JIEJINSHUXI 捷进书系

HuangGang
JingDianJiangLian

黄冈精典讲练

初二数学（上）

双色 第2次修订

主编：洪鸣远

吉林人民出版社

黄冈

Jingdianjianglian

精典讲练

修订版

初二数学（上）

执行主编：高少华
本册主编：李建光　曾汉国
本册编者：蔡义阳　陈　勇　刘　伟
叶学林　齐志超　李剑光
曾汉国　徐志清

吉林人民出版社

(吉)新登字 01 号

黄冈精典讲练·初二数学(上)

主　　编　洪鸣远
责任编辑　关铁宁　　封面设计　魏　晋
责任校对　陈洁美　　版式设计　洪　铭

出 版 者　吉林人民出版社(中国·长春人民大街 4646 号　　邮编:130021)
网　　址　www.jlpph.com
发 行 者　各地新华书店
制　　版　北京佳佳图文制作中心
印 刷 者　北京新丰印刷厂

开　　本　880×1230　　1/32
印　　张　12.25
字　　数　316 千字
版　　次　2004 年 5 月第 2 版第 1 次印刷
印　　数　30000

标准书号　ISBN 7-206-02350-9/G·1290
定　　价　15.90 元

图示说明

亲爱的读者，感谢您独具慧眼，选择使用本同步辅导丛书！

近年来，素质教育、能力培养、综合创新……，一系列教改新特点、新要求扑面而来。为了更好地促进素质教育，加强学生创新能力的培养，更加适应新时期教改的要求，推动教学及教改的变革，我们对本丛书精心策划，在充分吸收全国各地广大师生意见的基础上全新修编，修改后本丛书具有以下鲜明特点：

一、课时编写，贴近课堂

依据教学大纲的要求严格按“课时”为单位编写，使学生每天学到的知识都能得到巩固、迁移和拓展，贴近课堂，更具方便性和实用性。

二、双色排版，双栏链接

在图标、章节名、需要掌握和引起注意的起始位置用彩色标注，在增加美感的同时，从视觉上给予强烈冲击，唤醒读者的潜在思维。为了使读者阅读思路更加清晰，我们开创性地将内容以“双栏链接”的形式进行排版，以期双色双栏对读者起到事半功倍之效。

三、名校名师，精讲精练

本次修编在突出黄冈教法和学法的同时，为更好地体现编写的内在质量，我们又吸收了山东、西安等地部分名师参与编写，力求使本丛书具有前瞻性、可读性、生动性和新颖性等鲜活特色。

相信本书的使用会给你一个惊喜！为了帮助你更好地使用本书，请首先阅读本书图示说明。

教材精讲

精讲教材框定的知识、方法、能力等核心要点。

考试要点一网打尽！

名师精析

精析知识点，名师助你实现能力和方法的转变！

解析精辟，真精彩！

中考在线

解读中考要求，原汁原味展示本课时知识中各类中考原题。

中考一点儿都不神秘！

新题展示

基础题、创新题、应用题、提高题……，全新题型开阔视野，点评解析深入透彻。

新题、好题真丰富！

实力演练

精选与本讲内容密切相关的各类好题，全方位地演练本课时的内容，并用星级区分难度，使您和各类习题零距离接触。

全力挑战高分极限！

指点迷津

名师经验再现，突出解题难点、盲点、误区并予引导，详细揭秘解题技巧、核心与关键。

解题确实可以变得轻松！

参考答案及点拨

详尽解析答题要点和思路，规范、全面、精确地点拨。

真正举一反三，真棒！

本丛书自去年面世后，购销踊跃，好评如潮。上万封读者来信充满了肯定、支持、建议。广大中学师生对本书的关注和厚爱既让我们诚惶诚恐，也令我们备感振奋。同时考虑到各地的教学实际情况，我们还配备了七、八年级的新课标同步辅导书。调整后的丛书不但融入了更新的课改理念，所选题目更加突出“精、新、活、典、宽”的特色，讲解也更加具有针对性且精确到位。

