



21st CENTURY
规划教材

面向21世纪高职高专电子通信系列规划教材
COURSES FOR VOCATIONAL HIGHER EDUCATION; ELECTRONICS AND COMMUNICATION

数字信号处理

DIGITAL SIGNAL PROCESSING

谢德芳 主编



科学出版社
www.sciencep.com



面向21世纪高职高专电子通信系列规划教材
COURSES FOR VOCATIONAL HIGHER EDUCATION, ELECTRONICS AND COMMUNICATION

数字信号处理

谢德芳 主编

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书以数字信号处理的基础知识和基本理论为主线,同时引入了计算功能强大的 MATLAB 软件,通过理论与现代技术的结合,将数字信号处理的知识点叙述得更加通俗易懂。

本书内容包括时域离散信号和系统基础、Z 变换、离散傅里叶变换、快速傅里叶变换、数字滤波器的基本概念与结构、IIR 数字滤波器设计、FIR 数字滤波器设计、有限字长效应、自适应滤波、数字信号处理的软件实现和硬件实现、数字信号处理实验。绝大多数章节附有习题,供读者练习使用。

本书适合作为通信、电子信息、自动化控制、计算机等专业的高职高专学生的必修课或选修课教材,也可以作为相关人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理/谢德芳主编.—北京:科学出版社,2005

(面向 21 世纪高职高专电子通信系列规划教材)

ISBN 7-03-015053-8

I. 数… II. 谢… III. 信息处理-高等学校:技术学校-教材
IV. G202

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 012855 号

责任编辑:万国清 丁 波/责任校对:耿 耘

责任印制:吕春珉/封面设计:飞天创意

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

源海印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2005 年 3 月第 一 版 开本:787×1092 1/16

2005 年 3 月第一次印刷 印张:17 1/4

印数:1—3 000 字数:400 000

定价:23.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

销售部电话:010-62136131 编辑部电话:010-62138978-8208

面向 21 世纪高职高专规划教材专家委员会

主 任 李宗尧

副主任 (按姓氏笔画排序)

丁桂芝 叶小明 张和平 林 鹏
黄 藤 谢培苏

委 员 (略)

信息技术系列教材编委会

主 任 丁桂芝

副主任 (按姓氏笔画排序)

万金保 方风波 徐 红 鲍 泓

委 员 (按姓氏笔画排序)

于晓平	马国光	仁英才	王东红	王正洪
王 玉	王兴宝	王金库	王海春	王爱梅
邓 凯	付百文	史宝会	本柏忠	田 原
申 勇	任益夫	刘成章	刘克敏	刘甫迎
刘经玮	刘海军	刘敏涵	安志远	许殿生
何瑞麟	余少华	吴春英	吴家碚	吴瑞萍
宋士银	宋锦河	张红斌	张环中	张海鹏
张蒲生	张德实	李云程	李文森	李 洛
李德家	杨永生	杨 闯	杨得新	肖石明
肖洪生	陈 愚	周子亮	周云静	胡秀琴
赵从军	赵长旭	赵动庆	郝 梅	唐铸文
徐洪祥	徐晓明	袁德明	郭庚麒	高延武
高爱国	康桂花	戚长政	曹文济	黄小鸥
彭丽英	董振珂	蒋金丹	韩银峰	魏雪英

出版前言

随着世界经济的发展，人们越来越深刻地认识到经济发展需要的人才多元化、多层次的，既需要大批优秀的理论型、研究型的人才，也需要大批应用型人才。然而，我国传统的教育模式主要是培养理论型、研究型的人才。教育界在社会对应用型人才需求的推动下，专门研究了国外应用型人才教育的成功经验，结合国情大力度地改革我国的“高等职业教育”，制定了一系列的方针政策。联合国教科文组织 1997 年公布的教育分类中将这种教育称之为“高等技术与职业教育”，也就是我们通常所说的“高职高专”教育。

我国经济建设需要大批应用型人才，呼唤高职高专教育的崛起和成熟，寄希望于高职高专教育尽快向国家输送高质量的紧缺人才。近几年，高职高专教育发展迅速。目前，各类高职高专学校已占全国高等院校的近 1/2，约有 600 所之多。教育部针对高职高专教育出台的一系列政策和改革方案主要体现在以下几个方面：

