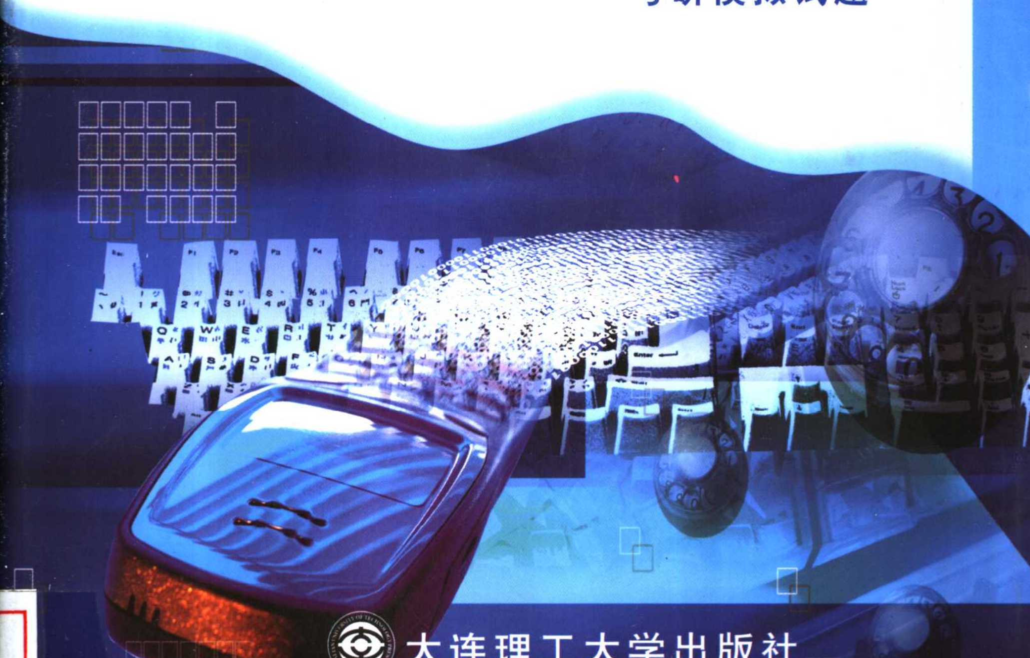
信号与系统
学习指导

李建华 主编

· 重点内容概要
· 典型例题
· 同步练习
· 考研模拟试题



大连理工大学出版社

信号与系统学习指导

大连理工大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统学习指导 / 李建华主编 .—大连 : 大连理工大学出版社,2004.9

ISBN 7-5611-2564-X

Ⅰ. 信… Ⅱ. 李… Ⅲ. 信号系统—高等学校—教学参考资料 Ⅳ. TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 006247 号

大连理工大学出版社出版

地址:大连市凌水河 邮政编码:116024

电话:0411-84708842 传真:0411-84701466 邮购:0411-84707961

E-mail:dutp@dutp.cn URL:http://www.dutp.cn

大连理工印刷有限公司印刷 大连理工大学出版社发行

幅面尺寸:140mm×203mm 印张:14.25 字数:300 千字

印数:1 ~5 000

2004 年 9 月第 1 版 2004 年 9 月第 1 次印刷

责任编辑:范业婷 责任校对:杨 帆

封面设计:宋 蕾

定 价:19.80 元

前　言

信号与系统理论是电子信息类专业的学生必须掌握的基础理论，其课程是许多院校相关专业研究生入学考试的必考课程之一，由此可见其重要性。由于信号与系统课程本身具有理论性强、系统性强、变换多、性质多、公式多、方法多等特点，因此在学习这门课程的过程中，会遇到许多困难。为了帮助学生归纳总结课程内容，灵活运用基本理论和方法，我们在参考了大量资料的基础上，编写了这本《信号与系统学习指导》。本书可以作为学生学习这门课程时的参考书，同时也可作为有志攻读硕士学位的考生的考前辅导书。另外，考虑到随机信号及随机过程通过线性系统的分析，也是电子信息类专业的学生必须掌握的基础理论知识，因此在本书中也包含了这一部分内容。