新学期将至，我们相信《黄冈精典讲练》丛书会成为更多师生喜爱的品牌。我们深信品牌的背后离不开大家的支持！这里，我们也诚挚地希望读者继续给我们来信，把您们的建议、希望和要求一并附上，以利于我们再版时更好地修订。

来函请寄：北京市西城区车公庄大街甲4号物华大厦A座2204室《黄冈精典讲练》研究组　汪丽丽老师　收

邮政编码：100044

《黄冈精典讲练》丛书编委会

2004年4月 · 北京

目　录

代数部分

几何部分

代数部分

第八章 因式分解

本章概述

本章的因式分解的内容是多项式因式分解中最基本的知识和最基本的方法，它包括因式分解的有关概念，整式乘法及因式分解的区别与联系，因式分解的三种基本方法，即提公因式法，运用公式法，分组分解法.

多项式因式分解是代数中一部分重要内容. 它与前一章整式和后一章分式联系极为密切. 因式分解是在整式四则运算的基础上进行的，因式分解方法的理论依据是多项式乘法的逆变形. 本章内容在分式的通分和约分中有着直接应用，在根式化简、解方程以及研究函数性质等方面也经常用到. 可以说，因式分解的思想和方法始终贯穿在代数变换中. 随着数的范围的扩充，对因式分解的最后结果的要求也不同，这要在今后学习中不断完善，并且随着知识的增加，还要逐渐再学习因式分解的其他方法. 另外，因式分解灵活多变的题型对于提高同学们的兴趣、开发智力、培养创新意识也有促进作用.

这一章的重点是因式分解的三种方法. 难点是因式分解的三种基本方法的灵活运用和解题技巧的掌握. 因式分解是整式乘法的逆变形，学习时要紧紧扣住这一关键，采用对比的方法，从多项式乘法出发，根据相等关系得出因式分解公式和方法.

8.1 提公因式法

教材精讲

一、因式分解的概念

把一个多项式化为几个整式

名师精析

一、方法指导

(一)公因式的结构特征

的积的形式,叫做把这个多项式因式分解,也叫做把这个多项式分解因式.

二、公因式的概念

一个多项式各项都含有的公共的因式叫做这个多项式的公因式.

三、提公因式法

一般地,如果多项式的各项有公因式,可以把这个公因式提到括号外面,将多项式写成因式乘积的形式,这种分解因式的方法叫做提公因式法.

提公因式法的关键是找出多项式的公因式,提公因式时,不要出现"漏项"的错误,检查是否漏项的方法,最好是用单项式乘以多项式的法则乘回去,进行验证,也可以看看提公因式后,括号内的项数是否与原多项式的项数一致,如果项数不一致,就说明漏项了.

公因式的构成 $\begin{cases} \text{系数部分:各项系数的最大公约数,简称"系数大".} \\ \text{字母部分:各项都含有的相同字母,简称"字母同".} \\ \text{指数部分:相同字母的最低次幂,简称"指数低".} \end{cases}$

如多项式 $8a^3b^2c-12ab^2c^2+4a^2b^3c^3d$ 各项的公因式是 $4ab^2c$;多项式 $2a(b+c)-3(b+c)^2$ 各项的公因式是 $b+c$,这里将 $(b+c)$ 看成一个整体或一个字母. 需注意的是,多项式各项的公因式可以是单项式,也可以是多项式.

(二)提公因式法的依据和步骤

1. 依据:乘法分配律 $ma+mb+mc=m(a+b+c)$,实质是分配律的"逆用".

2. 步骤:(1)确定最高公因式;(2)提取公因式.

(三)某个多项式的公因式提出后,如何确定剩下的另一个因式?

方法1:直接观察;

方法2:用原多项式除以公因式,所得的商即是提公因式后剩下的另一个因式.

二、解难释疑

正确理解因式分解的意义:

1. 因式分解的对象是多项式.

2. 分解的结果是化成整式的积的形式.

3. 因式分解的结果要彻底,要在要求的范围内分解到不能再分解为止.

