B高等学校教材

工程软件基础

（机械工程三维CAD/CAE/CAM基础）

肖世德　熊鹰　王小强　编

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

高等学校教材

工程软件基础

（机械工程三维CAD/CAE/CAM基础）

肖世德　熊　鹰　王小强　编
许明恒　主审

机械工业出版社

工程软件是帮助工程设计技术人员解决实际工程设计与分析问题的软件。随着中国的经济起飞，对于工程软件人才需求是越来越迫切。以三维CAD/CAE/CAM软件为代表的工程软件，作为机电产品制造业信息化的核心技术，对于提高产品设计、分析、制造的质量与效率具有关键作用。

本书基于微机化平台，以工程问题数值算法和数字化图形技术为理论基础，以AutoCAD/Solid Edge/ANSYS/MasterCAM软件平台为应用引导，立足编撰一本精练的融会贯通的工程软件基础教材，引导学生掌握工程软件的理论基础知识，掌握主流CAD/CAE/CAM软件基本应用技能和开发技能。

本书不仅适合工程软件、机械工程、土木工程等本科、专科学生选用作为参考教材，而且可作为相关工程设计技术人员知识更新培训教材。

图书在版编目（CIP）数据

工程软件基础：机械工程三维CAD/CAE/CAM基础/肖世德等编. —北京：机械工业出版社，2004.8
高等学校教材
ISBN 7-111-14605-0

Ⅰ.工… Ⅱ.肖… Ⅲ.①机械设计：计算机辅助设计-应用软件，CAD-高等学校-教材②机械制造：计算机辅助制造-应用软件，CAM-高等学校-教材③机械设计-计算机辅助实验-应用软件，CAE-高等学校-教材 Ⅳ.TH122

中国版本图书馆CIP数据核字（2004）第052586号

机械工业出版社（北京市百万庄大街22号 邮政编码100037）
责任编辑：高文龙 版式设计：冉晓华 责任校对：姚培新
封面设计：陈 沛 责任印制：闫 焱
北京京丰印刷厂印刷 · 新华书店北京发行所发行
2004年7月第1版 · 第1次印刷
787mm×1092mm 1/16 · 11.25印张 · 275千字
定价：17.00元

前　　言

工程软件，顾名思义指适用于工程领域，帮助工程设计技术人员解决实际工程设计、分析问题的软件。大规模工程问题的设计与分析软件现在已经成为衡量一个国家技术水平的标志之一。中国制造业在普及二维 CAD 技术以后，迫切需要掌握三维 CAD/CAE/CAM 集成技术的优秀人才。三维 CAD/CAE/CAM 作为制造业信息化的核心技术，对于提高产品设计、分析、制造的质量与效率具有关键作用。在机械、土木、交通工程设计软件和民用产品设计软件、广告设计软件中，数值分析技术和数字化图形技术发挥着举足轻重的作用。

本书基于微机化平台，以工程问题数值算法和数字化图形技术为理论基础，以 AutoCAD/Solid Edge/ANSYS/MasterCAM 软件平台为应用引导，融会贯通工程软件基础通用知识，引导学生掌握工程软件的理论基础知识，掌握主流 CAD/CAE/CAM 基本应用技能和开发技能。本书共分八章:

第 1 章 工程软件概述。介绍数字图形技术的简要历史，指出工程软件的价值在于彻底地把工程设计分析人员从烦琐的数值分析和图样绘制脑力劳动中解放出来。介绍了工程模型的主要分类。

第 2 章 工程软件算法基础。介绍线性方程组与非线性方程组求根问题、特征值问题、最优化问题、微积分问题、初值边值问题和非数值问题及其代表性数值算法，如 GAUSS 消元法、牛顿迭代法、复合形法、欧拉法等。附带 MATLAB 示范程序。

第 3 章 工程软件数字图形学基础。指出 CAD 本质在于实现计算机内数字信息与外界几何可视化信息相互变换。介绍了有关数字图形的数据结构、表达方法、几何变换和显示处理基本算法。

