

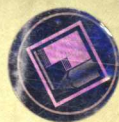
主编 / 姚玉峰
主审 / 范金城



工程数学

概率论与数理统计

自学考试指导与题解



全国高等数学自学考试命题研究组 组编

版社

全国高等教育自学考试辅导丛书

《工程数学(概率论与数理统计)》
自学考试指导与题解

主 编 姚玉峰

知识出版社

总编辑:徐惟诚 社 长:田胜立

图书在版编目(CIP)数据

《工程数学(概率论与数理统计)》自学考试指导与题解/姚玉峰
主编. - 北京:知识出版社,2002.6

(全国高等教育自学考试辅导丛书)

ISBN 7 - 5015 - 3459 - 4

I.工… II.姚… III.①概率论 - 高等教育 - 自学考试 - 自学参考资料 ②数理统计 - 高等教育 - 自学考试 - 自学参考资料
IV.021

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 040528 号

责任编辑:简菊玲

装帧设计:于守卫

知识出版社出版发行

(北京阜成门北大街 17 号 邮编 100037 电话:010-88372203)

<http://www.ecph.com.cn>

河南长城印刷厂印刷

新华书店经销

开本:850×1168 1/32 印张:16.125 字数:400 千字

2002 年 9 月第 1 版 2002 年 9 月第 1 次印刷

印数:1~5000 册

ISBN 7 - 5015 - 3459 - 4/G·1837

定价:28.00 元

前 言

为了满足广大自学考生的学习要求,我们编写了这本《〈工程数学(概率论与数理统计)〉自学考试指导与题解》。

本书是根据全国高等教育自学考试指导委员会审定的《工程数学(概率论与数理统计)自学考试大纲》和指定教材——辽宁大学出版社出版的《工程数学(概率论与数理统计)》(范金城主编)编写的。全书分为三个部分:第一部分自学考试指导意见,第二部分综合练习,第三部分模拟自测题及参考答案。其中,综合练习包括填空、单项选择、计算、证明等题型,基本上涵盖了本课程的考试内容。各章附有参考答案,供学员复习时参考。

由于编写时间紧,书中疏漏之处在所难免,考生在使用时还应认真阅读指定教材,并对本书提出宝贵意见,以便我们修订时参考。

编 者

2002年8月

目 录

第一部分 自学考试指导意见

一、本书的特点和自学方法	(1)
二、自学和考试时应注意的问题	(2)
三、试卷结构、答题技巧及题型示例	(4)

第二部分 综合练习

第一章 随机事件与概率	(7)
考核点提示	(7)
例题解析	(14)
综合练习	(38)
一、填空题	(38)
二、选择题	(42)
三、计算题与应用题	(44)
四、证明题	(52)
参考答案	(54)
第二章 随机变量与概率分布	(56)
考核点提示	(56)
例题解析	(63)
综合练习	(109)
一、填空题	(109)
二、选择题	(110)
三、计算题	(113)
四、证明题	(125)
参考答案	(126)

第三章 随机向量	(128)
考核点提示.....	(128)
例题解析.....	(137)
综合练习.....	(179)
一、填空题.....	(179)
二、选择题.....	(181)
三、计算题.....	(183)
四、证明题.....	(194)
参考答案.....	(195)
第四章 随机变量的数字特征	(197)
考核点提示.....	(197)
例题解析.....	(205)
综合练习.....	(242)
一、填空题.....	(242)
二、选择题.....	(244)
三、计算题.....	(245)
四、证明题.....	(253)
参考答案.....	(257)
第五章 大数定律与中心极限定理	(259)
考核点提示.....	(259)
例题解析.....	(262)
综合练习.....	(282)
一、填空题.....	(282)
二、选择题.....	(282)
三、计算题.....	(283)
四、证明题.....	(288)
参考答案.....	(290)
第六章 样本及抽样分布	(291)

考核点提示	(291)
例题解析	(295)
综合练习	(324)
一、填空题	(324)
二、选择题	(325)
三、计算题	(326)
四、证明题	(332)
参考答案	(334)
第七章 参数估计	(335)
考核点提示	(335)
例题解析	(342)
综合练习	(379)
一、填空题	(379)
二、选择题	(380)
三、计算题	(383)
四、证明题	(391)
参考答案	(394)
第八章 假设检验	(396)
考核点提示	(396)
例题解析	(403)
综合练习	(441)
一、填空题	(441)
二、选择题	(442)
三、计算题	(445)
参考答案	(457)
第九章 回归分析与方差分析	(459)
考核点提示	(459)
例题解析	(464)