4. 因式分解与整式乘法是互为逆变形. 如下图所示.

$$(a+b)(a-b)\underset{\text{因式分解}}{\overset{\text{整式乘法}}{\rightleftarrows}}a^2-b^2$$

三、实际应用

在计算、求值、解方程等过程中,运用提公因式法进行因式分解,改变运算顺序,可达到简化运算的目的.

中考在线

一、中考要求

提公因式法通常作为考查的一个知识点出现在不同的中考试题中，往往涉及简便运算及代数式的恒等变形等问题.

二、考题举例

【例1】（2001，三明）分解因式$(x+3y)^2-(x+3y)$.

【解】原式$=(x+3y)(x+3y-1)$.

【点拨】提公因式$(x+3y)$后，易出现"漏项"错误. 错解：原式$=(x+3y)(x+3y)=(x+3y)^2$；正确解答：原式$=(x+3y)^2-(x+3y)\cdot 1=(x+3y)(x+3y-1)$.

【例2】（2002，四川）分解因式$4q(1-p)^3+2(p-1)^2$.

【解】原式$=4q(1-p)^3+2(1-p)^2$
$=2(1-p)^2[2q(1-p)+1]$
$=2(1-p)^2(2q-2pq+1)$.

【点拨】$\because (p-1)^2=(1-p)^2$，

$\therefore$原多项式等于$4q(1-p)^3+2(1-p)^2$. 把$(1-p)$看作一个整体.

$\because$多项式每一项都含有$(1-p)$，且最低次幂是$(1-p)^2$，系数的最大公约数是2，所以此多项式的公因式是$2(1-p)^2$. 提公因式后所得的另一个因式，如含有

新题展示

【例1】下列各式由左到右的变形，哪些是因式分解，哪些不是？

(1)$x^2-2=(x+1)(x-1)-1$；

(2)$(3x-1)(x+4)=3x^2+11x-4$；

(3)$x^2+x=x^2(1+\frac{1}{x})$；

(4)$x^2y+xy^2=xy(x+y)=x^2y+xy^2$；

(5)$-4+a^2=(a+2)(a-2)$.

【答案】(1)(2)(3)(4)都不是因式分解，(5)是因式分解.

【解析】此题考查了因式分解的意义，被分解的是多项式，分解的结果应该是整式的积. (1)(2)(4)中，等式右边不是积的形式，其中(2)进行的是整式乘法运算，与因式分解要求正好相反；初学者易犯(4)中的错误，即分解因式后又做乘法回去了；(3)虽分解成积的形式，但其中一个因式$(1+\frac{1}{x})$不是整式；(5)符合要求.

【例2】把下列各式分解因式.

(1)$-25x^3y+15x^2y^2-5x$；

(2)$x^{n+2}y+4x^ny^2$.

【解】(1)原式$=-(25x^3y-15x^2y^2+5x)$
$=-5x(5x^2y-3xy^2+1)$；

(2)原式$=x^ny(x^2+4y)$.

【解析】(1)题第一项的系数是负的，一般要提出"－"号，使括号内的第一项的系数是正的. 在提出"－"号时，多项式的各项都要变号. (2)题公因式中x的指数应是n，因为$n<n+2$，所以n是x的最低指数.

【例3】分解因式.

(1)$4x^2y^2(a+b)-2x^2y^3(a+b)$；

(2)$3a^2(x-y)+12a(y-x)$；

(3)$4(b-a)^3+2(a-b)^2$.

【解】(1)原式$=2x^2y^2(a+b)(2-y)$；

中括号，要经过整理将中括号变为小括号.

【例3】 (2002,陕西)如图8-1-1所示,在边长为a的正方形中挖掉一个边长为b的小正方形($a>b$),把余下的部分拼成一个矩形(如图8-1-2所示),通过计算两个图形(阴影部分)的面积,验证了一个等式,则这个等式是 (　　)

A. $(a+2b)(a-b)=a^2+ab-2b^2$

B. $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

C. $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

D. $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

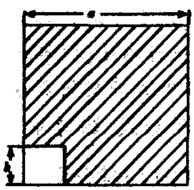

图8-1-1

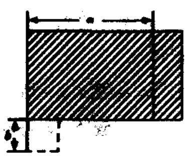

图8-1-2

【答案】 D

【点拨】 图8-1-1中,$S_{阴影}=a^2-b^2$;图8-1-2中,$S'_{阴影}=(a+b)(a-b)$.

