

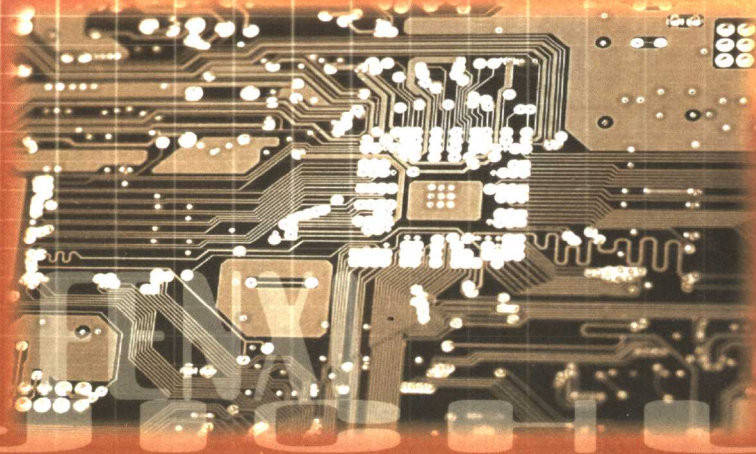
电子信息工程专业本科系列教材

DIANZI XINXI GONGCHENG ZHUANYE BENKE XILIE JIAOCAI

电路分析基础

DIANLU FENXI JICHU

1001101001001001010010110010101010000111101010101001011000100101000
100110100100100101010100101010000111101010101001011000100101000
100110100100100101010101010000111101010101001011000100101000
10011010010010010101010101010000111101010101001011000100101000
10011010010010010101010101010000111101010101001011000100101000



主 编 吴治隆
副主编 王应生
曾文波

重庆大学出版社

电路分析基础

主 编 吴治隆 王应生 曾文波

重庆大学出版社

内 容 简 介

全书内容包括基尔霍夫定律、电路元件、电阻性电路分析、动态电路分析和正弦稳态分析等内容,以电路分析课程的传统内容为主,同时介绍了受控源、运算放大器和简单非线性电阻电路,对基本概念、基本定律和基本分析方法的阐述力求准确。使学生能从不同的角度理解和真正学会运用这些知识。并在节末和章末附有大量思考练习题和习题。本书中一律采用国际单位制和国家统一的图形及文字符号标准。

本书适用电子信息专业本科学生和相关专业的学生使用。

图书在版编目(CIP)数据

电路分析基础/吴治隆主编. —重庆:重庆大学出版社,2004.3

(电子信息工程专业本科系列教材)

ISBN 7-5624-2839-5

I. 电... II. 吴... III. 电路分析—高等学校—教材 IV. TM133

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 014333 号

电路分析基础

主 编 吴治隆 王应生 曾文波

责任编辑:彭 宁 姚正坤 版式设计:彭 宁

责任校对:蓝安梅 责任印制:张立全

*

重庆大学出版社出版发行

出版人:张鸽盛

社址:重庆市沙坪坝正街 174 号重庆大学(A区)内

邮编:400030

电话:(023) 65102378 65105781

传真:(023) 65103686 65105565

网址:<http://www.cqup.com.cn>

邮箱:fxk@cqup.com.cn (市场营销部)

全国新华书店经销

重庆升光电力印务有限公司印刷

*

开本:787×1092 1/16 印张:20.5 字数:511 千

2004 年 4 月第 1 版 2004 年 4 月第 1 次印刷

印数:1—4 000

ISBN 7-5624-2839-5/TM·87 定价:29.00 元

本书如有印刷、装订等质量问题,本社负责调换

版权所有 翻印必究

前言

电工技术广泛应用于现代社会的各个领域,包括工业、农业、国防、科研、第三产业乃至家庭生活,不断涌现的高新技术也无不利用各式各样的电路来完成其复杂任务。发展的趋势显示,社会现代化程度越高,对电工技术的依赖性也越大。社会和技术的进步促进了电路理论这门学科的发展,使之成为当今工程教育的重要基础之一。本书的任务不是讨论各种电路的诸多用途,而是介绍基本电路的一般分析方法。学习这门课程就好像学习一种语言,学习和掌握基本的词汇和语法是至关重要的。我们希望大家要认真去探讨这门学科,在学习中不仅要懂得基本知识,而更重要的是在工作中应不断用更新的知识去分析处理各种实际电路问题。