综合练习	(477)
------------	-------

第三部分 模拟自测题及参考答案

模拟自测题(一)	(483)
模拟自测题(一)参考答案	(488)
模拟自测题(二)	(490)
模拟自测题(二)参考答案	(495)
模拟自测题(三)	(498)
模拟自测题(三)参考答案	(503)

第一部分 自学考试指导意见

一、本书的特点和自学方法

1. 本书的特点

本书是我们长期学习、辅导和研究的成果,主要是让学生在全面掌握书本知识的基础上,对学习和考试中的重点和难点进行理解和把握。本书具有以下特点:

(1) 全面性。

全面性是指综合练习题覆盖考试大纲所要求的各个考核知识点,这包括所有需要识记、领会和运用的部分。

(2) 技巧性。

本书的技巧性主要表现为同一内容可采用几种不同的出题方法,这些方法主要包括正面与反面、顺向与逆向(前因后果与前果因后)、直接与间接、单一与综合等。

(3) 综合性。

本书的综合性是指理论、知识内容的综合,理论与实际的综合。

(4) 侧重性。

本书主要侧重于计算题、应用题和证明题是为了克服以往考生死记硬背的不足,使考生能够将理解与记忆相结合。

(5) 典型性。

本书的典型性是指每个试题都包含一个或几个知识点,也可通过试题了解每一个知识点可能以何种题型出现。

2. 自学方法

(1) 在开始阅读某一章之前,先翻阅大纲中有关这一章的考

核点、自学要求、重点、难点以及对各知识点的能力层次要求和具体要求,以便在阅读教材时能做到心中有数,避免平均使用力量。

(2) 每一章节,要逐段细读,逐句推敲,集中精力,吃透每一个知识点。对基本概念必须深刻理解,对基本理论必须彻底弄清,对基本方法必须牢固掌握。一般地,在未达到上述要求之前,不宜学习新的内容。但如果有个别不阻碍学习新内容的细节问题一时还不能解决,可将其暂时放下,不要因此而止步不前。

(3) 做综合练习是帮助理解、消化和巩固所学知识,培养分析问题、解决问题能力的重要环节。在综合练习之前,必须认真阅读教材内容,切勿误认为会做题了就是掌握了教材内容。做题要仔细分析、认真思考、书写整洁,切勿草率了事、急于求成。否则效果往往适得其反。教材中的“模拟自测题”是用来检查总的学习效果,衡量经过自学是否已经达到了大纲要求,具有全局测验性质。要在做完一般综合练习的基础上再做这些题,并应在规定的时间内独立完成试卷。

二、自学和考试时应注意的问题

1. 自学时应注意的问题

(1) 要紧扣课本和考纲学习。

由于自学考试自身具有的特点,要求考生在自学时必须紧扣课本,把考试大纲的考核知识点研究好,研究透,对考纲的识记部分要加强记忆,对领会部分要加深理解和把握,对运用部分要做到灵活运用。

(2) 要学会运用练习题。

练习题一般有两个方面的作用:① 巩固以前学过的知识;② 发现学习中没有注意到的问题。学生在自学过程中,应学会把握练习题的这两个方面的作用,达到事半功倍的效果。

(3) 要正确区分易混淆的知识点。

对于易混淆的知识点,学生在自学过程中应特别注意其联系与区别,因为这部分往往是考试中出现频率较高的知识点。

(4) 要正确处理重点和一般的关系。

课程的内容有重点与一般之分,但考试内容是全面的,而且重点与一般是相互联系的,不会截然分开,学生在全面系统地学习教材、掌握全面考核内容和考核知识点的基础上应重点突出。

2. 考试时应注意的问题

很多考生在平时学习中,能够很好地理解领会、掌握书本知识,但是在考场上,由于受时间、心理等各种因素的影响和制约,往往不能发挥应有的水平。为了克服不利因素的影响,考生在考试中应该注意一些问题,这些问题克服了,就能起到事半功倍的效果。

(1) 头脑清醒,情绪平稳。

考试是一种高强度高难度的脑力劳动。因此,一定要在考试过程中保持健康的身体,考前要休息好。考试是一种静思、沉思而又紧张的思维活动,需要保持一种平稳的心态,使答题过程达到并保持最佳的思维状态,才有可能考出自己应有的水平甚至超水平的成绩。切忌进考场前说说笑笑、打打闹闹和答题过程中注意力分散。

(2) 按序做题,先易后难。

一般重要的正规考试试题,有难有易,难易兼顾,既有理论知识的理解、记忆,又有理论知识的分析、综合及推理等运用,整个试题的排列顺序是先易后难,由低分到高分。考生不必把试题通读一遍,既浪费时间,又会因遇到一些难题而引起不必要的惊恐。假如在本该容易答的试题中遇到一些不会答的试题时,也不要紧张,把不会答的试题留下,继续往后做对自己来说容易的试题。当返回来再做时也许就会答了。