- “就业导向”成为高职高专教育的共识。高职高专院校在办学过程中充分考虑市场需求，用“就业导向”的思想制定招生和培养计划。
- 加快“双师型”教师队伍建设。已建立 12 个国家高职高专学生和教师的实训基地。
- 对学生实行“双认证”教育。学历文凭和职业资格“双认证”教育是高职高专教育特色之一。
- 高职高专教育以两年学制为主。从学制入手，加快高职高专教学方向的改革，充分办出高职高专教育特色，尽快完成紧缺人才的培养。
- 开展精品专业和精品教材建设。已建立科学的高职高专教育评估体系和评估专家队伍，指导、敦促不同层次、不同类型的学校办出一流的教育。

在教育部关于“高职高专”教育思想和方针指导下，科学出版社积极参与到高职高专教材的建设中去，在组织教材过程中采取了“请进来，走出去”的工作方法，即由教育界的专家、领导和一线的教师，以及企事业从事人力资源工作的人员组成顾问班子，充分分析我国各地区的经济发展、产业结构以及人才需求现状，研究培养国家紧缺人才的关键要素，寻求切实可行的教学方法、手段和途径。

通过研讨认识到，我国幅员辽阔，各地区的产业结构有明显的差异，经济发展也不平衡，各地区对人才的实际需求也有所不同。相应地，对相同专业和相近专业，不同地区的教学单位在培养目标和培养内容上也各有自己的定位。鉴于此，适应教育现状的教材建设应该具有多层次的设计。

为了使教材的编写能针对受教育者的培养目标，出版社的编辑分不同地区逐所学校拜访校长、系主任和老师，深入到高职高专学校及相关企事业，广泛、深入地和教学第

一线的老师、用人单位交流，掌握了不同地区、不同类型的高职高专院校的教师、学生和教学设施情况，清楚了各学校所设专业的培养目标和办学特点，明确了用人单位的需求条件。各区域编辑对采集的数据进行统计分析，在相互交流的基础上找出各地区、各学校之间的共性和个性，有的放矢地制定选题项目，并进一步向老师、教育管理者征询意见，在获得明确指导性意见后完成“高职高专规划教材”策划及教材的组织工作：

- 第一批“高职高专规划教材”包括三个学科大系：经济管理、信息技术、建筑。
- 第一批“高职高专规划教材”在注意学科建设完整性的同时，十分关注具有区域人才培养特色的教材。
- 第一批“高职高专规划教材”组织过程正值高职高专学制从3年制向2年制转轨，教材编写将其作为考虑因素，要求提示不同学制的讲授内容。
- 第一批“高职高专规划教材”编写强调
 - ◆ 以就业岗位对知识和技能需求下的教材体系的系统性、科学性和实用性。
 - ◆ 教材以实例为先，应用为目的，围绕应用讲理论，取舍适度，不追求理论的完整性。
 - ◆ 提出问题→解决问题→归纳问题的教、学法，培养学生触类旁通的实际工作能力。
 - ◆ 课后作业和练习（或实训）真正具有培养学生实践能力的作用。

在“高职高专规划教材”编委的总体指导下，第一批各科教材基本是由系主任或从教学一线中遴选的骨干教师执笔撰写。在每本书主编的严格审读及监控下，在各位老师的辛勤编撰下，这套凝聚了所有作者及参与研讨的老师们的经验、智慧和资源，涉及三个大的学科近200种的高职高专教材即将面世。我们希望经过近一年的努力，奉献给读者的这套书是他们渴望已久的适用教材。同时，我们也清醒地认识到，“高职高专”是正在探索中的教育，加之我们的水平和经验有限，教材的选题和编辑出版会存在一些不尽人意的地方，真诚地希望得到老师和学生的批评、建议，以利今后改进，为繁荣我国的高职高专教育不懈努力。