本书是通信及电子类专业本科系列教材之一,全书讲课约需 72 学时。

全书包括基尔霍夫定律、电路元件、电阻性电路分析、动态电路分析和正弦稳态分析等内容,共分 12 章。带※号的部分作为选学内容。取材以电路分析课程的传统内容为主,同时介绍了受控源、运算放大器和简单非线性电阻电路。对基本概念、基本定律和基本分析方法的阐述力求准确和少而精。为使 学生能从不同的角度理解和真正学会运用这些知识,不惜花较大篇幅列举多种类型的例题,并在节尾和章末附有大量思考练习题和习题。书中一律采用国际单位制和国家统一的图形及文字符号标准。无论内容的选取或是讲述的方法,都在一定程度上反映了西部地方工科院校电路分析课程教学的某些特点和经验,这也许是在这门课程已有众多国家级精品教材的今天,还要编写本书的主要原因。

参加编写本书的有:四川理工学院吴治隆(第 1,2,5 章)、桂林电子工程学院王应生(第 4,6 章)和邓碧玲(第 3 章)、广西大学曾文波(第 7,8,9 章)和西北第二民族学院郑彦平(第 10,11,12 章)。第 3,4,6 章的全部思考与练习题和习题由桂林电子工程学院周茜编写。吴治隆、王应生和曾文波担任主编。

四川理工学院青年教师文字桥、熊兴中和黄芳参与了全书的图文校核,并对内容的修改提出了许多宝贵意见,在这里谨对他们的辛勤付出衷心致谢。

重庆大学出版社对本书的编写和出版给予了通力合作;西部地区许多兄弟院校的同行提供了许多建设性意见和建议;编者所在院校的领导和有关同志给予了强有力的支持和帮助,在此一并表示感谢。

由于编者水平和经验所限,书中的错误和不足在所难免,恳请读者批评指正。

编者
2003 年 7 月

目 录

第1章 基尔霍夫定律	1
1.1 电路和电路模型	1
1.2 电流、电压和功率	3
1.3 基尔霍夫定律	6
习题1	9
第2章 电路元件	12
2.1 电阻元件及欧姆定律	12
2.2 电容元件及其电压电流关系	15
2.3 电感元件及其电压电流关系	19
2.4 电压源和电流源	21
2.5 受控源	24
习题2	25
第3章 线性电阻电路的基本分析方法	31
3.1 支路电流法	31
3.2 网孔分析法	33
3.3 节点分析法	38
3.4 含运算放大器的电阻电路分析	42
习题3	45
第4章 等效变换和电路定理	50
4.1 概述	50
4.2 单口网络的等效概念	51
4.3 电源模型的等效变换	54
4.4 T— Π 变换	58
4.5 叠加定理	61
4.6 替代定理	66
4.7 戴维南定理	67
4.8 诺顿定理	72
4.9 最大功率传输定理	75
4.10 特勒根定理 [*]	77
4.11 互易定理	81

4.12 对偶原理	85
习题4	86
第5章 简单非线性电阻电路	94
5.1 非线性电阻元件	94
5.2 含一个非线性电阻电路的分析	96
5.3 非线性电阻元件的串联和并联	98
5.4 小信号分析	101
习题5	104
第6章 线性动态电路暂态过程的时域分析	106
6.1 动态电路的方程及初始条件	106
6.2 一阶电路的零输入响应	110
6.3 一阶电路的零状态响应	116
6.4 一阶电路的全响应	120
6.5 三要素分析法	124
6.6 一阶电路的阶跃响应	129
6.7 一阶电路的冲激响应*	132
6.8 任意输入下的电路响应——卷积积分*	138
6.9 二阶电路的零输入响应	141
6.10 二阶电路的零状态响应和阶跃响应	147
习题6	149
第7章 正弦稳态电路	157
7.1 正弦信号	157
7.2 正弦量的相量表示	162
7.3 基尔霍夫定律和元件伏安关系的相量形式	168
7.4 阻抗和导纳 相量模型	174
7.5 正弦交流电路的相量分析方法 阻抗的串联与并联	178
7.6 正弦稳态电路的网孔分析法和节点分析法	183
7.7 相量模型的等效电路	185
7.8 正弦稳态功率	187
7.9 三相电路	197
习题7	206
第8章 非正弦周期电流电路	211
8.1 非正弦周期信号及其傅立叶分解	211
8.2 有效值、平均值和平均功率	215
8.3 非正弦周期电路的计算	217
8.4 傅立叶积分*	220

习题 8	222
第 9 章 电路的频率特性	225
9.1 网络函数	225
9.2 简单 RC 电路的频率特性	228
9.3 R,L,C 电路的频率特性 谐振	232
9.4 波特图简介*	241
习题 9	243
第 10 章 耦合元件和耦合电路	246
10.1 耦合电感的伏安特性	246
10.2 耦合电感的串联和并联	249
10.3 含耦合电感电路的分析	253
10.4 耦合电感的去耦等效电路	255
10.5 理想变压器的伏安特性	258
10.6 理想变压器的阻抗变换性质	260
习题 10	263
第 11 章 双口网络	266
11.1 双口的伏安关系及参数	266
11.2 双口的等效电路	275
11.3 具有端接的双口	279
11.4 双口的连接	283
习题 11	288
第 12 章 拉普拉斯变换*	291
12.1 拉普拉斯变换及其基本性质	291
12.2 拉普拉斯反变换、分解定理	294
12.3 运算法分析线性电路	298
习题 12	305
习题参考答案	309
参考书目	318