(3) 审题仔细,备求准确。

审题是答题的前提,审题不准不全就会答错答偏,审题差之毫

厘,答题就会差之千里。自考试题有一部分不是简单明了,一目了然的,单项选择题的一个问题有四个备选答案,看错或理解错一句话甚至一个字就会选错答案。因此,在考试中一定要仔细审题,切忌马马虎虎,看一眼就马上做题。

(4) 胸中有数,对号入座。

所谓胸中有数,就是考生在考前对基本理论、基本知识的重点内容有一个全面的、系统的理解和记忆,审题时把试题输入大脑,并同已储存的知识信息相联系,进而判断试题所考的范围与要求,最后给出正确的答案。只有胸中有数,才能实现对号入座。

(5) 稍息后复查,不急于交卷。

试卷答完后,为了防止思维定势,不要立即就查,待稍息一会再复查,也许能查出不妥之处。有的考生为了显示能耐,考试时间未到就急于交卷,这是不必要的。

三、试卷结构、答题技巧及题型示例

1. 考试方式为闭卷、笔试。考试时间为 150 分钟。评分采用百分制,60 分为及格。考试时只允许带笔、橡皮和尺,答卷必须用钢笔或圆珠笔书写,颜色为蓝色或黑色,不允许用其他颜色。

2. 本大纲各章所规定的基本要求、知识点及知识点下的知识细目,都是考试内容。考试命题覆盖到章,并适当突出重点章节,加大重点内容的覆盖程度。

3. 本课程在试卷中对不同能力层次要求的分数比例大致为:“识记”为 15%，“领会”为 35%，“简单应用”为 40%，“综合应用”为 10%。

4. 要合理安排试题的难易程度,试题的难易程度可分为四个等级:易、较易、较难和难。每份试卷中不同难度试题的分数比例依次为 1:3:4:2。但有一点需要考生注意,试题的难度与能力层次并不是同一个概念,在各个能力层次中都存在不同难度的考题,考

生不要混淆。

5. 试题的主要题型有：填空题、单项选择题、计算题、证明题、应用题等。现分别说明如下：

(1) 填空题。

填空题属于客观性试题，主要考查考生对重要概念及定律等的掌握情况，并适当地灵活运用已掌握的知识。

如：设随机变量 X 的数学期望 $E(X) = 2$ ，方差 $D(X) = 4$ ，则 $E(X) =$

(2) 单项选择题。

单项选择题属于客观性试题。其特点是难度较小。四个备选答案中只有一个正确答案；覆盖面广，教材中每一章节都会涉及到。这类题主要考查考生的记忆、判断和理解能力。在答题时，应注意首先认真审题，弄清题目的内容要求，这是选择题选准正确答案的关键。

如：设随机变量 X 服从 $[0, 1]$ 上的均匀分布，则 $D(2X) =$ ()。

A. $\frac{1}{12}$ B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$

(3) 计算题。

计算题是一种主观性试题，也是较难的一类题。它考查考生运用所学知识综合解决问题的能力。做这样的试题，首先要认真分析，然后写出公式和必要的解答过程，最后写出结果即可。

如：有 3 只箱子，第一只箱子里有 4 个黑球和 1 个白球，第二只箱子里有 3 个黑球和 3 个白球，第三只箱子里有 3 个黑球和 5 个白球，现随机地取一只箱子，再从这只箱子中随机地取出一球，求这个球是白球的概率。

(4) 证明题。

证明题也是一种主观性试题。它主要考查考生综合运用知识的能力。做此类试题,首先应认真分析,理清证明的思路,然后再把必须的证明步骤写出来。否则就会出现证明到中途而此路不通的情况,浪费考试时间,进而影响成绩。

如:若 X, Y 相互独立,证明 $D(X - Y) = D(X) + D(Y)$

(5) 应用题。

应用题属主观性很强的试题。重在考查考生综合分析问题和解决实际问题的能力。一般题目不多,且均为各章重点内容,但单题分值较高,往往一道题就可以直接影响考生能否及格。因此,应备加重视。在解答应用题时,要做到观点正确、思路清晰、条理明确、一目了然。

如:抛掷一枚硬币 100 次,正面(国徽向上)出现 60 次,问这枚硬币是否匀称(显著性水平 $\alpha = 0.05$)?