全书共 12 章，每章内容包括主要知识点、重点内容概要、典型例题、同步练习和同步练习参考答案五部分。主要知识点列出了本章中若干知识重点；重点内容概要总结归纳了本章的基本内容；典型例题则根据本章的基本内容和知识重点精选了从基础到综合运用的典型例题，对其进行了详细的分析和求解，对有些例题还给出了解

题思路，以使读者能够收到举一反三的效果；为使读者能够更进一步加深对所学知识的掌握，最后给出了同步练习题。附录中给出了8套模拟试题及参考答案。

本书的第1~3章由谢公福编写，第4~6章由邱天爽编写，第7~9章由李建华编写，第10~12章由李小兵编写，附录由谢公福和李建华整理完成。全书由李建华统稿。

在本书的编写过程中，我们参阅了大量的著作、资料和文献，在此谨向相关的作者致以诚挚的谢意。同时向对本书的出版给予大力支持的相关部门表示衷心感谢。

由于作者的水平和经验有限，书中难免会出现错误和不当之处，恳请读者批评指正。

编著者

2004年9月

目　录

第 1 章　信号与系统的基本概念

重要知识点

- 信号的分类与表示
- 常用连续时间信号
- 奇异函数信号
- 信号的分解与运算
- 系统的分类与表示
- 线性时不变系统的基本特性

重点内容概要

1.1　信号的分类与表示

1. 信号的分类

按照不同的分类原则,可将信号分为不同的类别。这里着重应理解连续时间信号与离散时间信号的定义,周期信号与非周期信号的定义。

2. 信号的表示

因为信号一般是时间或空间上变化的物理量,可以表示成时间或空间上的函数,所以信号就可以表示为解析式和图像 —— 波形图。对于离散时间信号还可以用数据序列或表格表示。

1.2　常用的连续时间信号

1. 指数信号

$$f(t) = Ae^{\alpha t} \quad (-\infty < t < +\infty)$$

信号的波形如图 1-1 所示。这里 α 是实数,若 $\alpha > 0$,信号随时间增加而增加,若 $\alpha < 0$,信号随时间增加而衰减,当 $\alpha = 0$,指数信号就成了直流信号。$|\alpha|$ 的大小反映了信号随时间增加或衰减速度的快慢;$\frac{1}{|\alpha|} = \tau$,称为指数

信号的时间常数。较常用的是单边指数信号：

$$f(t)=\begin{cases}0, & t<0\\ Ae^{\alpha t}, & t\geqslant 0\end{cases}$$

指数信号的特点是，它的微分与积分仍然是指数信号。

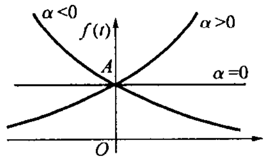


图 1-1　指数信号

2. 正余弦信号

$$f(t)=A\sin(\omega t+\theta)=A\cos(\omega t+\varphi)$$

式中，A、ω 与 φ 或 θ 均为实数，分别称为信号的振幅、角频率与起始相位，是正余弦信号的三要素。式中 $\theta=\varphi+\frac{\pi}{2}$，由于同一个信号用正弦表示与用余弦表示仅有 $\frac{\pi}{2}$ 相位的差别，习惯上将正余弦信号统称为正弦信号（图 1-2）。许多情况下，习惯用余弦表示。

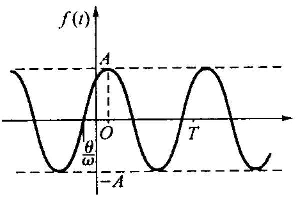


图 1-2　正弦信号

由尤拉公式：

$$e^{j\omega t}=\cos\omega t+j\sin\omega t,\quad e^{-j\omega t}=\cos\omega t-j\sin\omega t$$

则

$$\cos\omega t=\frac{1}{2}(e^{j\omega t}+e^{-j\omega t}),\quad \sin\omega t=\frac{1}{2j}(e^{j\omega t}-e^{-j\omega t})$$

