



ANSYS 7.0 应用指导系列丛书

有限元基础 与

ANSYS 入门

邢静忠 王永岗 等编著



机械工业出版社
China Machine Press

ANSYS 7.0 应用指导系列丛书

有限元基础与 ANSYS 入门

邢静忠 王永岗 等编著



机械工业出版社

本书以结构分析有限元为主要内容,围绕杆、梁、弹性力学平面问题和空间问题、平板弯曲问题,系统地介绍了有限元位移法的基本思想和编程实现步骤,并在计算机代数系统 MAPLE 环境下编制了二维、三维杆单元程序,二维、三维梁单元程序,弹性力学平面问题和空间问题程序,平板弯曲有限元程序等。在给出理论分析结果和自编有限元程序计算结果的同时,还给出了 ANSYS 程序的求解结果,以及这三种结果的比较。

本书注重从简单问题入手,利用手工计算理解有限元基本思想,编程实现体会实现过程,ANSYS 验证说明自编程序的有效性。采用计算机代数系统编程环境大大简化了代码编制,使读者能够将更多的注意力集中在实现程序编制的具体步骤上。ANSYS 验证也是读者掌握商用有限元程序的捷径。

本书的使用能够使读者在较短的时间内,理解有限元基本思想和实现过程,同时学会使用计算机代数系统和 ANSYS 软件。

本书适合大学本科二年级以上的学生和研究生使用,也可供从事结构分析和设计的其他人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

有限元基础与 ANSYS 入门/邢静忠等编著.

—北京:机械工业出版社,2004.11

(ANSYS 7.0 应用指导系列丛书)

ISBN 7-111-15532-7

I. 有… II. 邢… III. 有限元分析—应用程序, ANSYS IV. 0241.82

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 111888 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑:吴宏伟 版式设计:郭新义

三河市宏达印刷有限公司印刷·新华书店北京发行所发行

2005 年 1 月第 1 版第 1 次印刷

787mm×1092mm1/16·19.5 印张·464 千字

0001-5000 册

定价:28.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

本社购书热线电话:(010) 68993821、88379646

封面无防伪标均为盗版

前 言

随着计算机技术的日益普及，计算机技术在提高社会生产力方面发挥了越来越重要的作用，特别是 CAD/CAE/CAM 在工业界日益成熟和普及，极大地提高了工业设计和生产效率，越来越多的人逐渐熟悉这些强有力的工具，并对这些技术给工业界的推动作用逐渐认可。越来越多从事设计到生产各个环节的工程技术人员和在校学生逐步成为这一新技术的主要用户群体。

有限元分析技术已经发展成为计算机辅助分析 CAE 的核心。用 CAE 方法可以减少或避免物理测试过程，通过计算机模拟最恶劣载荷工况下零件或结构的工作情况，准确地计算其应力应变。使产品在设计阶段就能够对各项性能进行评估，及早发现设计上存在的问题，从而大大缩短设计开发周期。

特别是有限元分析及优化技术，能够改进结构设计，使其在满足强度和刚度的情况下具有最合理的方案。应用于新产品开发和老产品改造方面，能够提供对强度、应力分布状况的优化，从而在设计上提供理论指导。

作为目前国内最流行的 ANSYS 软件，在工程计算、教学实践和科学研究方面已经积累了大量的应用实例。不少学校购买了 ANSYS 软件，并开展了一系列学习和推广 ANSYS 应用的热潮。

如何让初学者能快速全面地掌握有限元基本思想和 ANSYS 的使用要领，完成最一般的工程结构分析。本书以结构分析有限元为主要内容，围绕平面杆、空间杆、平面梁、空间梁、弹性力学平面问题和空间问题、平板弯曲问题系统地介绍了有限元位移法的基本思想和编程实现步骤，从简单问题入手，用手工计算的方式展示实现步骤和基本思想。并在计算机代数系统MAPLE环境下编制了二维、三维杆单元程序，二维、三维梁单元程序，弹性力学平面和空间问题程序，平板弯曲有限元程序等。在给出理论分析结果、有限元手工计算结果、自编有限元程序计算结果的同时，还利用 APDL编程语言给出了 ANSYS 程序的求解步骤和计算结果，并对不同方法的结果进行了比较分析。