第 1 章

基尔霍夫定律

内容提要:介绍电路的基本概念,包括电路模型、电流参考方向、电压参考极性和功率、基尔霍夫定律。

1.1 电路和电路模型

实际电路是由电气器件相互连接而成。电气器件泛指市场有售的电路部件,如电阻器、电容器、电感器、变压器、晶体管和电源等等。图 1.1(a)是一个为大家所熟悉的电路,其中电池提供电能,称为电源;灯泡吸收电能发光,称为负载;还有连接导线和开关(控制电路的接通和关断)。电源、负载、连接导线和开关是一般电路都不可缺少的。电气器件的图形符号有统一的国家标准,表 1.1 列举了我国国家标准中部分电气器件的图形符号。图 1.1(b)即为上述实际电路的电气图。

当电路中有电流流经电气器件时就会有电磁效应产生(如电能的损耗,电场能、磁场能的储存或释放),利用电磁效应可以实现电能的转换、输配以及信息的存取和信号的处理。

电路理论是电气、电子工程的基础学科,主要研究电路中发生的电磁效应及其规律。通常采用电荷、磁通、电流和电压这样一些物理量来描述电路中发生的物理过程,其中经常使用到的物理量是器件端子中的电流和端子间的电压。电气器件中的电磁效应是很复杂的,譬如电流流经电阻器,既有热损耗,也同时伴随着有磁场产生;一个电感线圈通过电流时不仅产生磁场和线圈电阻的热损耗,同时线匝之间还有电场产生。因此,对实际电路的分析是很困难的。为了便于分析,在一定条件下,人们常把实际器件理想化,忽略其次要效应,用一个表征其主要性能的抽象化元件或元件组合来表示,称为器件的模型。譬如一个电阻器在一般情况下其热效应是主要的,忽略其磁效应,可当成一个理想电阻元件;如果其磁效应不能忽略,这时可用一个电阻元件与电感元件的串联组合作为模型。一个电路器件采用什么样的模型(建模)与应用条件有关,建模问题不属于本书范围。今后为区别起见,把电气器件简称为器件,而把理想化的电路元件简称为元件。电路元件具有确定的电磁性质和精确的数学定义。实际电路中,器件代之以相应的元件或元件组合,连接导线代之以理想导线(电阻为零),便得到相应的电路模型。电路理论研究的不是实际电路,而是电路模型,并简称为电路。电路中的元件包括:

二端元件,如电阻、电感、电容;三端元件,如运算放大器;四端元件,如变压器等。具有3个以上端钮的元件称为多端元件。

图1.1(a)所示实际电路的模型如图1.1(c)所示,其中:电阻元件 R 表示负载(灯泡);电压源 U_s 和电阻 R_s 的串联组合表示电源(干电池)。当 R_s 远小于 R 时,电源可只用 U_s 模拟;连接导线用理想导线(线段)表示。

表 1.1 部分电气图用图形符号
(根据国家标准 GB 4728)

名 称	符 号	名 称	符 号	名 称	符 号
导线		传声器		可变电阻器	
联结的导线		扬声器		非线性电阻	
接地		二极管		电容器	
接机壳		稳压二极管		电感	
开关		隧道二极管		变压器	
熔断器		晶体管		铁心变压器	
灯		电池		直流发电机	
伏特表		电阻器		直流电动机	

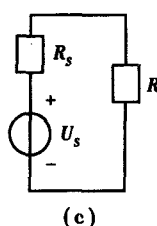
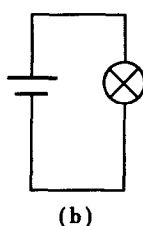
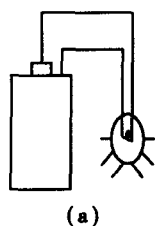


图 1.1 实际电路及其电气图和模型

电路理论的任务在于通过对电路中电磁效应的研究,预测电路的性状,改进电路设计,进而改善其性能和降低成本。它的内容包括电路分析和电路综合(设计)两个方面,分析是综合的基础。本书作为电路分析的入门,主要介绍电路的基本概念、基本定律和基本计算方法。这些基本知识无论对学习后续课程还是分析解决实际工程技术问题都是重要的基础。

[思考与练习]

建立模型的研究方法是否适用于其他学科? 能举例说明吗?