第 4 章 AutoCAD 应用基础。介绍 AutoCAD 二维、三维标准图元构筑，ZOOM 视觉变换和 UCS 坐标变换，布尔模型构筑。

第 5 章 Solid E dge 应用基础。介绍 Solid Edge 三维基本体素的构筑，特征建模方法，装配模型。

第 6 章 ANSYS 应用基础。介绍有限元分析的基本思路，ANSYS 实现单元、节点、网格划分、约束和载荷施加、求解与结果观察基本分析过程。

第 7 章 MasterCAM 应用基础。介绍了机械加工环境设置，CNC 计算机数控加工仿真和 NC 代码生成。

第 8 章 OpenGL 开发基础。介绍在 VC 软件平台上，利用 OpenGL 函数库进行数字图形应用开发的基本流程。

本书第一、二、三章由肖世德编写，第四、六、七章由熊鹰编写，第五、八章由王小强编写。全书由肖世德负责统稿。本教材由许明恒教授主审。黄慧萍同志在文字、图形整理方面作了不少工作。限于编著者水平有限，这本教材一定存在不少缺点和错误，敬请批评指正。

联系电话：(028)87601967　　　电子邮件：sdxiao@home.swjtu.edu.cn

肖世德

于西南交通大学东园

目　录

第一章　工程软件概述

追求数学形式简洁完美，探求大自然奥妙是科学发展的动力，是科学发现的源泉。对比之下，技术发明的动力则似乎是人类“好逸恶劳”的趋向。

人类从屈服自然、了解自然、征服自然、改造自然到融入自然，走过了漫长的岁月。原始社会的居民面临自然界威胁，神秘的自然力崇拜由此而生。大约在中国炎帝黄帝时代，文明第一次爆发，人类学习掌握了家庭养殖、植物耕作技术，饮食得到了保证。学会人工取火，制造车轮和木船，发明房屋、纺织，青铜，铁器，天文，历法，文字，水利，人类获得第一次大解放—免除饥饿。利用了畜力、风力、浮力，减少摩擦力，文明传承有了语言文字载体，人类社会从狩猎时代进入农牧时代，持续了几千年。

在第一次文明发展时期，东方远远超出西方，中国成为超级大国，主宰东亚，出现汉唐元清盛世。从科学技术的角度分析原因，在于东方比西方早出几百、几千年有了四大发明，秦始皇在中央集权体制组织下可以统一文字，修建水利、道路、大运河、长城等大工程。中华文明区域从黄河核心区域扩张到汉、唐、明、清和今日中国版图，最盛时代为元亚洲帝国疆域。以儒教文明立国的中国一直没有消亡，对比西方的罗马帝国、波斯帝国、奥斯曼帝国则一个个灭迹了。儒教农业文明是以天人合一、循环论、算法思维为表征的。

宋元时代东方四大文明传入西方，0~9 位阿拉伯记数符号体系与古希腊罗马演绎科学体系结合，唤醒了西方希腊罗马文明，科学战胜了神权，日心说代替地心说，开创了牛顿时代。西方科技的精密演绎实证体系超越东方科技的直观经验算法体系，经过百多年科学沉淀，以 1784 年瓦特蒸汽机发明为标志，人类迎来第二次大解放——解除体力劳动，文明第二次大爆发。欧洲的英国成为世界的主宰，从技术角度出发分析原因，应归功于工业文明，轮船、火车、汽车、飞机彻底改变了有形物体运输速度和运输方式，蒸汽机、内燃机、电动机的问世使人类获得超出风力、浮力、畜力多少倍的化学力（矿物燃料）和水力，其本源来自太阳能。电磁波的发现使得人类跨入电信时代，无形信息传输有了光速的翅膀，电报、电话、电传、电视代替农业文明的烽火台、邮驿系统，西方文明殖民全球，武力征服。这个工业文明以 1910 大英日不落帝国为发展顶点，随两次世界大战而衰落。

科技大跨越，人类在解放体力的同时，换来艰辛的脑力劳动，微积分用于工程设计带来海量数值计算。人类似乎摆脱了大地的束缚，可以上天入地下海，却带来了大脑不自由。

在人类追求脑力计算解放的过程中，西方的解析体系和东方的算法体系优势互补，终于结下今日信息时代之果。发源东方的八卦和算盘启发西方莱布尼兹和帕斯卡发明二进制、机械计算器。二极管、三极管的发明奠定计算机物质储备，巴白奇差分机、维纳控制论、冯偌依曼的顺序存储计算机体系结构理论于 1945 年催生第一台 ENIAC 电子计算机，宣告人类开始第三次大解放——解放脑力劳动，文明第三次大爆发。风水轮流转，原先位于地球偏僻角落的美国，由于大洋环绕，免除两次世界大战威胁，反而大发战争财，跃进成为世界超级大国。如果说工业时代是英国时代，是以模拟技术、大工业生产、纸张媒介有形物质流动为特征，那么信息时代则是美国时代，是以数字技术、无形信息流动、个性化制造享受为特征。