本书的第1章简单介绍了计算机代数系统MAPLE和ANSYS 系统的入门知识。从第2章开始按照杆、梁、实体和板壳结构的次序，从二维问题到三维问题、从简到繁，介绍了基本理论、实现过程、MAPLE程序和算例，以及 ANSYS 验证等内容。书末给出了 ANSYS 中最常使用的结构单元特性介绍。

和一般有限元书籍不同的是，本书在讲解基本理论的同时，注重有限元基本思想的描述和程序实现过程的讲解，所用的源程序都是作者按照基本思想编制调试，并经过算例验证过的。从内容选材上覆盖了主要的结构分析单元类型，在实现手段上，避开了高级语言编程。特别是理论分析和 ANSYS 计算相结合，计算结果的分析比较加强了读者对自编程序的有效性的认识。同时，也使读者在不知不觉间学会了用 MAPLE编程和用 ANSYS 进行一般结构的力学分析。



元特性有初步的认识。相信读者在读完本书，并结合所附光盘源程序和算例的演练后，基本掌握 MAPLE 编程和 ANSYS 分析。

本书在编写过程中得到了仿真互动网站和许多有限元爱好者的帮助和支持。同时，我们也非常感谢兰州理工大学的同事和家人对本工作的支持和理解。本书的部分资料来源于 ANSYS 验证算例和参考文献，特向他们表示感谢。

同时，也感谢机械工业出版社北京时代金科科技有限公司对作者的信任和责任编辑为本书的出版所付出的辛勤工作！

全书由邢静忠和王永岗（中国农业大学）编著，陈晓霞、黄达文、宋慧芳、董永香、腾兆春、张敏、徐燕等参与了部分编写工作。

鉴于时间仓促和作者的认识局限，书中错误难免，欢迎读者批评指正。

书中源程序，可从以下网站下载：

<http://www.cmpbook.com/download/15532.Rar>

或：<http://hsingjzh.welan.com>

编著者

2004年8月

目 录

前 言

第1章 MAPLE和ANSYS使用简介	1
1.1 什么是MAPLE	1
1.2 MAPLE的结构	2
1.2.1 算术	3
1.2.2 变量和多项式	4
1.2.3 方程	6
1.3 向量和矩阵	7
1.3.1 定义向量	8
1.3.2 向量运算	9
1.3.3 定义矩阵	11
1.3.4 矩阵运算	12
1.4 解线性方程组	15
1.4.1 消元法	15
1.4.2 逆矩阵法	16
1.4.3 linsolve命令	17
1.5 简单程序设计	17
1.5.1 选择结构	18
1.5.2 循环结构	20
1.5.3 跳出循环和终止执行	22
1.6 ANSYS 7.0环境简介	23
1.6.1 ANSYS 7.0的启动	23
1.6.2 ANSYS 7.0的用户界面	25
1.6.3 ANSYS 7.0的求解过程	26
1.7 分析过程最常用的命令	28
1.7.1 起始层命令	28
1.7.2 前处理命令	29
1.7.3 求解命令	30
1.7.4 一般后处理命令	31
1.8 结构分析问题	32
1.8.1 杆系问题	32