X 分布的上侧与位数表如下:

n^2	1	2	3	4	5
$\alpha = 0.05$	3.841	5.991	7.815	9.488	11.071

第二部分 综合练习

第一章 随机事件与概率

考核点提示

一、随机事件及随机事件的关系和运算

1. 随机试验:

随机现象总在一定条件下进行并对其进行观察,把一次观察看做一次试验.满足下列条件的试验称为随机试验。

(1) 试验可以在相同条件下重复进行;

(2) 每次试验的可能结果不止一个,并能事先明确试验的所有可能结果;

(3) 进行一次试验之前不能确定会出现哪一种结果。

这样的试验叫做随机试验,简称试验,记为 E 。

2. 随机事件:

在随机试验中,可能出现也可能不出现的事件,叫做随机事件,简称事件。

3. 基本事件:

在随机试验中的最简单的随机事件,叫做基本事件或样本点。

随机试验中,除基本事件外,还有复杂事件,它们是由基本事件构成的随机事件,简称为事件.一般用大写英文字母 A 、 B 、 C 等表示事件。

4. 必然事件:

在随机试验中,必然发生的事件,叫做必然事件,记为 Ω 。

5. 不可能事件:

在随机试验中,不可能发生的事件,叫做不可能事件,记为 ϕ .

6. 样本空间:

随机试验 E 的所有基本事件组成的集合,叫做 E 的样本空间,记为 Ω .

7. 事件之间的关系和运算:

(1) 子事件(或事件的包含):若事件 A 发生,必然导致事件 B 发生,则称事件 A 为事件 B 的子事件(或称事件 B 包含事件 A),记为 $B \supset A$ 或 $A \subset B$.

(2) 事件的相等:若 $A \supset B$ 且 $B \subset A$ 则称事件 A 与事件 B 相等,记为 $A = B$.

(3) 和事件:事件 A 和事件 B 至少有一个发生的事件,称为事件 A 与事件 B 的和事件,记为 $A \cup B$.

类似地,表示 $A_1, A_2, \dots, A_k, \dots$ 中至少有一个发生的事件,称为 $A_1, A_2, \dots, A_k, \dots$ 的和事件,记为 $\bigcup_{k=1}^{\infty} A_k$.

(4) 积事件:事件 A 与事件 B 同时发生的事件,称为 A 与 B 的积事件,记为 $A \cap B$ 或 AB .

类似地,表示 $A_1, A_2, \dots, A_k, \dots$ 同时发生的事件,称为 $A_1, A_2, \dots, A_k, \dots$ 的积事件,记为 $\bigcap_{k=1}^{\infty} A_k$.

(5) 差事件:事件 A 发生而事件 B 不发生的事件,称为 A 与 B 的差事件,记为 $A - B$.

(6) 互不相容事件:若事件 A 与事件 B 不能同时发生,即 $AB = \phi$,则称事件 A 与事件 B 是互不相容的事件(或称互斥事件).

(7) 对立事件:若事件 A 与事件 B 至少有一个发生且仅有一个发生,即 $A \cup B = \Omega, AB = \phi$,则称 A 是 B 的对立事件,或 B 是 A 的对立事件. A 的对立事件记为 $\bar{A}$.

(8) 完备事件组:若 $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \Omega$, 且 $A_i A_j = \phi (i \neq j)$, 则称 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 为完备事件组.

8. 事件的运算性质:

(1) 交换律: $A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$;

(2) 结合律: $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C),$

$$(AB)C = A(BC);$$

(3) 分配律: $(A \cup B)C = AC \cup BC,$

$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C);$$

(4) 对偶律: $\overline{A \cup B} = \overline{A} \overline{B}, \overline{AB} = \overline{A} \cup \overline{B}.$

二、随机事件的概率

概率,是概率论中最基本的概念.随机事件的概率,是随机事件在试验中出现可能性大小的数值量度.用概率度量随机事件在试验中出现的可能性大小,与用长度度量线段、用面积度量平面几何图形相类似,随机事件 A 的概率用 $P(A)$ 表示.

1. 频率:设事件 A 在 n 次重复试验中发生 n_A 次,比值 $\frac{n_A}{n}$ 称为在这 n 次试验中 A 发生的频率,记为 $f_n(A)$.

由频率的定义知频率具有下列性质:

(1) $0 \leq f_n(A) \leq 1$;

(2) $f_n(\Omega) = 1$

(3) 若 A, B 互不相容,即 $AB = \phi$, 则

$$f_n(A \cup B) = f_n(A) + f_n(B).$$

2. 概率:事件 A 的概率,就是事件 A 发生可能性大小的数值量度.当重复试验次数增加时,如果事件 A 的频率 $f_n(A)$ 围绕一个稳定的数值 P 做微小的摆动,这个数值 P 称为事件 A 的概率,记为 $P(A)$.

事件 A 的概率 $P(A)$ 满足下列三条公理:

(1) 对于每一个事件 A , 有 $0 \leq P(A) \leq 1$;

(2) $P(\Omega) = 1$;

对于有限个互不相容的事件 $A_1, A_2, \dots, A_k$ 有