正余弦信号的特点是，它的微分与积分仍然是同频率的正余弦信号。

3. 复指数信号（图 1-3）

$$f(t)=Ae^{st},\quad s=\sigma+j\omega$$

复指数信号是一个复信号，其实部与虚部均是振幅为指数规律变化的正余弦信号，是实指数信号与正余弦信号的合成信号。

当 $\omega=0$，$f(t)=Ae^{\sigma t}$

当 $\sigma=0$，$f(t)=Ae^{j\omega t}=A(\cos\omega t+j\sin\omega t)$

在系统分析理论中，它是一个非常重要的基本信号。

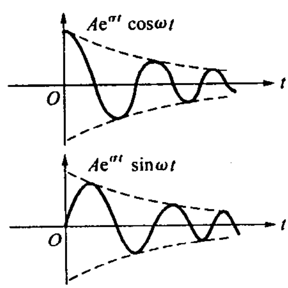


图 1-3　复指数信号的实部与虚部

4. 抽样函数信号（图 1-4）

$$f(t)=\mathrm{Sa}(t)=\begin{cases}1, & t=0\\ \dfrac{\sin t}{t}, & t\neq 0\end{cases}$$

抽样函数信号是实变量 t 的偶函数，且 $\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{Sa}(t)\mathrm{d}t = 2\int_{0}^{\infty}\mathrm{Sa}(t)\mathrm{d}t = \pi$，当 $t = \pm k\pi$ 时，$\mathrm{Sa}(t) = 0$。

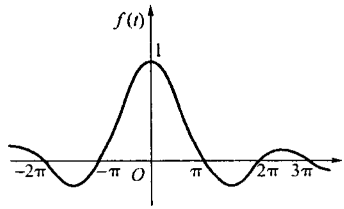


图 1-4　抽样函数信号

5. 高斯（钟形）脉冲（图 1-5）

$$f(t) = A\mathrm{e}^{-(t/\tau)^2}$$

上式表示的高斯脉冲是时间 t 的偶函数，且

$$\int_{-\infty}^{\infty}A\mathrm{e}^{-(t/\tau)^2}\mathrm{d}t = 2\int_{0}^{\infty}A\mathrm{e}^{-(t/\tau)^2}\mathrm{d}t = A\tau\sqrt{\pi}$$

高斯脉冲的傅立叶变换仍然是高斯脉冲：

$$\int_{-\infty}^{\infty}A\mathrm{e}^{-(t/\tau)^2}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}\mathrm{d}t = A\tau\sqrt{\pi}\mathrm{e}^{-(\omega\tau/2)^2}$$

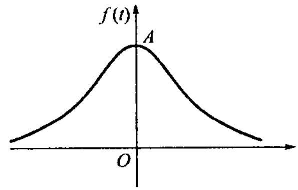


图 1-5　高斯脉冲

1.3　奇异函数信号

1. 单位阶跃信号（图 1-6）

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geqslant 0 \end{cases}$$

它的延时表示为

$$u(t - t_0) = \begin{cases} 0 & t - t_0 < 0 \\ 1 & t - t_0 \geqslant 0 \end{cases}$$

单位阶跃信号具有单边特性，利用此特性可以表示单边信号与分段连续的信号

$$f(t)u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ f(t) & t > 0 \end{cases}$$

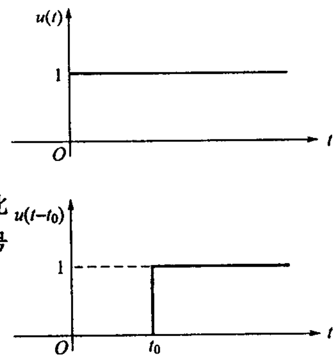


图 1-6　单位阶跃信号

若信号满足以下关系

$$f(t) = f(t)u(t)$$

则称其为因果信号。

2. 单位冲激信号（图 1-7）

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ \infty & t = 0 \end{cases}$$

且 $\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=\int_{0^-}^{0^+}\delta(t)\mathrm{d}t=1$

它的延时表示为

$$\delta(t-t_0)=\begin{cases}0 & t-t_0\neq 0\\ \infty & t-t_0=0\end{cases}$$

且 $\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-t_0)\mathrm{d}t=\int_{t_0^-}^{t_0^+}\delta(t-t_0)\mathrm{d}t=1$