1.8.2	梁系问题.....	33
1.8.3	平面问题.....	34
1.8.4	板壳问题.....	34
第2章	杆系结构有限元.....	35
2.1	刚度的概念.....	35
2.2	坐标转换的概念.....	35
2.3	局部坐标系下的单元刚度矩阵.....	36
2.4	整体坐标系下的单元刚度矩阵.....	38
2.5	形成总体刚度矩阵.....	40
2.6	形成载荷.....	42
2.7	添加约束.....	43
2.8	求解方程.....	43
2.9	计算杆件内力.....	44
2.10	计算结果验证.....	45
2.11	平面桁架有限元程序.....	45
2.12	ANSYS程序计算结果.....	52
2.13	平面屋架静力分析.....	54
2.14	三维杆系的有限元程序.....	58
2.14.1	三维杆系的单元刚度矩阵.....	58
2.14.2	三维杆系有限元程序.....	59
2.15	用ANSYS计算三维桁架系统.....	64
2.16	空间桁架系统计算结果对比.....	65
第3章	梁系结构的有限元法.....	67
3.1	平面刚架.....	67
3.1.1	局部坐标系下梁单元的刚度矩阵.....	67
3.1.2	坐标转换矩阵.....	70
3.1.3	整体坐标系下的单元刚度矩阵.....	72
3.1.4	单元刚度矩阵特点.....	73
3.1.5	整体刚度矩阵.....	75
3.1.6	节点载荷和位移约束.....	76
3.1.7	求解线性代数方程组.....	79
3.1.8	非节点载荷的固端内力计算.....	79
3.1.9	单元内力计算.....	83
3.2	平面刚架有限元程序.....	85
3.3	计算包含非节点载荷情况.....	93
3.4	用ANSYS程序验算自编程序结果.....	93
3.4.1	只有节点力作用情况.....	94

3.4.2 包含非节点载荷情况.....	97
3.5 结果比较.....	101
3.6 用MAPLE程序完成7层框架结构计算.....	103
3.6.1 MAPLE程序计算多层平面框架.....	104
3.6.2 用ANSYS计算多层平面框架.....	106
3.7 空间刚架有限元程序.....	112
3.7.1 局部坐标系下单元刚度矩阵.....	113
3.7.2 坐标转换矩阵.....	116
3.8 非节点载荷的固端反力计算.....	118
3.9 空间刚架有限元程序.....	119
3.10 算例验证.....	131
3.10.1 模型基本参数.....	131
3.10.2 模型前处理.....	132
3.10.3 求解和后处理.....	133
3.10.4 通过单元表处理单元内力结果.....	134
3.10.5 获得空间刚架的内力图.....	135
3.10.6 分析比较计算结果.....	138
3.11 测试斜弯曲情况.....	139
3.11.1 MAPLE程序计算.....	140
3.11.2 理论计算.....	141
3.11.3 ANSYS计算.....	142
习题.....	143
第4章 弹性力学平面问题.....	149
4.1 弹性力学基本方程.....	149
4.1.1 平衡方程.....	149
4.1.2 几何方程(应变-位移关系).....	150
4.1.3 物理方程(应力-应变关系).....	152
4.2 最小势能原理.....	153
4.2.1 应变能的概念及其表达式.....	153
4.2.2 最小势能原理.....	154
4.3 平面应力问题和平面应变问题.....	154
4.3.1 平面应力问题.....	154
4.3.2 平面应变问题.....	156
4.4 平面问题的3节点三角形单元.....	157
4.4.1 单元位移模式及形函数.....	158
4.4.2 应变矩阵和应力矩阵.....	161
4.5 平面问题有限元方程的建立.....	162
4.6 单元刚度矩阵.....	164