科学出版社

2004年6月1日

前 言

数字信号处理是 21 世纪对科学和工程发展具有深远意义的一门技术。数字信号处理技术融入通信技术和计算机技术，使通信技术与计算机技术发生了革命性的变化。它所带来的革命性变化涉及到许多领域，如通信、医学图像处理、雷达和声纳、高保真音乐处理、石油勘探等。本书以通信领域的相关数字信号处理技术的基础理论及其相关的软、硬件实现为主要内容，为读者今后的学习打下基础。

本书的内容分成三部分。第一部分包括第 1~4 章，是数字信号处理的基础理论部分。第 1 章描述了时域离散信号的表示法和典型的序列信号及其运算，线性时不变系统的因果性和稳定性，以及离散时间系统的输入、输出描述法——线性常系数差分方程；第 2、3 章介绍了两个重要的数学变换工具： Z 变换和离散傅里叶变换；第 4 章介绍快速傅里叶变换，它是离散傅里叶变换的一种快速算法。第二部分包括第 5~7 章，主要介绍了数字滤波器的基本理论和设计方法，包括 IIR 数字滤波器和 FIR 数字滤波器。第三部分包括第 8~12 章，主要介绍数字信号处理的技术实现，包括软、硬件实现方法，实现中的量化误差，以及本书中的上机实验。上机实验部分可以按照实验内容适当分配到各章中进行。

本书的先修课程是“信号与系统”、“工程数学”等，书中有些内容，如差分方程、 Z 变换、留数等，可以根据学生已有的基础，进行适当地调整。

本书条理清楚、讲述深入浅出、语言简单易懂，便于教师教学和学生自学。全书内容不仅包含了必要的通信领域数字信号处理的基础内容，还加强了实践环节，针对学生将来在实际工作中可能用到的软、硬件方面的知识做了详尽介绍。

本书可作为通信、电子信息、自动化控制、计算机等专业的高职高专学生的必修课或选修课教材。对于两年制大专，本书的参考学时是 48 小时；对于三年制大专，本书的参考学时是 60 小时。如学时数不够，建议只学习前 7 章，且前 7 章中的前 3 章是必学内容，其他各章节，如加星号的章节，可作为选修内容或学生自学内容。

本书由谢德芳教授任主编。书中具体的编写分工如下：孙晓艳编写了本书的第 1~4 章，谢德芳编写第 5 章和第 6 章，翁木云编写了第 8 章和第 10 章，第 7、9、11 章由褚振勇编写；第 12 章实验内容由所对应章节的编者完成。

在本书的编写过程中，林永照为本书提出了许多宝贵的意见，在此表示诚挚的感谢。

由于编者水平有限，加上编写时间紧迫，书中难免存在不妥之处，恳请读者批评指正。

编 者

目 录

第 1 章 时域离散信号和系统基础	1
1.1 时域离散信号——序列	2
1.1.1 序列的定义	2
1.1.2 典型序列	2
1.1.3 序列的基本运算	5
1.1.4 序列的一般表示方法	6
1.1.5 共轭对称和共轭反对称	7
1.2 时域离散系统	7
1.2.1 时域离散系统的定义	7
1.2.2 线性系统	8
1.2.3 时不变系统	8
1.2.4 线性时不变系统的输入、输出关系	9
1.2.5 因果系统	10
1.2.6 稳定系统	10
1.3 离散时间系统的输入输出描述法——线性常系数差分方程	11
1.4 离散卷积	13
习题	15
第 2 章 Z 变换	18
2.1 Z 变换的定义	18
2.2 Z 变换的收敛域	19
2.3 Z 反变换	25
2.3.1 幂级数法 (长除法)	25
2.3.2 部分分式法	26
2.4 Z 变换的性质	28
2.5 差分方程的 Z 域解法	30
2.6 离散系统的系统函数	32
习题	34
第 3 章 离散傅里叶变换	36
3.1 离散傅里叶级数	37
3.1.1 周期序列	37
3.1.2 离散傅里叶级数概述	37
3.2 周期卷积	39
3.3 离散傅里叶变换概述	40
3.4 离散傅里叶变换的性质	42
3.5 离散傅里叶变换与其他变换的关系	46