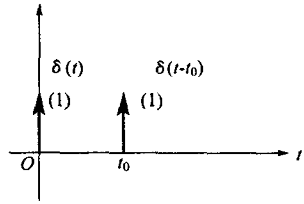


图 1-7 单位冲激信号

它与 $u(t)$ 的关系是

$$\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau=u(t),\ \frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t}=\delta(t)\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[u(t)+A]=\delta(t),A\text{ 为常数}\right)$$

单位冲激函数有以下的性质：

(1) $f(t)\cdot\delta(t)=f(0)\delta(t),\quad 0\cdot\delta(t)=0$

$f(t)\cdot\delta(t-t_0)=f(t_0)\delta(t-t_0)$

(2) $\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta(t)\mathrm{d}t=f(0),\quad \int_{-\infty}^{t}f(\tau)\delta(\tau)\mathrm{d}\tau=f(0)u(t)$

$\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta(t-t_0)\mathrm{d}t=f(t_0),\int_{-\infty}^{t}f(\tau)\delta(\tau-t_0)\mathrm{d}\tau=f(t_0)u(t-t_0)$

(3) $\delta(t)=\delta(-t),\delta(t-t_0)=\delta[-(t-t_0)]$

(4) $\delta(at)=\frac{1}{a}\delta(t)$

(5) $\delta[f(t)]=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{|f'(t_i)|}\delta(t-t_i),(f(t_i)=0,f'(t_i)\neq 0)$

(6) $f(t)*\delta(t)=f(t),f(t)*\delta(t-t_0)=f(t-t_0)$

3. 单位冲激偶信号

$$\delta'(t)=\frac{\mathrm{d}\delta(t)}{\mathrm{d}t}$$

它的延时表示为：$\delta'(t-t_0)=\frac{\mathrm{d}\delta(t-t_0)}{\mathrm{d}t}$

它是 $\delta(t)$ 函数的一次导数，它与 $\delta(t)$ 的关系还有

$$\int_{-\infty}^{t}\delta'(\tau)\mathrm{d}\tau=\delta(t)$$

单位冲激偶信号有以下性质：

(1) $f(t)\delta'(t)=f(0)\delta'(t)-f'(0)\delta(t),t\delta'(t)=-\delta(t)$

(2) $\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta'(t)\mathrm{d}t = -f'(0)$

$$\int_{-\infty}^{t} f(\tau)\delta'(\tau)\mathrm{d}\tau = -f(0)\delta(t) - f'(0)u(t)$$

(3) $\delta'(t) = -\delta'(-t), \delta'(t-t_0) = -\delta'[-(t-t_0)]$

(4) $\delta'(at) = \frac{1}{|a|}\cdot\frac{1}{a}\delta'(t), \delta^{(k)}(at) = \frac{1}{|a|}\cdot\frac{1}{a^k}\delta^{(k)}(t)$

(5) $f(t) * \delta'(t) = f'(t)$

4. 单位斜坡信号(图 1-8)

$$R(t) = tu(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ t, & t \geqslant 0 \end{cases}$$

它的延时表示为

$$R(t-t_0) = \begin{cases} 0, & t - t_0 < 0 \\ t - t_0, & t - t_0 \geqslant 0 \end{cases}$$
$$= (t-t_0)u(t-t_0)$$

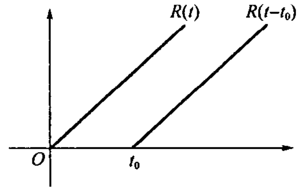


图 1-8　单位斜坡信号

单位斜坡信号与单位阶跃信号的关系有

$$\frac{\mathrm{d}R(t)}{\mathrm{d}t} = u(t), \quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[R(t) + A] = u(t)$$

式中 A 为常数。

$$\int_{-\infty}^{t} u(\tau)\mathrm{d}\tau = tu(t) = R(t)$$

5. 符号函数信号(图 1-9)

$$\mathrm{sgn}(t) = \begin{cases} -1 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$$

它与单位阶跃信号的关系为

$$\mathrm{sgn}(t) = u(t) - u(-t) = 2u(t) - 1$$

它与单位冲激信号的关系为

$$\frac{\mathrm{dsgn}\ (t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[2u(t) - 1] = 2\delta(t)$$