4.7	单元等效节点载荷列阵	164
4.7.1	分布体积力	165
4.7.2	分布面积力	165
4.7.3	集中力	167
4.7.4	温变载荷	167
4.8	结构总体刚度矩阵和节点载荷列阵的集成	168
4.8.1	结构总体刚度矩阵的集成	169
4.8.2	节点载荷列阵的集成	170
4.8.3	结构总体刚度矩阵的性质及特点	171
4.9	边界条件的引入	172
4.10	平衡方程的求解	174
4.11	应力计算	174
4.12	求解思想与编程实现	176
4.12.1	手工演算	177
4.12.2	MAPLE编程	181
4.12.3	ANSYS模拟验证	186
4.13	例题1——集中拉力下的三角片	188
4.13.1	MAPLE编程	188
4.13.2	ANSYS模拟	190
4.14	例题2——均布载荷下的简支梁	192
4.14.1	MAPLE编程	193
4.14.2	ANSYS模拟验证	196
	习题	200
第5章	弹性力学空间问题	203
5.1	引言	203
5.2	常应变四面体单元	203
5.2.1	单元位移模式和形函数	204
5.2.2	应变矩阵和应力矩阵	205
5.2.3	有限元方程的建立	206
5.2.4	单元等效节点载荷	208
5.3	空间8节点六面体单元	209
5.3.1	单元位移模式和形函数	210
5.3.2	应变矩阵和应力矩阵	212
5.3.3	单元刚度矩阵和载荷列阵	213
5.4	算例与编程实现——集中载荷作用下的立方体	213
5.4.1	MAPLE编程	214
5.4.2	ANSYS模拟	220
5.5	算例与编程实现——纯弯曲悬臂梁	222

5.5.1	MAPLE编程	223
5.5.2	用ANSYS模拟纯弯曲悬臂梁	230
第6章	薄板弯曲问题的有限元法	233
6.1	薄板弯曲的基本概念和假设	233
6.2	薄板弯曲的基本方程	234
6.2.1	几何方程	234
6.2.2	物理方程	235
6.2.3	最小势能原理	237
6.2.4	边界条件	237
6.3	薄板矩形单元的位移法	238
6.3.1	单元位移模式和形函数	240
6.3.2	广义应变矩阵和广义内力矩阵	242
6.3.3	单元刚度矩阵	244
6.3.4	非节点载荷的等效节点载荷列阵	246
6.4	算例与编程——四边支承的正方形薄板	247
6.4.1	四边固支的正方形薄板	248
6.4.2	四边简支的正方形薄板	250
6.4.3	MAPLE编程完成薄板计算程序	251
6.4.4	ANSYS模拟完成正方形薄板计算	261
6.5	算例与编程——集中载荷作用下的悬臂矩形板	263
6.5.1	MAPLE编程完成悬臂矩形板分析	263
6.5.2	用ANSYS完成悬臂矩形板分析	265
	习题	267
附录	常用结构单元参考	269
	参考文献	297

第1章 MAPLE和ANSYS使用简介

1.1 什么是MAPLE

MAPLE是一个具有强大符号运算能力、数值计算能力、图形处理能力的交互式计算机代数系统(Computer Algebra System),它主要用于对各种数据、图形的计算和生成,以及对这些结果的编辑。它可以借助键盘和显示器代替原来的笔和纸进行数学运算。可以用它解决各种方程、方程组、微分方程、线性代数等数学问题,得到它们的解析解或者数值解。数学、物理等各方面的理论和应用问题都可以利用MAPLE来解决。这个超强的计算工具不仅适合于数学家、物理学家、工程师,还适合于化学家、生物学家、社会学家。总之,它适合于所有需要数学计算的人。

所谓计算机代数系统,就是指能够对符号和表达式进行运算,并能够求解方程和处理函数的计算机软件。计算机代数系统的研究开发最早开始于1959年,那时,麻萨诸塞州的一些研究人员开始研制一个称为MACSYMA的计算机软件,也就是早期的计算机代数系统。这些人对计算机充满了信心,认为计算机能够帮助人类完成许多重要的智能型工作,而数学用来作为载体以展示计算机在机器智能方面的能力(之所以选择数学作为载体,是因为数学具有很强的规律性和结构性)。MACSYMA的开发成功证明了计算机在处理数学问题方面(如求解微分方程)并不像以前想象的那样困难,实际上教会机器去求解数学问题不比教会人去求解数学问题更难。