3.6 抽样定理	46
3.7 离散傅里叶变换的应用举例	47
3.7.1 用离散傅里叶变换对连续信号进行谱分析	48
3.7.2 用离散傅里叶变换对序列进行谱分析	51
习题	53
第4章 快速傅里叶变换	55
4.1 概述	55
4.2 基2时域抽样快速傅里叶变换算法	56
4.3 基2频域抽样快速傅里叶变换算法	60
4.4 进一步减少运算量的措施	61
*4.5 任意基的快速傅里叶变换	63
4.5.1 抽样分解的一般原理	63
4.5.2 基4 DIF-FFT 算法	65
4.6 快速傅里叶逆变换	67
习题	68
第5章 数字滤波器的基本概念与结构	69
5.1 数字滤波器的基本概念	69
5.2 数字滤波器结构的表示方法	70
5.3 无限长单位脉冲响应数字滤波器的基本结构	72
5.3.1 直接型	72
5.3.2 级联型	74
5.3.3 并联型	76
5.4 FIR 数字滤波器的基本结构	78
5.4.1 直接型	79
5.4.2 级联型	79
5.4.3 频率采样结构	80
习题	84
第6章 IIR 数字滤波器设计	87
6.1 数字滤波器的基本设计思想和步骤	87
6.2 模拟滤波器设计	89
6.2.1 巴特沃斯滤波器	89
6.2.2 切比雪夫滤波器	93
6.2.3 椭圆滤波器	96
6.2.4 模拟滤波器的频率变换——模拟高通、带通、带阻滤波器的设计	98
6.3 用脉冲响应不变法设计 IIR 数字低通滤波器	100
6.4 脉冲响应不变法数字滤波器设计实例	104
6.5 双线性变换法	107
6.6 双线性变换法数字滤波器设计实例	110
6.7 频带变换	112
6.7.1 模拟频带变换	112

6.7.2 数字频带变换	113
6.8 IIR 数字滤波器的计算机优化设计	115
6.8.1 最小均方误差设计	115
6.8.2 最小平方逆设计	116
6.8.3 数字滤波器的时域设计	118
习题	120
第7章 FIR 数字滤波器设计	122
7.1 线性相移 FIR 滤波器的性质	122
7.2 FIR 滤波器的窗函数设计法	127
7.2.1 设计原理	127
7.2.2 窗函数	129
7.2.3 窗函数法设计的步骤	134
7.3 FIR 滤波器的频率采样设计法	135
7.3.1 设计原理	135
7.3.2 用频率采样法设计线性相位滤波器的条件	136
7.3.3 逼近误差及其改进措施	137
7.4 IIR 和 FIR 数字滤波器的比较	139
习题	140
第8章 有限字长效应	143
8.1 A/D 变换的量化效应	144
8.1.1 量化效应的统计分析	144
8.1.2 量化噪声通过线性系统	145
8.2 数字滤波器的系数量化效应	146
8.2.1 系数量化对零、极点位置的影响	147
8.2.2 频率响应偏差分析	149
8.3 数字滤波器定点制运算中的有限字长效应	150
8.3.1 IIR 滤波器中的零输入极限环振荡	151
8.3.2 乘法运算量化效应统计分析	153
8.3.3 加法运算的溢出问题	157
8.3.4 系统输出信噪比	158
8.4 数字滤波器浮点制运算中的有限字长效应	159
8.5 快速傅里叶变换运算中的有限字长效应	160
8.5.1 定点制运算中的有限字长效应	160
8.5.2 浮点运算中的有限字长效应	163
8.5.3 系数量化对快速傅里叶变换的影响	164
习题	165
第9章 自适应滤波	169
9.1 概述	169
9.2 自适应线性组合电路	171
9.2.1 基本结构	171
9.2.2 性能函数	173