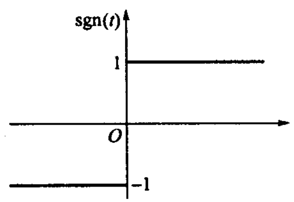


图 1-9　符号函数信号

1.4　信号的分解与运算

1. 信号的分解

(1) 交直流分解

$$f(t) = f_{\mathrm{D}} + f_{\mathrm{A}}(t) \quad (t_1 < t < t_2)$$

$f_D = \dfrac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} f(t)\mathrm{d}t$ 是信号 $f(t)$ 的平均分量,即直流分量;

$f_A(t) = f(t) - f_D$ 是信号 $f(t)$ 的交流分量。

(2) 奇偶分解

$$f(t) = f_e(t) + f_o(t)$$

$f_e(t) = \dfrac{1}{2}[f(t) + f(-t)] = f_e(-t)$,是 $f(t)$ 的偶分量;

$f_o(t) = \dfrac{1}{2}[f(t) - f(-t)] = -f_o(-t)$,是 $f(t)$ 的奇分量。

若 $f(t)$ 为因果信号,即 $f(t) = f(t)u(t)$,则其奇偶分量有以下关系:

$$f_e(t)u(t) = f_o(t)u(t) = \frac{1}{2}f(t)$$

$$f_e(t)u(-t) = -f_o(t)u(-t) = \frac{1}{2}f(-t)$$

或表示为

$$f_e(t) = f_o(t)\mathrm{sgn}(t), \quad f_o(t) = f_e(t)\mathrm{sgn}(t)$$

(3) 冲激分解(脉冲分解)

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)\delta(t-\tau)\mathrm{d}\tau = f(t) * \delta(t)$$

(4) 阶跃分解

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f'(\tau)u(t-\tau)\mathrm{d}\tau = f'(t) * u(t)$$

(5) 虚实分解

$$f(t) = f_r(t) + \mathrm{j}f_i(t) = |f(t)|\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta(t)}, \theta(t) = \tan^{-1}\frac{f_i(t)}{f_r(t)}$$

其共轭:$f^*(t) = f_r(t) - \mathrm{j}f_i(t)$,于是

$f_r(t) = \dfrac{1}{2}[f(t) + f^*(t)], f_i(t) = \dfrac{1}{2\mathrm{j}}[f(t) - f^*(t)]$

$|f(t)|^2 = f(t)\cdot f^*(t) = f_r^2(t) + f_i^2(t)$

(6) 正交分解

$$f(t) = \sum_{r=0}^{n} C_r g_r(t) \quad (t_1 < t < t_2)$$

式中 $\{g_r(t), r = 0,1,2,\cdots\}$ 是 (t_1, t_2) 上的一个正交函数集,即

$$\int_{t_1}^{t_2} g_l(t)\cdot g_m^*(t)\mathrm{d}t = \begin{cases} 0 & l \neq m \\ K_l & l = m \end{cases}$$

式中 C_r 是一关联系数：

$$C_r = \frac{\int_{t_1}^{t_2} f(t) g_r^*(t)\mathrm{d}t}{\int_{t_1}^{t_2} |g_r(t)|^2 \mathrm{d}t}$$

当上式中 $n \to \infty$ 时，正交函数集是完备的正交函数集。常用的完备正交函数集有

① 三角函数集：$\{1, \cos n\Omega t, \sin n\Omega t, n = 1,2,\cdots\}$

② 复指数函数集：$\{e^{jn\Omega t}, n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \cdots\}$

2. 信号的运算

(1) 平移

设信号 $f(t)$，实数 $t_0 > 0$，则 $f(t - t_0)$ 表示 $f(t)$ 沿 t 轴的正方向平移 t_0 后的信号；$f(t + t_0)$ 表示沿 t 轴的负方向平移 t_0 后的信号。