在1980年,沃特卢(加拿大东南部城市)大学的一些研究者开始探讨计算机代数系统在工程等领域的应用问题。它们对手头已有的一些计算工具并不满意,根据实际需要和以往工作中的经验,他们又提出了新的计算机代数系统应当满足的标准:首先,新的系统必须允许广大的用户(包括学生)在较低配置的计算机上使用;其次,新的系统必须具有清晰的逻辑性和浅显易懂的语法结构;最重要的是,新的系统必须便于日后升级。为此,这些研究者成立了“符号运算小组”,这个研究小组潜心于满足上述标准的计算机代数系统的研究。后来,他们的研究成果被称为MAPLE。

大家都知道,在处理数学和物理问题的时候,经常遇到的是大量繁琐的数学运算,除了面临字符形式的公式推导,还要进行许多数值运算工作。在得到一个结果后,还要对以前的运算过程进行验算以保证其正确率。如果所处理的问题稍微复杂一些,那么用传统的手工加草稿纸的运算方式将会消耗大量的人力和物力,而且每当某一步骤出现问题时,就不得不返回头,在一大堆草稿中搜寻和检查。如此反复几次后,原来还保持一定顺序的草稿很可能混作一团,原来还清晰的思路很可能变得纵横交错,没有头绪了。其实,大量的精力都花在了重复性的工作上,而且一点小小的失误可能会给整个工作造成巨大的障碍,甚至成为失败的主要原因。如果利用MAPLE的代数运算功能来帮助处理那些简单而又繁琐的计算工作,或者利用MAPLE的符号运算功能帮助推导公式,那么我们就可以节约出大量

时间和精力，并将注意力转移到如何采用更加有效的方法解决全局问题上。如果在某个环节上出了问题，可以容易地检验思路是否正确，而不用花费精力去怀疑具体的推导和计算过程。如果要对问题的解决方法进行调整，也能够需要的地方直接做修改，然后按几次键盘就能够得到新的结果。如果想对不同的方法进行比较，可以根据同一个原始文件创建多个运算文档，从而省去了重复抄写的麻烦。

工程师和科研人员常常需要对所研究的物理对象建立数学模型，然后求解这个数学问题。以往的做法通常是借助编程语言，如Fortran等编制计算机程序来求解，虽然现在有许多标准的样板程序可以用来作为参考，但还是免不了录入的麻烦，恐怕还需要找几个简单算例来验证，而且对基本方法需要做改动时，往往会花费大量的时间去修改程序。实际上，MAPLE所提供的运算能力完全能够帮助我们去处理这些工作，我们需要做的仅仅是以标准的、直观的、并且为我们熟知的形式将数学模型输入计算机，然后按回车键，等待运算结果。对于普通的数学模型，MAPLE能够给出相当直观的符号形式的解析解；而对于相对复杂的模型，MAPLE能够给出任意精度的数值结果。当然，并不是说MAPLE可以求解任意复杂的数学问题，但只要它能够解决大部分常规的问题，我们就已经受益匪浅了。

数据处理是任何计算工作之后必定要做的事，我们需要对计算结果进行统计分析，需要将结果以图形的方式来表现。比较原始的做法是根据运算结果或实验数据用手工来描点、绘图；现在常用的方法是将结果整理成数据表格，再利用绘图软件根据数据表绘制图形。而MAPLE的图形处理功能为我们提供了另一种良好的选择，我们可以直接利用MAPLE的运算结果，输入简单的绘图命令，很快就能够得到所需要的图形。这样，在对某个过程进行重复修改的时候，就可以省去在计算环境与绘图环境之间来回切换的麻烦了，而且MAPLE在图形方面的许多附加功能可以帮助我们更好地理解和把握所得到的计算结果。