9.2.3	梯度和最小均方误差	175
9.2.4	二权值自适应线性组合器的实例	176
9.2.5	误差和输入信号分量的不相关性	178
9.3	搜索性能曲面	178
9.3.1	梯度搜索法的基本思想	178
9.3.2	一种简单的梯度搜索算法及其求解	179
9.3.3	稳定性、收敛速度及学习曲线	180
9.3.4	牛顿算法中的梯度搜索	181
9.3.5	最陡下降算法中的梯度搜索	183
9.4	LMS 算法	184
9.4.1	LMS 算法的推导	184
9.4.2	加权矢量的收敛性	186
9.4.3	LMS 算法的举例	186
	习题	189
第 10 章	数字信号处理的 MATLAB 实现	191
10.1	MATLAB 语言概述	192
10.1.1	MATLAB 语言发展简介	192
10.1.2	MATLAB 语言的特点	193
10.2	MATLAB 语言基础	194
10.2.1	MATLAB 特色举例	194
10.2.2	MATLAB 的数据结构	196
10.2.3	变量的运算	201
10.2.4	MATLAB 的语句流程与控制	202
10.2.5	MATLAB 函数编写方法与应用	204
10.2.6	MATLAB 编程技巧	206
10.3	系统的工作环境及应用	208
10.3.1	MATLAB 6.x 系统的工作环境及编程	208
10.3.2	常用信号处理工具箱函数及应用实例	209
第 11 章	数字信号处理的硬件开发	221
11.1	数字信号处理器概述	221
11.1.1	数字信号处理器的发展	221
11.1.2	DSP 系统的典型结构	222
11.1.3	DSP 芯片的特点	223
11.1.4	DSP 芯片的选择	223
11.1.5	DSP 芯片的应用	225
11.2	TMS320 系列器件的结构特点及简介	225
11.2.1	结构特点	225
11.2.2	TMS320C2000 系列简介	227
11.2.3	TMS320C5000 系列简介	229
11.2.4	TMS320C6000 系列简介	231
11.3	DSP 系统的设计过程	234
11.4	DSP 系统的开发工具	235

11.4.1 开发环境的构成	235
11.4.2 开发工具的构成	235
11.4.3 TI公司的开发工具	235
第12章 数字信号处理实验	239
12.1 离散信号时域分析	239
12.1.1 实验目的	239
12.1.2 实验原理与方法	239
12.1.3 实验内容及步骤	240
12.1.4 实验报告要求	241
12.2 离散系统 Z 域分析	241
12.2.1 实验目的	241
12.2.2 实验原理	241
12.2.3 实验内容及步骤	242
12.2.4 实验报告要求	242
12.3 离散傅里叶变换	242
12.3.1 实验目的	242
12.3.2 实验原理与方法	242
12.3.3 实验内容及步骤	243
12.3.4 思考题	243
12.3.5 实验报告要求	243
12.4 快速傅里叶变换	244
12.4.1 实验目的	244
12.4.2 实验内容及步骤	244
12.4.3 实验报告要求	244
12.5 用双线性变换法设计 IIR 数字滤波器	244
12.5.1 实验目的	244
12.5.2 实验内容及步骤	245
12.5.3 思考题	246
12.5.4 实验报告要求	246
12.5.5 心电图信号采样序列 $x(n)$	246
12.6 用窗函数设计 FIR 滤波器	246
12.6.1 实验目的	246
12.6.2 实验原理与方法	246
12.6.3 实验内容及步骤	247
12.6.4 思考题	248
12.6.5 实验报告要求	248
12.7 用频率采样法设计 FIR 滤波器	249
12.7.1 实验目的	249
12.7.2 实验原理与方法	249
12.7.3 实验内容及步骤	250
12.7.4 思考题	252
12.7.5 实验报告要求	252

12.8 用 LMS 算法的单频干扰滤除	252
12.8.1 实验目的	252
12.8.2 实验原理与方法	252
12.8.3 实验内容及步骤	254
12.8.4 思考题	254
12.8.5 实验报告要求	255
附录 A 模拟滤波器设计参数	256
附录 B 信号处理工具箱函数集	258
参考文献	261

第 1 章 时域离散信号 和系统基础



知识点

- 序列的定义
- 典型序列
- 序列的基本运算
- 时域离散系统
- 线性常系数差分方程
- 离散卷积



难点

- 序列的运算
- 时域离散系统性质的判断
- 图解法、解析法求离散卷积



要求

掌握：

- 序列的运算
- 时域离散系统性质的判断
- 图解法、解析法求离散卷积

了解：

线性常系数差分方程的解法

信号有 3 种类型：时域连续信号、时域离散信号和数字信号。

• 时域连续信号：如果信号定义在时间的连续区域上，其幅度可以是连续区域内的任何值，也可以是离散数值的信号，称为时域连续信号。幅度是连续数值的信号常称为模拟信号。实际上，时域连续信号与模拟信号常常通用，可以用来说明同一类信号。