(2) 反褶

设信号 $f(t)$，则 $f(-t)$ 表示以 $t = 0$ 为轴反转后的信号。

(3) 展缩（尺度变换）（图 1-10）

设信号 $f(t)$，a 为一实数，则 $f(at)$ 因 a 取值不同，而表示信号在时间域中的展宽或压缩。

① 当 $0 < a < 1$，则 $f(at)$ 表示将 $f(t)$ 展宽 $\frac{1}{a}$ 倍；

② 当 $a > 1$，则 $f(at)$ 表示将 $f(t)$ 压缩 a 倍；

③ 当 $a < 0$，则 $f(at)$ 表示将 $f(t)$ 以 $t = 0$ 为轴反转并展宽或压缩后的信号。

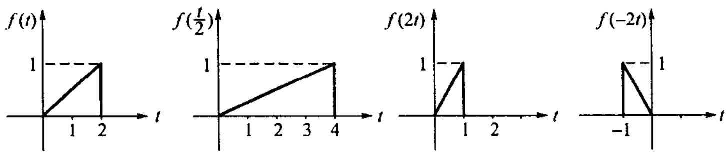


图 1-10　信号的展缩

注意　不管是平移，反褶还是展缩之后，信号依然是以时间 t 为自变量的函数，信号之间还有以下的基本运算：

(1) 相加 $f(t) = f_1(t) + f_2(t)$

(2) 相乘 $f(t) = f_1(t) \cdot f_2(t)$

(3) 数乘 $f(t) = af_1(t)$ a 为常数

(4) 微分 $f(t) = \dfrac{\mathrm{d}f_1(t)}{\mathrm{d}t} = f'_1(t)$

(5) 积分 $f(t) = \int_{-\infty}^{t} f_1(\tau)\mathrm{d}\tau$

(6) 卷积 $f(t) = f_1(t) * f_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau)f_2(t-\tau)\mathrm{d}\tau$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} f_2(\tau)f_1(t-\tau)\mathrm{d}\tau$$

以上积分运算可以表示成 $f_1(t)$ 与 $u(t)$ 的卷积：

$$f(t) = \int_{-\infty}^{t} f_1(\tau)\mathrm{d}\tau = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau)u(t-\tau)\mathrm{d}\tau = f_1(t) * u(t)$$

1.5 系统的分类与表示

1. 系统的分类

按照不同的分类原则，可将系统分成不同的类别。如：连续时间与离散时间系统，线性与非线性系统，时变与时不变系统，因果与非因果系统；还有动态与非动态系统，集总参数与分布参数系统等。这里主要讨论线性时不变(LTI) 系统。

2. 系统的表示 —— 系统模型

(1) 系统方程

① 输入输出方程：一般为一高阶的微分积分方程。方程只反映系统输入与输出间的数学关系。

② 状态方程：为一阶微分方程组。方程不仅给出系统输入与输出间的数学关系，还反映了系统内部状态之间以及与输入之间的数学关系。

(2) 图形

① 电路图：由表示电器元件理想特性的图形符号，以及之间的互连线段表示各器件间物理连接的图形。根据电路图，以及元器件特性和电路的拓扑约束，可以建立系统方程。

② 模拟框图：由一些基本的运算单元如：数乘器，加法器，积分器或延时器等构成的，模拟系统的运算关系的图形。根据系统方程，可以作出系统的模拟框图。

③ 信号流图：由表示变量的节点，带有传输增益的有向线段构成，表示各变量间运算关系的图形。根据系统方程或者模拟框图或者电路图，可以作出系统的信号流图。

1.6　线性时不变系统的基本特性

1. 线性

包括迭加性与均匀性（齐次性）

设 $e_1(t) \longrightarrow \boxed{系统} \longrightarrow r_1(t)$，$e_2(t) \longrightarrow \boxed{系统} \longrightarrow r_2(t)$

迭加性：$e_1(t) + e_2(t) \longrightarrow \boxed{系统} \longrightarrow r_1(t) + r_2(t)$

均匀性：$c_1 e_1(t) \longrightarrow \boxed{系统} \longrightarrow c_1 r_1(t)$，

$c_2 e_2(t) \longrightarrow \boxed{系统} \longrightarrow c_2 r_2(t)$

综合在一起，线性表示为

$$c_1 e_1(t) + c_2 e_2(t) \longrightarrow \boxed{系统} \longrightarrow c_1 r_1(t) + c_2 r_2(t)$$