我们完全有可能需要将计算结果、图形等整理成报告，MAPLE也提供了很好的文档处理功能。与其他文字处理器相比，MAPLE在结构和表达形式上具有很强的优势。首先，在计算报告中会存在大量的公式和表达式，在MAPLE提供的交互式的编辑环境中，可以通过简单的操作来创建和组织复杂的公式，使用者既可以输入字符，也可以借助模板直接输入公式，而MAPLE输出的是标准的数学形式，再加上大家都非常熟悉的一些编辑操作，很容易创建文字、图形、表达式共存的计算报告；其次，MAPLE提供的结构和类型，可以帮助使用者将计算结果整理成为脉络清晰、层次分明的科技文档。另外，MAPLE提供了较为现代的书签、超链接等工具，有了它们，完全有可能在自己的报告文档中把处于不同位置的相关内容建立联系，在必要时进行快速切换；或者将自己的文档与其他文档联系起来，无论这些文件是在本地还是在远程计算机上。

总之，在数值计算、符号运算以及图形处理方面，以往用手工操作非常费力的、或者自己编程非常繁琐的、或者可以利用应用软件而无法充分利用现有结果的各项工，用MAPLE都可以方便、快捷地加以处理。

1.2 MAPLE的结构

MAPLE作为能够处理数学问题的计算机代数系统，它首先具备的就是能够处理用户命

令输入、管理内部数据的“内核”；而且，为了适应各方面运算的需求，同时又不至于造成资源浪费，MAPLE具备许多外挂的函数库（也称为软件包），在需要时可以由用户自行加载；MAPLE又是一种交互式的应用软件，所以具备良好的图形用户界面，通过这个接口，用户才能够向MAPLE发出指令并得到执行。

MAPLE的结构犹如一台计算机，MAPLE的“内核”好比是主机，在这里，用户输入的命令得到解释和执行，输入的数据和运算的结果得以保存。用户界面好比是显示器和键盘，通过它们，用户才能够了解MAPLE现在在干什么，才能够对主机下达命令。MAPLE的外挂软件包就好比是计算机的可选配件，用户根据不同的需求可以选择性地安装其中的某一件，就像要上网时插上“猫”、想“OK”时接上音箱一样，所不同的仅仅是调用软件包package_name时是使用命令with(package_name)。

1.2.1 算术

算术是数学中最古老同时又是最基本的一个分支，它研究数的性质及其运算，包括正整数、分数、小数的性质以及它们的四则运算（加、减、乘、除）。用MAPLE来做算术题时，完全可以将它作为一个“计算器”使用，这个“计算器”可以处理任何关于整数、分数以及小数的四则运算。

先看整数运算的例子。首先，在命令提示符“>”后输入：

```
> 2+3;
```

注意一定要在表达式后面加上“;”，它在MAPLE中用来表示一个命令的结尾（也可以用“.”作为命令的结尾，但此时MAPLE将不输出任何结果，只是将计算结果保存起来）。按回车键，得到：

5

如果没有输入“;”将会怎样？

```
> 2+3
```

Warning, premature end of input

系统将会提示操作出错，这时只要在新的提示符后输入“;”并按回车键，正确的结果就会显示出来。

如果希望重新显示刚才的运算结果，可以在下一步操作中用“%”调用此结果：

```
> %;
```

5

对于分数、小数的运算，可以按照同样的方法输入计算式并按回车键，就能够立即得到结果。在下面的例子中，以符号“/”作为分数线：

```
> 2/3+1/7;
```

$$\frac{17}{21}$$

```
> 0.472+1.38;
```

1.852

如果参与运算的是一个分数和一个小数，那么得到的结果将以小数形式出现：

```
> 2/3+1.38;
```

2.046666667

指数运算相对来说稍微复杂一些，但对于MAPLE，指数运算的操作并不比上面的分数、小数加减法更困难：

```
> 2^99;
```

633825300114114700748351602688

```
> 2001^11;
```

2059292202282269582789281320220022001

分数和小数的指数运算对MAPLE来讲同样简单，而且对不同类型的输入，MAPLE会输出相应类型的结果。从下面的例子中是不是可以感觉到MAPLE这个“计算器”要比真的计算器的功能强大的多呢？

```
> 0.25^99;
```