$\because S_{阴影}=S'_{阴影}$,

$\therefore a^2-b^2=(a+b)(a-b)$.

【例4】 (1)(荆州)求值:

$31.75\times1\frac{4}{7}+10.5\times13\frac{6}{7}$

(2)原式$=3a^2(x-y)-12a(x-y)$;

$=3a(x-y)(a-4)$;

(3)原式$=4(b-a)^3+2(b-a)^2$

$=2(b-a)^2[2(b-a)+1]$

$=2(b-a)^2(2b-2a+1)$.

【解析】 (1)题把$(a+b)$看作一个整体或字母,该二项式的公因式是$2x^2y^2(a+b)$;(2)题$(x-y)$与$(y-x)$互为相反数,可将$(y-x)$写成$-(x-y)$,故$3a^2(x-y)$与$12a(y-x)$的公因式即为$3a^2(x-y)$与$-12a(x-y)$的公因式;(3)题$(a-b)^2=[-(b-a)]^2=(b-a)^2$;

对于(2)、(3)题,开始并不宜提公因式,需把其中的某项作适当的变形才可以.这样就要求我们对要分解的多项式认真的观察,准确地找出最高公因式再提取.尤其当公因式是多项式时,需要把某个部分(其实是一个多项式)看作一个整体.

【例4】 把下列各式分解因式.

(1)$a(a-b-c)+b(b+c-a)+c(c-a+b)$;

(2)$(a^2+ab-ac)+(ab+b^2-bc)+(c^2-ca-cb)$.

【解】 (1)原式$=a(a-b-c)-b(a-b-c)-c(a-b-c)$

$=(a-b-c)(a-b-c)$

$=(a-b-c)^2$;

(2)原式$=a(a+b-c)+b(a+b-c)+c(c-a-b)$

$=a(a+b-c)+b(a+b-c)-c(a+b-c)$

$=(a+b-c)(a+b-c)$

$=(a+b-c)^2$.

【解析】 (1)中的多项式项数较多,为了准确找出公因式,可以按照字母的顺序重新排列,再观察比较.(2)中切忌展开后合并同类项再分解因式,对于互为相反数

$-21.25\times1\frac{4}{7}-10\frac{1}{2}\times2\frac{6}{7}$.

【解】 原式$=(31.75-21.25)\times1\frac{4}{7}+10\frac{1}{2}\times(13\frac{6}{7}-2\frac{6}{7})$

$=10\frac{1}{2}\times1\frac{4}{7}+10\frac{1}{2}\times11$

$=10\frac{1}{2}\times(1\frac{4}{7}+11)$

$=\frac{21}{2}\times\frac{88}{7}$

$=132$.

(2)解方程：

$(55x+35)(53x+26)-(55x+35)(53x+27)=0$.

【解】 $(55x+35)(53x+26)-(55x+35)(53x+27)=0$

$(55x+35)[(53x+26)-(53x+27)]=0$

$-(55x+35)=0$

$11x+7=0$

$x=-\frac{7}{11}$.

【点拨】 本例中的计算求值.解方程若运用整式运算法则逐渐解答,既麻烦也易出错,为了避免这些问题,我们根据题目特点,应用因式分解改变了运算顺序,从而达到简化运算目的.

的两个多项式,须将某一项适当变形再提公因式.值得注意的是,因式分解结果中,应将相同的因式的积写成幂的形式.

【例5】 已知关于x的二次三项式$3x^2-mx+n$因式分解的结果为$(3x+2)(x-1)$,求m,n的值.

【解】 由题意得$(3x+2)(x-1)=3x^2-mx+n$,

即 $3x^2-x-2=3x^2-mx+n$.

$\therefore m=1,n=-2$.

【解析】 根据恒等式的性质,把乘法运算的展开式与原多项式比较,对应项的系数相等.

心得体会

学习本节之后,你能回答以下几个问题吗?