• 时域离散信号：如果信号定义在离散时刻上，其幅度取连续区域内任何值的信号称为时域离散信号。

• 数字信号：如果信号的幅度只能取在离散集合中的一些值，即时间和幅度都离散的信号称为数字信号。

1.1 时域离散信号——序列

1.1.1 序列的定义

一个时域离散信号可以用一系列有序的数表示, $x(n)$ 为数字序列 x 中的第 n 个元素的值, 通常记为

$$x = x(n), \quad N_1 \leq n \leq N_2 \quad (1.1)$$

式中, N_1 和 N_2 可以是有限整数, 也可以无穷大。

虽然序列并不一定由模拟信号取样产生, 但习惯上仍将 $x(n)$ 称为序列的第 n 个取样。时域离散信号即序列也常常用图形描述, 如图 1.1 所示。

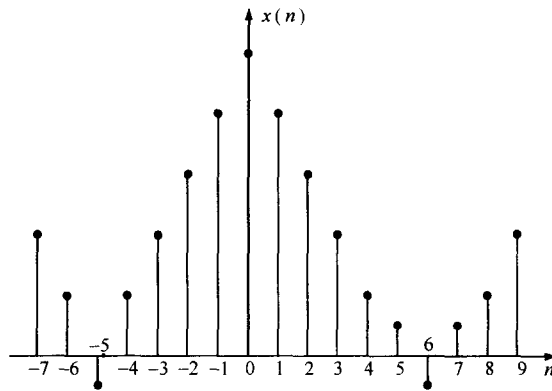


图 1.1 时域离散信号的图形表示

必须指出, $x(n)$ 仅对于整数 n 值有定义, 对于非整数值的 n , $x(n)$ 是没有定义的, 不能视为零。

1.1.2 典型序列

1. 单位采样序列 $\delta(n)$

$$\delta(n) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases} \quad (1.2)$$

单位采样序列只有在 $n=0$ 时取确定值 1, 其他都为零, 如图 1.2 所示。显然它与 $\delta(t)$ 有相同的作用, 因此也称为单位冲激序列。

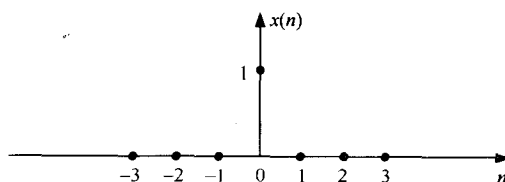


图 1.2 单位采样序列

2. 单位阶跃序列 $u(n)$

单位阶跃序列 (图 1.3) 表示为

$$u(n) = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases} \quad (1.3)$$

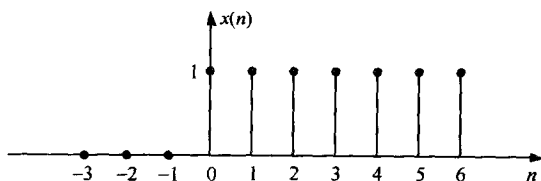


图 1.3 单位阶跃序列

单位阶跃序列类似于单位阶跃函数 $u(t)$ 。单位采样序列与单位阶跃序列之间的关系为

$$u(n) = \sum_{k=-\infty}^n \delta(n-k) \quad (1.4)$$

和

$$\delta(n) = u(n) - u(n-1) \quad (1.5)$$

3. 矩形序列 $R_N(n)$

$$R_N(n) = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

矩形序列在 $0 \leq n \leq N-1$ 时取值为 1, 其他为 0。N 表示矩形序列的长度, 例如, $R_4(n)$ 表示其长度为 4, 矩形序列可以用单位阶跃序列表示为

$$R_N(n) = u(n) - u(n-N) \quad (1.6)$$

4. 实指数序列

$$x(n) = a^n u(n), \quad a \text{ 为实数} \quad (1.7)$$

如果 $|a| < 1$, $x(n)$ 随 n 的增大模值逐渐减小, 称为收敛序列; 如果 $|a| > 1$, $x(n)$ 的模值随 n 的增大而增大, 称为发散序列, 如图 1.4 所示。