.2489206111 10⁻⁵⁹

```
> 1/4^99;
```

$$\frac{1}{2017345110647475688854905230852906506305507484456982088253}$$

当然，上面的结果看起来不太习惯，如果认为所显示的结果太长，就可以借助evalf命令将运算结果转换为简单形式。还记得“%”吗？它可以用来引用上一步得到的结果，这里将它与evalf命令结合使用：

```
> evalf(%);
```

.2489206111 10⁻⁵⁹

注意，在MAPLE中允许将光标移动到任意位置并按回车键来执行光标当前位置的命令，所以，命令的执行顺序有可能与命令的排列顺序不同，一定要注意运算符“%”只能引用刚刚执行过的命令所得到的结果，而无论此命令位置与发出引用动作的命令位置之间关系如何。

1.2.2 变量和多项式

变量，用直观的语言可以描述为数值可变的量，它是代表数学公式中一个可变量的符号，是可以假定为一组特定值中之任一值的量。有了变量的概念，就可以用一个变量来代替一个或一类数字组成各种复杂的表达式。而具有 $(a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0)$ 形式的表达式，

称之为多项式。一个变量，既可以具有数值型的值，也能够以多项式作为它的值。

在代数运算中，除了直接用数字进行算术运算外，也可以用字母等符号作为变量代表一个或一类数字进行运算，而在具体的数字与该变量之间建立联系的过程称为对变量的赋值。可以用符号“:=”对变量进行赋值，例如将数字5赋值给变量 a ：

```
> a:=5;
```

$$a:=5$$

MAPLE对用户的命令输入做出反应，将运算结果输出到屏幕上，同时将变量及其赋值保存在MAPLE“内核”中，供以后的表达式和计算过程调用。在上面的计算中，MAPLE已经建立了数字5与变量 a 的联系，则借助运算符“^”计算 2^a 将得到 2^5 ：

```
> 2^a;
```

$$32$$

如果借助运算符“*”计算变量 a 与2.4的乘积，就会得到 2.4×5 的结果：

```
> 2.4*a;
```

$$12.0$$

值得注意的是，MAPLE中所有的命令必须完整地输入，而不能按照日常书写计算公式或表达式时的简写输入，否则，系统将显示出错信息。例如上面的例子中，如果省略了乘号“*”，MAPLE就不会得到正确的计算结果：

```
> 2.4a;
```

Error, missing operator or `;

变量的值也可以是一个字符，而对变量进行字符型赋值，就需要用符号“'”将作为变量的值的字符引起来，例如将字符 c 赋值给变量 a ：

```
> a:='c';
```

$$a:=c$$

当然也可以将字符 a 赋值给变量 a ，这种赋值方法也可以理解为清除以前对变量 a 的赋值，在进行数字计算中如果要对某个变量重新赋值，可以采用这种操作。这时，如果仍然输入有关变量 a 的表达式或命令，则MAPLE返回所输入的表达式。例如：得

```
> a^2+2.4*a;
```

$$a^2 + 2.4 a$$

多项式是代数中最基本的研究对象之一，多项式理论的发展与多项式方程（即代数方程）的研究有密切联系。我们知道，每一个多项式都可以分解为不可约分多项式的乘积。如果能够得到多项式的最简分解形式，那么代数方程的求解就会容易得多。但是多项式的因式分解并不是件简单的事，尤其遇到次数较高的多项式，用手工进行因式分解将十分