1. 提公因式法进行因式分解时,公因式一定是单项式吗?提公因式后,括号内的项数与原多项式的项数相同吗?

2. 当n是什么正整数时,

(1)$(a-b)^n=(b-a)^n$?

(2)$(a-b)^n=-(b-a)^n$?

实力演练

指点迷津

一、选择题

*1. 下列各式从左边到右边的变形是因式分解的是 ( )

←考查因式分解的概念.

A. $(a+1)(a-1)=a^2-1$

B. $x^2-4x+5=x(x-4)$

C. $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

D. $3a^2-6a=3(a^2+2a)$

*2. $14m^3n^2+7m^2n-28m^3n^3$ 的公因式是 （　　） ←考查找公因式.

A. $7mn^2$　B. $7m^2n$　C. $7m^2n^2$　D. $7m^2n^3$

*3. 把多项式 $ab(x+y)+(x+y)$ 提取公因式后，剩下的因式是 （　　） ←提取公因式后不要漏写了"1".

A. ab　B. $ab+1$　C. $a+1$　D. $b+1$

**4. 若 $a^{n-1}-a^{n+1}$ 的公因式是 T，则 T 等于 （　　） ←相同字母取最低次幂 $n-1$.

A. a　B. a^{n-1}　C. a^n　D. a^{n+1}

**5. 如果 $a+b=6, ab=7$，则 a^3b+ab^3 的值是 （　　） ←先分解因式后整体代入.

A. 13　B. 154

C. 42　D. 无法确定

**6. $-x(a-x)(x-b)-mn(a-x)(b-x)$ 的公因式是 （　　） ←考查找公因式，注意 $(b-x)=-(x-b)$ 的变形.

A. $x(a-x)$

B. $x(b-x)$

C. $-(a-x)(b-x)$

D. $-m(n-1)(a-x)(x-b)$

**7. 因式分解 $(x-y)^2-(y-x)$ 应为 （　　） ←考查公因式是一个多项式，$(x-y)^2=(y-x)^2$.

A. $(x+y)(x-y)$　B. $(y-x)(x-y-1)$

C. $(y-x)(y-x-1)$　D. $(y-x)(y-x+1)$

**8. 若 $-2a^{n-1}-4a^{n+1}$ 的公因式是 m，则 m 等于 （　　） ←考查首项系数有"－"号提到括号外取最低次数 $n-1$.

A. $2a^{n-1}$　B. $-2a^n$　C. $-2a^{n-1}$　D. $-2a^{n+1}$

***9. $(x+y-z)(x-y+z)-(y+z-x)(z-x-y)$ 的公因式是 （　　） ←考查先变形构成公因式，$z-x-y=-(x+y-z)$.

A. $x+y-z$　B. $x-y+z$

C. $y+z-x$　D. 不存在

***10. 计算 $(-\frac{1}{2})^{2003}+(-\frac{1}{2})^{2004}$ 的结果为 （　　） ←考查公因式是一个数.

A. $(-\frac{1}{2})^{2004}$　B. $-(\frac{1}{2})^{2004}$

C. $\frac{1}{2}$　D. $-\frac{1}{2}$

二、填空题

*11. 已知乘法运算$(x-2)(x^2+2x+4)=x^3-8$，则分解因式$x^3-8=$________.　←考查因式分解是乘法的逆运算.

*12. 单项式$-4a^2bc^3$，$12ab^2c$，$8ab^3$的公因式是________.　←系数取大约，次数取最低.

*13. 多项式$-9x^2y-36xy^2+3xy$提取公因式________后，多项式是个________多项式，应写为________.　←考查提取公因式后剩下多项式的概念.

**14. $-7ab-14abc+49abd=-7ab$ ________.　←括号内各项要改变符号.

**15. $2(a-b)^3-4(b-a)^2=2(a-b)^2$ ________.　←第二项提取公因式剩-2.

**16. 已知$a-2=b+c$，则代数式$a(a-b-c)-b(a-b-c)+c(b-a+c)$的值是________.　←提取公因式整体代入.

**17. 若$x^2(x+1)+y(xy+y)=(x+1)\cdot B$，则$B=$________.　←考查先部分后整体分解.

**18. $(a-b)^2(x-y)-(b-a)(y-x)^2=(a-b)(x-y)$________.　←底数变为相同.

***19. 如果多项式$ax+B$可分解为$a(x-y)$，则B等于________.　←把$a(x-y)$展开.

***20. 若x^2-px+q能分解成$(x+m)(x+n)$，其中$p>0$，$q>0$则m、n的符号为________.　←等式两边对应项的系数相等.

三、解答题

(一)把下列各式分解因式.