1.2 电流、电压和功率

在电路中,十分重要的物理现象是电荷的运动,而电荷有规则地移动便形成电流。我们把单位时间内通过导体横截面的电荷量定义为电流强度,简称电流,用符号 i 表示,于是

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (1.1)$$

其中, q 表示电荷量, t 表示时间,它们在国际单位制(SI)中的基本单位分别为库(仑),单位符号为 C,秒,单位符号为 s;电流的基本单位为安(培),单位符号为 A,其量纲是

$$[A] = [C][s]^{-1} \quad \text{即} \quad [\text{安}] = [\text{库}][\text{秒}]^{-1}$$

习惯上把正电荷运动的方向规定为电流的方向,如图 1.2 所示,图中正方形方框泛指元件,虚线箭头表示电流方向。负电荷从 B 移动到 A 与正电荷从 A 移动到 B 是等效的。

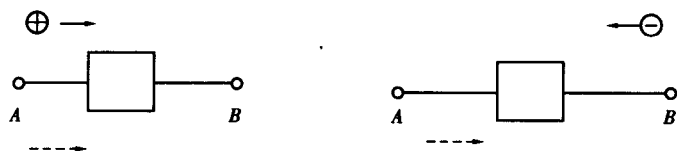


图 1.2 电流方向

由于电荷有正、负之分,电荷在导体中的运动又有两种可能的方向,而且运动方向还可能随时间而改变。因此,电流方向的表达是一个值得重视的问题。事实上,在许多场合往往难以预先确定电流的真实方向,而在电流方向随时间变化时,也难以确定电流的真实方向,于是引用参考方向的概念来解决这一困难。所谓电流的参

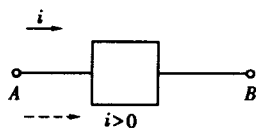


图 1.3 电流的参考方向

考方向,就是假定的电流方向,如图 1.3 所示,选择其中一个方向作为电流的方向,这个方向叫做电流的参考方向(图中用实线箭头表示)。参考方向不一定就是真实方向(图中用虚线箭头表示)。在选定的参考方向下,电流是一个代数量,电流为正值($i > 0$)时,参考方向与真实方向一致;反之,电流为负值($i < 0$)时,参考方向与真实方向相反。可见,在标定参考方向后,电流值的正或负就能反映出电流的真实方向。在电路分析中,重要的不是真实方向,而是参考方向,故常常把参考方向简称为方向。

在电路中,电流的参考方向是任意选定的,一般用箭头(标在连线上或连线旁)表示;也可以用双下标表示;如 i_{AB} 表示参考方向从 A 指向 B 。显然

$$i_{AB} = -i_{BA} \quad (1.2)$$

【例 1.1】从某元件 A 端流向 B 端的电荷 $q = 5t \sin 4\pi t$ mA,求 $t = 0.5$ s 时电流 i_{AB} 的值。

$$\text{解} \quad i_{AB} = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(5t \sin 4\pi t) \text{ mA} = (5 \sin 4\pi t + 20\pi t \cos 4\pi t) \text{ mA}$$

$t = 0.5$ s 时

$$i_{AB} = (5 \sin 2\pi + 10\pi \cos 2\pi) \text{ mA} = 31.42 \text{ mA}$$

【例 1.2】某元件在 $t = 1 \sim 2$ s 期间的电流 $i = (3t^2 - t)$ A,求在此期间流过该元件的电荷

q 。

$$\text{解 } q = \int_1^2 i dt = \int_1^2 (3t^2 - t) dt = \left(t^3 - \frac{t^2}{2} \right) \Big|_1^2 = 5.5 \text{ C}$$

电路中电流的存在伴随着能量的转换,电压(电压降的简称)或电位差就是用来描述电路这一特性的物理量。电路中任意两点 A, B 间的电压被定义为:单位正电荷从 A 点移动到 B 点时所失去的能量,用符号 u 表示

$$u = \frac{dE}{dq} \quad (1.3)$$

其中, E 表示能量,单位为焦(耳),单位符号为 J ; q 表示电荷量,单位为库(仑),单位符号为 C ;电压的基本单位为伏(特),单位符号为 V 。当 $u > 0$ 时,就认定 A 点为高电位点(正极性点)并标以“+”号, B 点为低电位点(负极性点)并标以“-”号。电压(降)的方向规定为从“+”极性点指向“-”极性点。如同讨论电流的方向一样,也引用参考极性或参考方向的概念,电压的参考极性或参考方向就是假定的电压极性或电压方向,如图 1.4 所示。图中方框代表元件或一段电路,实线箭头表示电压参考方向,虚线箭头表示电压真实方向。在选定的参考极性(或方向)下,电压为正值($u > 0$)时,参考极性(或方向)与真实极性(或方向)一致;反之,电压为负值($u < 0$)时,参考极性(或方向)与真实极性(或方向)相反。因此,根据参考极性(或方向)和电压值的正、负完全可以确定电压的真实极性(或方向)。

