 大小兩數的和是 81, 商是 8, 求大小二數!
3. 甲乙丙三人分法幣 3000 元, 甲乙二人共比丙多分得 400 元, 甲比乙又多分得 300 元。求三人各分得多少?

$$\begin{aligned} \text{甲} &= \frac{1700 + 300}{2} = 1000 \text{元} \\ \text{乙} &= 1000 + 300 = 1300 \text{元} \\ \text{丙} &= 3000 - 1000 - 1300 = 700 \text{元} \end{aligned}$$

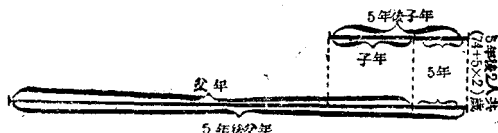
4. 有隻船順流航行，每小時可行 28 里，逆流航行，每小時祇行 16 里，求這船在靜水內航行的速度跟水流的速度！

5. 有甲乙兩隻錶，共值 95 元，如果把銀鍊繫在甲錶上，那末值 62 元，如果把銀鍊繫在乙錶上，那末值 57 元。求甲乙兩錶跟銀鍊的價值！

(3) 年齡問題

(例1) 父子年齡的和是 74 歲，5 年後父年是子年的 3 倍，父子現年各幾歲？

〔解〕



父子年齡的和現在是 74 歲，那末 5 年後兩人共：74 歲 + 5 歲 $\times$ 2 = 74 歲 + 10 歲 = 84 歲。

那時父年是子年的 3 倍，那末父子年齡的和，一定是子年的 $3 + 1 = 4$ 倍。

所以那時的子年是：84 歲 $\div$ 4 = 21 歲，現在是 21 歲 - 5 歲 = 16 歲。父年是：74 歲 - 16 歲 = 58 歲。

(例2) 母年是三子年齡的和，自今 10 年後，母年等於長次二子的和，再 2 年後，等於長幼二子的和，又 3 年後，等於次幼二子的和。求母子四人現在的年齡！

〔解〕 自今 10 年後，母年等於長次二子的和，就是現在母年較長次二子的和 10 年。但母年是三子年齡的和，所以幼子現年 10 歲。