困难。

现在，有了MAPLE的帮助，上述问题将不再是难题，因为在MAPLE环境下，只需要使用命令factor就可以轻松地对多项式进行因式分解。例如：

```
> factor(x^3+5.0);
```

$$(x + 1.709975947)(x^2 - 1.709975947x + 2.924017740)$$

```
> factor(x^3+y^3);
```

$$(x+y)(x^2-xy+y^2)$$

用MAPLE不但能够分解因式，而且也能够将乘积形式的表达式展开，这时需要用到命令expand。在实际运算过程中，很可能不小心输入了错误的数字或表达式，需要进行检查，那么，按照当前的结果反推回去与原来的表达式比较，可能是一种十分有效的方法。例如把上面的因式分解结果还原：

```
> expand(%);
```

$$x^3+y^3$$

毫无疑问，结果与原来的表达式完全相同。

到现在为止，已经看到如何用MAPLE为变量赋值和处理多项式，那么，是否能够用某个变量来表示一个多项式呢？换句话说，是否能够用多项式为变量赋值呢？答案是肯定的。例如：

```
> p:=x^2+2*x-3;
```

注意，上面的命令没有以分号“;”结尾，而是使用了冒号“:”，这两个符号的作用基本相同，都可以用来作为命令行的结束标志，但它们存在一点差别，即以“;”结尾的命令，运算结果会显示出来；而以“:”结尾的命令不会将运算结果输出到屏幕上。此时如果要查看结果，可以利用“%”，也可以直接输入变量名：

```
> p;
```

$$x^2+2x-3$$

仍然可以利用factor对变量p所代表的多项式进行因式分解：

```
> factor(p);
```

$$(x+3)(x-1)$$

1.2.3 方程

方程是包括未知量的等式，而这些未知量可以是未知变量，也可以是未知函数，解方程的目的是求这些未知量。方程有多种形式，包括代数方程、常微分方程、偏微分方程、积分方程等。

代数方程是置有限项之和为零所得到的方程，其中每一项是变量的正整数次幂（包括

零次幂)之积。求解代数方程的命令是solve(Equation,var),其中Equation是要求解的方程,var是作为未知数的变量。例如求解方程 $x^2 = 4$ 就输入下面的命令,按回车键后将得到这个方程的两个根:

```
> solve(x^2 = 4, x);
```

2,-2

如果方程中含有其他未知变量作为参数时,方程的根就由含有该变量的表达式表示。例如求解方程 $bx^2 = 4$,其解为:

```
> solve(b*x^2 = 4, x);
```

$$\left\{x = 2 \frac{1}{\sqrt{b}}\right\}, \left\{x = -2 \frac{1}{\sqrt{b}}\right\}$$

求上面已经定义的变量p在等于零时的根:

```
> solve(p=0);
```

1,-3

常微分方程和偏微分方程统称为微分方程,它们是含有自变量、未知函数及其微商(或偏微商)的方程。在MAPLE里求解这些方程所用的命令是dsolve。如果要求解如下的微分方程:

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} y(x)\right) - y(x)^2 + y(x) \sin(x) - \cos(x) = 0$$

首先将这个表达式赋值给变量ode1,然后用dsolve命令求解方程ode1=0:

```
> ode1 := diff(y(x), x) - y(x)^2 + y(x) * sin(x) - cos(x);
```

```
> ans1 := dsolve(ode1=0);
```

$$ans1 := y(x) = \sin a(x) - \frac{e^{(-\cos(x))}}{C1 + \int e^{(-\cos(x))} dx}$$

其中,diff命令的作用是对函数进行微分。

1.3 向量和矩阵

与线性代数相关的MAPLE软件包主要包括LinearAlgebra软件包和linalg软件包,它们都包含了建立向量和矩阵的命令,也包含了向量和矩阵的操作命令。例如linalg软件包中的vector和matrix命令,LinearAlgebra软件包中的Vector和Matrix命令,这些命令在操作方法上基本相同,不同之处在于linalg软件包中的命令大多数以小写字母开头,而LinearAlgebra软件包中具有相同功能和名称的命令以大写字母开头,在通常的运算中,可以不加区分。

向量,是既有大小又有方向的量,也称为矢量,而只有大小没有方向的量称为标量。