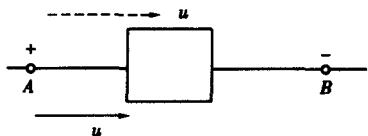


图 1.4 电压参考极性

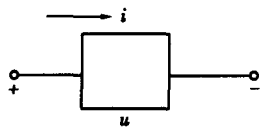


图 1.5 关联参考方向

电压参考极性或参考方向的设定是任意的。一般,参考正、负极性用“+”、“-”号表示,参考方向用实线箭头或双下标表示,如图 1.4 所示, u_{AB} 表示 A 为正极性点, B 为负极性点,参考方向由 A 指向 B 。显然

$$u_{AB} = -u_{BA} \quad (1.4)$$

【例 1.3】如图 1.4 所示元件, $I_{AB} = 2 \text{ A}$, 在 $\Delta t = 10 \text{ s}$ 时间内元件耗能 $\Delta E = 2.3 \text{ kJ}$, 求电压 u 。

解 流过元件的电荷量

$$\Delta q = I \Delta t = 2 \text{ A} \times 10 \text{ s} = 20 \text{ C}$$

$$U = \frac{\Delta E}{\Delta q} = \frac{2.3 \times 10^3 \text{ J}}{20 \text{ C}} = 115 \text{ V}$$

电压和电流的参考方向又称为正方向。对于一个元件或一段电路来说,其电压、电流的参考方向可以彼此独立地任意设定。如果电流的参考方向设定为从电压参考“+”极指向“-”极,即电流方向与电压方向一致,则把这种参考方向称为关联参考方向,如图 1.5 所示;否则,称为非关联参考方向。在关联参考方向的设定下,电压或电流的参考方向只标示其中一个即可。

在设定的参考方向下,电压和电流可以用函数式表示,譬如随时间按正弦规律变化的电流可以表示成

$$i(t) = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t$$

上述电流还可以表示成图 1.6 所示曲线,称为波形图。

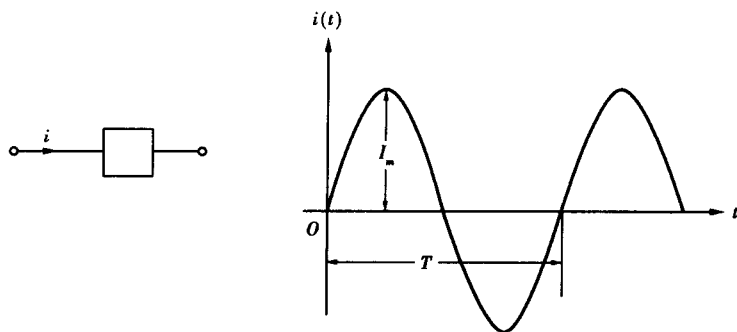


图 1.6 波形图

大小和方向不随时间变化的电流和电压,称为恒定电流和恒定电压,亦称为直流电流和直流电压,用 I 和 U 表示。大小和方向随时间变化的电流和电压称为时变电流和时变电压,任意时刻 t 的电流和电压用 $i(t)$ 和 $u(t)$ 表示,往往也可简写为 i 和 u 。

现在讨论电路中能量转换的速率即功率的计算,功率用符号 p 表示

$$p(t) = \frac{dE(t)}{dt} \quad (1.5)$$

式中, $E(t)$ 表示能量或功。

在图 1.7 中,方框泛指元件。在电压、电流关联参考方向下,意味着正电荷从电压的“+”极流经元件到“-”极,电荷失去能量而元件获得能量。因为电压 u 表示单位正电荷从“+”极流向“-”极失去能量,电流 i 表示单位时间内流经元件的正电荷量,所以,二者的乘积就代表元件吸收的功率

$$p(t) = u(t)i(t) \quad (1.6)$$

在国际单位制中,电压的单位是伏(V),电流的单位是安(A),功率的单位是瓦(特),单位符号为 W。



图 1.7 功率

在式(1.6)中,当 $p > 0$ 时,元件吸收(或消耗)功率; $p < 0$ 时,元件实际上产生(或提供)功率。图 1.7(a)中 p 的箭头指向元件,表示元件吸收功率。