2. 时不变性

$$e_1(t - t_1) \longrightarrow \boxed{系统} \longrightarrow r_1(t - t_1)$$

综合线性与时不变性可表示为

$$c_1 e_1(t - t_1) + c_2 e_2(t - t_2) \longrightarrow \boxed{系统} \longrightarrow c_1 r_1(t - t_1) + c_2 r_2(t - t_2)$$

由线性与时不变性可以说明线性时不变系统还满足微分性与积分性。

3. 微分性

$$\frac{\mathrm{d}e_1(t)}{\mathrm{d}t} \longrightarrow \boxed{系统} \longrightarrow \frac{\mathrm{d}r_1(t)}{\mathrm{d}t}$$

4. 积分性

$$\int_{-\infty}^{t} e_1(\tau)\mathrm{d}\tau \longrightarrow \boxed{系统} \longrightarrow \int_{-\infty}^{t} r_1(\tau)\mathrm{d}\tau$$

5. 因果性

物理可实现的系统应该满足因果性。所谓因果系统是系统响应不产生于激励作用于系统之前的系统，即当 $t < t_0$，$e(t) = 0$时，必有 $t < t_0$时，$r(t) = 0$成立的系统。

在系统分析时，常用常系数线性微分方程（连续时间系统）或常系数差分方程（离散时间系统）描述线性时不变系统。

● 典型例题 ●

【例 1-1】 绘出下列各信号的波形：

(1)$\sin(\Omega t)\sin(8\Omega t)$　　(2)$\left[1+\frac{1}{2}\sin(\Omega t)\right]\sin(8\Omega t)$

(3)$[1+\sin(\Omega t)]\sin(8\Omega t)$

解　以上信号均是一个振动角频率为 8Ω 的正弦信号，其幅度被一个变化较慢(角频率为 Ω) 的正弦信号所调制。各信号波形如图 1-11。

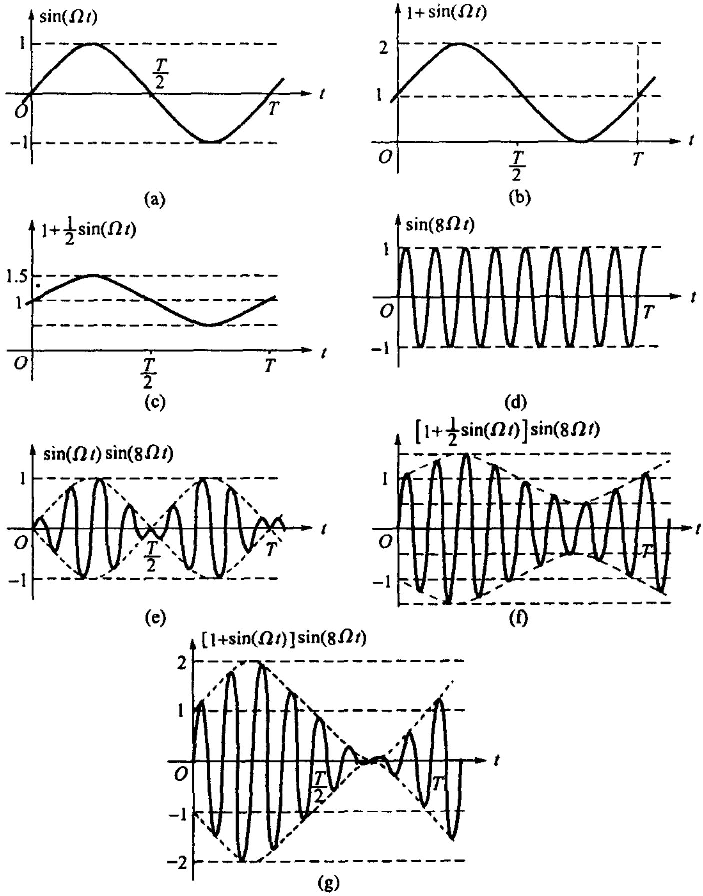


图 1-11