*21. $9a^2-6ab+3a$;　←考查找公因式.

*22. $-10x^3y^2z^3-35xy^2z+15x^2yz$;　←考查首项系数前有"－"首先提"－"号.

*23. $7a(x-y)^2-4b(y-x)^2$;　←$(y-x)^2=(x-y)^2$.

**24. $3x(x-y)^3+6y(y-x)^3$;　←$(y-x)^3=-(x-y)^3$.

**25. $a^3b^2(a-b)^3-a^2b^3(b-a)^3$;　←$(b-a)^3=-(a-b)^3$.

**26. $(x+y)^{n+2}-2(x+y)^{n+1}y+(x+y)^n$;　←相同底数$x+y$最低次数$n$.

**27. $x(a-x)(a-y)-y(x-a)(y-a)$;　←考查先变形后提公因式.

*28. $(y+1)(y^2-1)-(y+1)^3$;

←考查分解因式要分净.

*29. $1+x+x(1+x)+x(1+x)^2+\cdots+x(1+x)^{10}$;

←反复提取公因式 $1+x$.

*30. 已知 $x^3+x^2+x+1=0$,求代数式 $1+x+x^2+x^3+\cdots+x^{2004}$ 的值.

←四项一组,局部分解因式含 x^3+x^2+x+1.

(二)利用因式分解计算.

*31. $19.99\times52-19.99\times74+19.99\times26$;

←考查提取数字公因式.

*32. $2.9\times10^{2003}-10^{2004}$;

←10^{2004} 提 2^{2003} 后莫漏写 10.

*33. $(23.6-4.8)^2+(4.8-23.6)\times18.8$;

←$(23.6-4.8)^2=(4.8-23.6)$.

*34. $2000+2000^2-2001^2$;

←考查分解因式要彻底.

*35. 302^2-604;

←604 拆成两数乘积,构成公因式.

(三)求证与应用.

*36. 如果在两个连续整数的积上加上其中较大的数,那么所得的数就是较大数的平方.

←利用因式分解构成两个较大数的乘积.

*37. A、B 两地相距 738 千米,一辆汽车从 A 地驶往 B 地,第一、二、三天分别行了全程的 42%、32%、26%,求三天一共行了多少千米?

←计算时提取公因式简单.

四、研究探讨

*38. 求证:对于任意正整数 n,$2^{n+5}-2^n$ 能被 62 整除.

←提取公因式 2^{n-1},构成含有因式 62.

*39. (2000,北京西城)观察下列各式:

$\frac{2}{1}\times2=\frac{2}{1}+2$,$\frac{3}{2}\times3=\frac{3}{2}+3$,$\frac{4}{3}\times4=\frac{4}{3}+4$,$\frac{5}{4}\times5=\frac{5}{4}+5$…想一想,什么样的两数之积等于这两个数之和!设 n 表示正整数,用关于 n 的等式表示这个规律为________×________=________+________.

←考查观察、总结规律的能力.

*40. 一个自然数 a 恰好等于另一个自然数 b 的平方,则称自然数 a 为完全平方数,如 $64=8^2$,64 就是一个完全平方数,若 $a=1995^2+1995^2\times1996^2+1996^2$. 求证:$a$ 是一个完全平方数.

←考查换元法、配方法. 设 $x=1995$,$x+1=1996$. 代入展开配成完全平方.

8.2 运用公式法

教材精讲

一、运用公式法

如果把乘法公式反过来，就可以用来把某些多项式分解因式，这种分解因式的方法叫做运用公式法.

二、平方差公式

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

两个数的平方差，等于这两个数的和与这两个数的差的积.