如果电压、电流的参考方向相反,如图 1.7(b)所示,意味着正电荷从电压“-”极经过元件流向“+”极,这时电荷从元件获得能量。于是,式(1.6)中的 p 就代表元件产生的功率。当 $p > 0$ 时,元件产生功率; $p < 0$ 时,元件实际上吸收功率。图中 p 的箭头表示元件产生功率。可见,电路中任一元件的功率等于该元件电压、电流的乘积,元件实际上是吸收功率或是产生功率,可由电压、电流参考方向是否关联和功率值的正或负来确定。

在图 1.7(a)所示的参考方向下, $t_0 \sim t$ 的时间内,该元件所吸收的能量为

$$E(t_0, t) = \int_{t_0}^t p(\xi) dt = \int_{t_0}^t U(\xi) I(\xi) dt \quad (1.7)$$

以上关于一个元件的功率和能量的讨论,适用于任何一段电路。

[例 1.4] (1)在图 1.7(a)中, $u = 5 \text{ V}$, 分别求出电流为 2 A 和 -1 A 时元件的功率;
(2)图 1.7(b)中, 已知 $U = 4 \text{ V}$, 元件吸收的功率为 8 W , 求电流。

解

(1)图中已设定的电压、电流参考方向一致,故

$$I = 2 \text{ A 时} \quad P = UI = 5 \text{ V} \times 2 \text{ A} = 10 \text{ W} \quad (\text{吸收})$$

$$I = -1 \text{ A 时} \quad P = UI = 5 \text{ V} \times (-1 \text{ A}) = -5 \text{ W} \quad (\text{实际产生 } 5 \text{ W})$$

(2)图中已设定电压、电流参考方向相反;元件吸收 8 W 的功率相当于产生 -8 W 的功率,因

$$P = UI \quad \text{即,} \quad -8 \text{ W} = 4 \text{ V}$$

故

$$I = -2 \text{ A}$$

负号表明电流的实际方向与参考方向相反。

[例 1.5] 在关联方向下,某元件的电流 $I = 5\cos 60\pi t \text{ A}$, 电压 $U = 3I$, 求 $t = 3 \text{ ms}$ 时的功率。

解

$$U = 3I = 3 \times 5\cos 60\pi t = 15\cos 60\pi t \text{ V}$$

$$p = UI = 15\cos 60\pi t \times 5\cos 60\pi t \text{ W} = 75\cos^2 60\pi t \text{ W}$$

$t = 3 \text{ ms}$ 时

$$p = 75\cos^2 60\pi \times 3 \times 10^{-3} \text{ W} = 53.48 \text{ W} \quad (\text{吸收})$$

在讨论电流、电压和功率的过程中,引入的“参考方向”在电路分析中起着重要的作用。在分析电路时,必须先设定各电压、电流的参考方向。

[思考与练习]

(1)怎样根据参考极性和电压值确定该电压的实际极性?

(2)为什么计算功率必须用正负号约定来确定?

(3)被灯泡吸收的电能不能转换成何种形式的能? 正在充电的蓄电池、扬声器和马达吸收的电能不能转换成何种形式的能?

1.3 基尔霍夫定律

由集总元件通过理想导线连接而成的系统,称为电路或网络。在图 1.8 所示电路中,方框表示二端元件,箭头表示各元件电压、电流关联参考方向。通常把电路中的每一个二端元件称为一条支路,而把支路的连接点称为节点。图示电路共有 8 条支路、5 个节点。显然,任一支路接于两节点之间,而任一节点是两条或两条以上支路的连接点。通过同一电流的一段电路往往可视为一条支路,如图 1.8 中元件 1,5 串联成为一条支路,此时就不再把连接点 5 当成一个节点。另外,从某一节点出发,沿着支路经过其他节点再返回原节点的路径称为回路。如图中支路(1,5,6,7,8)形成了一个回路。回路除了用一组支路来表示以外,还可用相应的闭合

节点序列表示,上述回路就可以表示成闭合节点序列(1,5,2,4,3,1)。其他支路集(6,2,7)、(4,7,8)和相应的闭合节点序列(2,3,4,2)、(1,4,3,1)均为回路。

电路中任一支路的电压、电流,要受元件连接特性的约束,反映这一约束的正是基尔霍夫定律,包括电流定律和电压定律。

基尔霍夫电流定律(kirchhoff's current law,即KCL):在集总电路中,任一时刻任一节点处各支路电流代数和恒为零。其数学表达式为

$$\sum i(t) = 0 \quad (1.8)$$

式中 $i(t)$ 为接于该节点的支路电流。在列写该式时,对于流出节点的电流和流入节点的电流前面应取相反的符号,譬如,若流出的取“+”号,则流入的取“-”号。而电流是流出节点还是流入节点,均应根据电流的参考方向来判断。