5. 复指数序列

$$x(n) = (a \cdot e^{j\omega_0})^n = a \cos \omega_0 n + a j \sin \omega_0 n \quad (1.8)$$

式中, ω_0 为数字角频率, 且实部和虚部都随 n 值以正弦规律变化。如果 $\omega_0 = 0$, 那么 $x(n) = a^n$ 就成为实指数序列。同时, 也可以用极坐标表示为

$$x(n) = |x(n)| e^{j \arg[x(n)]} \quad (1.9)$$

6. 正弦序列

$$x(n) = A \sin(n\omega + \theta_0) \quad (1.10)$$

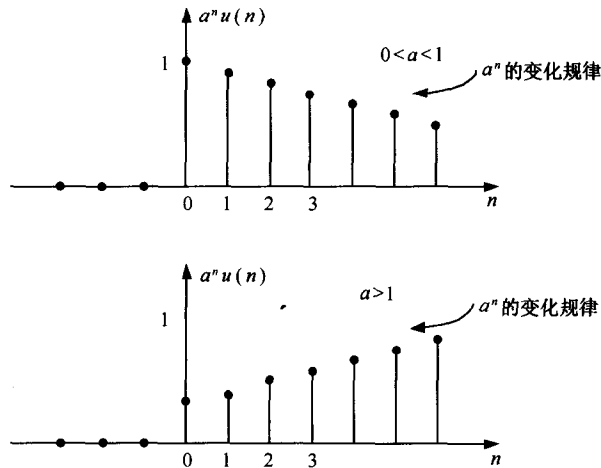


图 1.4 实指数序列

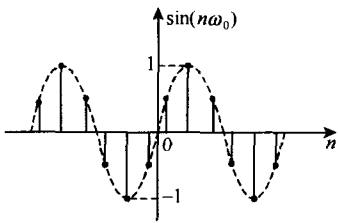


图 1.5 正弦序列

对正弦信号 $x_a(t) = \sin \Omega t$ 以 T 为间隔取样, 就得到正弦序列

$$x_a(nT) = A \sin(\Omega nT) = A \sin(\omega n) = x(n) \tag{1.11}$$

其图形如图 1.5 所示。

式 (1.11) 中有关系 $\omega = \Omega T$, 其中 Ω 为模拟角频率, 单位为 rad/s, 它与频率 f (单位: 1/s 或 Hz) 的关系为 $\Omega = 2\pi f$, 因此 Ω 是具有真正物理意义的量。

而 ω 叫数字角频率, 单位为 rad, 因此它并不具有真正的物理意义, 而是为了处理离散信号方便而引入的一个量。数字角频率与模拟角频率之间总是成正比关系, 比例常数就是抽样周期 T 。

7. 周期序列

如果对于所有 n 序列 $x(n)$ 满足

$$x(n) = x(n + N), \quad -\infty < n < \infty \tag{1.12}$$

且 N 是满足上式的最小正整数, 则称 $x(n)$ 是以 N 为周期的周期序列。

现在我们讨论正弦序列 $x(n) = \sin(n\omega_0)$ 的周期性。

由于 $x(n + N) = \sin[\omega(n + N)] = \sin(\omega n + \omega N)$, 当 $\omega N = 2\pi k$ 时, k 为整数时, 则

$$\sin[\omega(n + N)] = \sin(\omega n) = x(n) \tag{1.13}$$

这时正弦序列就是周期序列。其周期为 $N = 2\pi k / \omega$, N, k 必为整数。

下面我们根据 $2\pi / \omega$ 的不同取值, 分几种情况讨论:

(1) 当 $2\pi / \omega$ 为整数时, 只需取 $k = 1$ 就能保证 N 是整数。显然, 这时周期 $N = 2\pi / \omega$ 为最小正整数。