三、完全平方公式

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

两个数的平方和，加上这两个数的积的2倍，等于这两个数的和的平方.

两个数的平方和，减去这两个数的积的2倍，等于这两个数的差的平方.

注意：(1)公式中所说的"两个数"是a,b，而不是a^2,b^2，其中a,b既可以是单项式，也可以是多

名师精析

一、方法指导

(一)公式法的结构特征

1. 平方差公式

(1)左边是二项式，两项都能写成平方的形式，且符号相反；

(2)右边是两个数的和与这两个数的差的积.

如：x^2-y^2，a^2-1，$(x+1)^2-(y+1)^2$，$4x^2-9$，$-16a^2+(b+c)^2$等，都可以运用平方差公式.

2. 完全平方公式

(1)左边是三项式，其中首末两项分别是两个数(或两个式子)的平方，且这两项的符号相同，中间一项是这两个数(或两个式子)的积的2倍，符号正负均可；

(2)右边是这两个数(或两个式子)的和(或者差)的平方，当中间的乘积项与首末两项的符号相同时，是和的平方；当中间的乘积项与首末两项的符号相反时，是差的平方.

如$a^2+2ab+b^2$，x^2-4x+1，$(a+b)^2-8(a+b)+16$等都可以运用完全平方公式分解.

(二)公式法分解因式的依据和步骤

1. 如果要分解因式的多项式能写成乘法公式的右边的形式，那么，我们就可以反过来运用乘法公式将它分解因式，这种分解因式的方法叫做运用公式法. 反过来指的是把公式左、右两边换过来，这样就可以利用三个公式将某些多项式写成因式的积的形式，即进行因式分解，这正是运用公式法的依据.

2. 步骤

(1)观察多项式是符合平方差公式的特征，还

项式.

能应用平方差公式分解的多项式必须是二项式，而这两项都必须是完全平方项，并且符号相反，只有符合这些条件的多项式才能用平方差公式分解.

(2)能应用完全平方公式分解的多项式必须是三项式，其中首末两项和是两个数的平方和的形式，而中间的一项是这两个数的积的2倍，运用公式时，必须弄清哪一项相当公式中的第一项，哪一项相当公式的第三项，哪一项相当于公式中的第二项(乘积项)，这对于准确掌握和运用公式很有好处.

(3)分解因式要彻底，要避免在因式分解的途中走上整式乘法的歧途.

是符合完全平方公式的特征.

(2)将多项式构成符合公式特征的形式.

①公式广泛的适用性：公式中的字母可以表示数，也可以表示式，符合公式特征，就可以运用公式法.

②构建公式模式需要变形：积的乘方反用，$a^nb^n=(ab)^n$，幂的乘方法则反用：$a^{mn}=(a^m)^n$，先提取一个数或一个适的因数

(3)构成符合公式模式后，明确多项式的项与公式中的字母如何对应. 不要出现 $16a^2-9b^2=(16a+9b)(16a-9b)$，而是这样 $16a^2-9b^2=(4a)^2-(3b)^2=(4a+3b)(4a-3b)$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$A^2-B^2=(A+B)(A-B)$$

二、解难释疑

1. 公式的理解熟记，是公式法的前提.

(1)分解因式的公式是由乘法公式反过来得到的；

(2)注重每个公式左右两边项数、次数、系数、符号特征；

(3)注意对每个公式的特征进行比较.

2. 公式变形构模，是运用公式法的关键.

(1)朝着公式特征构模；

(2)一定要明确不是部分符合公式特征，而是与公式特征完全对应好.

三、实际应用

公式法分解因式能使物理、化学、生物以及日常生活的计算简便，能判断多项式的值为0、正、负，证明多项式的整除，值为奇偶数，质数、合数、完全平方数.

中考在线

一、中考要求

熟练掌握因式分解的三个公式. 比较简单的题型是直接运用公式进行因式分解，比较复杂的

新题展示

【例1】 分解因式$(a+b+c)^2-(a+b-c)^2$.

【解】 原式$=[(a+b+c)+(a+b-c)][(a+b+c)-(a+b-c)]$