将KCL应用于图1.8中的节点1,根据这些支路的电流参考方向,有

$$i_1 - i_3 + i_4 - i_8 = 0$$

或

$$i_1 + i_4 = i_3 + i_8$$

此式表明:任一时刻,流出任一节点的支路电流等于流入该节点的支路电流。

同理,对图1.8中节点4,由KCL得

$$-i_4 - i_6 + i_7 = 0$$

或

$$i_4 + i_6 = i_7$$

KCL是对节点处各支路电流所加的线性约束,与各支路元件性质无关。譬如,在上述节点4的3个支路电流中,若已知 $i_4 = 2\text{ A}$, $i_6 = -3\text{ A}$,则根据KCL方程,剩下的一个支路电流 i_7 随之而定: $i_7 = i_4 + i_6 = 2\text{ A} + (-3\text{ A}) = -1\text{ A}$,负号表示 i_7 的参数方向与实际方向相反。

KCL对电路中任一封闭面也成立,即任一时刻,流入电路中任一封闭面的电流等于流出该封闭面的电流。如对图1.8中虚线所示封闭面有

$$i_2 + i_4 + i_6 = i_3 + i_8$$

或

$$-i_2 + i_3 - i_4 - i_6 + i_8 = 0$$

即

$$\sum i(t) = 0$$

KCL体现了电流连续,它的本质是电荷守恒。

基尔霍夫电压定律(kirchhoff's voltage law,即KVL):在集总电路中,任一时刻,任一回路中各支路电压代数和为零。其数学表达式为

$$\sum u(t) = 0 \quad (1.9)$$

式中, $u(t)$ 为该回路中的支路电压。

在列写式(1.9)时,先给回路任意指定一个绕行(顺时针或逆时针)方向,电压参考方向与

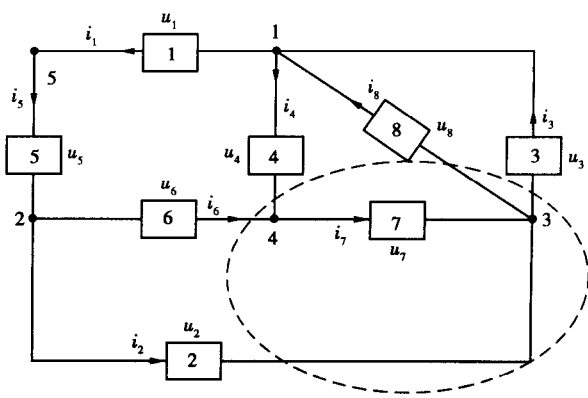


图 1.8 支路、节点和回路

回路绕行方向一致时, u 前置“+”号;反之,电压参考方向与绕行方向相反时, u 前置“-”号。例如,对图 1.8 中支路集(1,5,6,4)所代表的回路,选逆时针方向为回路绕行方向,在所示支路电压方向下由 KVL 有

$$u_1 + u_5 + u_6 - u_4 = 0$$

若式中任意 3 个电压已给定,剩下的一个电压便随之而定,不能随便取值。若取闭合节点序列为回路,节点顺序就表示了回路绕行方向,上述回路的绕向与闭合节点序列(1,5,2,4,1)所表达的回路绕向相同。当闭合节点序列不形成回路时,如闭合节点序列(5,2,4,5)中节点 5 和节点 4 之间没有支路,这时,可以认为节点 5、4 之间有一条处于开路状态的支路,其电压为 u_{54} ,与支路 5,6 构成一个所谓的假想回路,应用 KVL 于该回路

$$u_5 + u_6 - u_{54} = 0$$

或

$$u_{54} = u_5 + u_6$$

同样,取闭合节点序列(4,1,5,4)为回路,由 KVL 得

$$u_{54} - u_4 + u_1 = 0$$

或

$$u_{54} = -u_1 + u_4$$

上述结果表明, $u_5 + u_6 = -u_1 + u_4$,即节点 5、4 之间的电压沿路径支路 5,6 和沿路径支路 1,4 所得结果相同,即电路中任意两点间的电压为单值,与路径无关。因此,电路中任意两点间的电压,等于沿该两点之间任一路径各支路电压的代数和。例如节点 5 与节点 3 之间的电压 u_{53} ,沿支路 1,3 时, $u_{53} = u_{51} + u_{13} = -u_1 - u_3$;沿支路 5,2 时, $u_{53} = u_{52} + u_{23} = u_5 + u_2$ 。KVL 是电压单值性的体现,其实质是能量守恒。

综上所述,KCL 是对节点处支路电流的约束,KVL 是对回路中支路电压的约束,与元件性质无关。它是集总电路连接属性的反映,故称为电路的连接约束或“拓扑”约束。

【例 1.6】如图 1.9 所示电路,已知电流 $I_1 = 7\text{ A}$, $I_5 = 2\text{ A}$, $I_6 = 6\text{ A}$,求电流 I_2 , I_3 和 I_4 。

解 KCL 用于节点 2,可得

$$I_3 = I_1 - I_5 = 7\text{ A} - 2\text{ A} = 5\text{ A}$$

同理,由节点 3 可得

$$I_4 = -I_5 + I_6 = -2\text{ A} + 6\text{ A} = 4\text{ A}$$

由节点 1 可得

$$I_2 = -I_1 - I_4 = -7\text{ A} - 4\text{ A} = -11\text{ A}$$

或从节点 4 也可得到

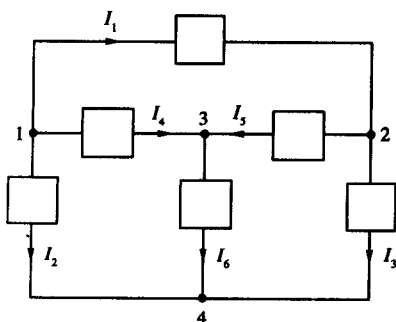


图 1.9

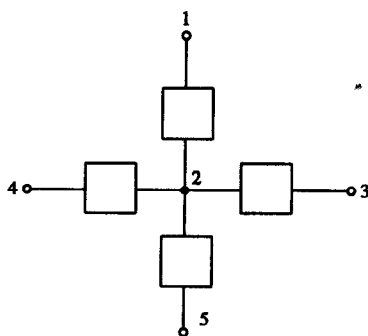


图 1.10

$$I_2 = -I_3 - I_6 = -5 \text{ A} - 6 \text{ A} = -11 \text{ A}$$

[例 1.7] 在图 1.10 所示电路中, 已知电压 $U_{12} = 10 \text{ V}$, $U_{23} = 5 \text{ V}$, $U_{34} = 8 \text{ V}$, $U_{45} = -2 \text{ V}$, 求电压 U_{13} , U_{35} , U_{15} , U_{25} , U_{24} 和 U_{14} 。

解 KVL 用于节点序列(1,2,3,1)可得

$$U_{13} = U_{12} + U_{23} = 10 \text{ V} + 5 \text{ V} = 15 \text{ V}$$

同理, 由节点序列(3,4,5,3)得

$$U_{35} = U_{34} + U_{45} = 8 \text{ V} - 2 \text{ V} = 6 \text{ V}$$

由节点序列(1,5,3,1)得

$$U_{15} = U_{13} + U_{35} = 15 \text{ V} + 6 \text{ V} = 21 \text{ V}$$

由节点序列(2,3,5,2)得

$$U_{25} = U_{23} + U_{35} = 5 \text{ V} + 6 \text{ V} = 11 \text{ V}$$

由节点序列(2,5,4,2)得

$$U_{24} = U_{25} + U_{54} = 11 \text{ V} + 2 \text{ V} = 13 \text{ V}$$

由节点序列(1,5,4,1)得

$$U_{14} = U_{15} + U_{54} = 21 \text{ V} + 2 \text{ V} = 23 \text{ V}$$

上述各电压可选取不同的路径来求, 但所得结果都是相同的。

[思考与练习]

(1) 基尔霍夫定律是针对任何时刻或是任何时间段而言的吗?

(2) 在电路中与任一节点相联的各支路电流的方向不能均设为流向节点, 否则将只有流入节点的电流而无流出节点的电流, 这种说法对吗?

习题 1

1.1 已知某元件有电荷 $q(t)$ 流过, 求该元件沿电荷流动方向的电流 $i(t)$:

(1) $q(t) = (t+2) \text{ mC}$

(2) $q(t) = (5t^2 + 4t - 3) \text{ C}$

(3) $q(t) = 10e^{-4t} \text{ pC}$

(4) $q(t) = 20\cos 50\pi t \text{ nC}$

(5) $q(t) = 5e^{-2t}\sin 100t \text{ } \mu\text{C}$

1.2 已知某元件的电流 $i(t) = e^{-2t} \text{ A}$, 求在 $t=0 \sim 2 \text{ s}$ 期间流过元件的电荷总量 q 。

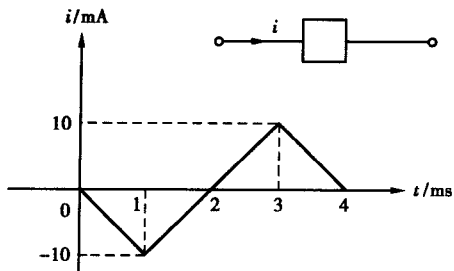


图 1.11