知识在爆炸，技术在革命，文明在短命。中国处在超级大国地位几千年，英国处在超级大国地位几百年，美国处在超级大国地位仅仅几十年，2001 年 9 月 11 日恐怖袭击宣布，以原子弹、卫星、经济征服、文化影响、制造小国为特征的美国信息文明开始衰落。

现在我们身处信息时代，那么未来的第四次人类大解放，文明大爆发在那里，未来的超级大国在哪里。人类解除了饥饿、体力、脑力约束以后，还需要解除什么约束呢?

人类幻想穿越时空局限，让时间倒流、摆脱空间引力约束，在感受宏观世界以外能感受微观世界和宇观世界，能在固体、液体、气体、真空中自由穿行运输。基因技术、克隆技术已经掀起生物时代的曙光，长生不老没有疾病威胁，能量型智能机器人发明也许不在是梦。虚拟现实技术昭示虚幻的时空也许可以再现。超越光速的旅行，反物质与正物质结合获得无限的能源动力，也许可能存在。

现代科技使得人类已经从单调的局部的活动区域走到地球之外，从单一纸张媒介静止文字记录走向电磁媒介动态多媒体记录，从个体的读书看报听故事获取知识信息走向群体的网络的跨越地理隔绝获取信息。

第一节 数字图形技术是工程软件的基础

图形符号是人类共同语言，图画/示意符号是没有国界的。语言在一定意义上可看作一群人的图符。工程图样是工程界的“世界通行语言”，人类生活处处离不开图形图象的存在，电影电视书报都是图形化信息。

人类利用五官来感受世界，实现与外界沟通，获得信息，并反作用于外界，实现智慧与经验的传承。生物自然选择进化的后果使得人类依靠视觉通道获得信息占据了优势主宰地位，人类主要通过视觉来获得外界的信息和理解外界的信息，俗语“宁当哑巴，不做瞎子”。人的长处是擅长直观形象思维，一幅图胜过万语千言，计算机擅长的是“数值运算”，高速准确和没有遗忘。计算机绘图实质上是实现外在直观图形与内在数字化图形的相互表达。同样一个公式，一个算法流程，一个三视图，一本文章描述，要读懂、明白并使用，需要几十年的学习积累，知识的获取可以依靠专家，知识的使用发挥威力则需要大众。即使是一个专家面对自己熟悉的领域，面对数字、数值、符号的海洋，要分析归纳抽象总结出规律也是一件苦难的差事。

工程软件的本质是实现外部的具有真实感的图形图象信息、文字信息、公式符号模型信息在计算机内部做数字化处理（满足数学、物理、化学、图形学规律）并传输在异地再现。表面上工程软件不过是解决工程问题的计算机程序集合，本质上工程软件的设计、实现、使用，则沉淀了千百年的优秀科技人员智慧的结晶。工程软件研制和应用开发，他的过去和未来都需要站在科技巨人的肩膀上。

计算机数字绘图技术出现，彻底完美地实现了数与形的有机统一，解析建模、过程建模等抽象思维工具获得图形建模直观思维工具的配合，使得工程软件走出象牙宝塔，实现了工程问题求解的傻瓜化、非专业化，从根本上改变了传统的工程用制图方法、设计方法、分析方法、仿真方法、制造方法、艺术方法和思考模式，改变了科技人员的工作环境和工作习惯，使得工程设计人员第一次从繁琐的“爬图板”工作中解放出来，可以从事创造性的设计工作。

在二维工程制图中，核心工作是如何依据几何学和制图学的基本知识，依据图形特性和尺寸计算绘图需要的关节点坐标，然后按照线段、圆弧、圆、曲线、文字等图元绘制命令一个个单独绘图。这些图元之间的拓扑关系（相连、重合、相切、平行、垂直、长对正、高平齐、宽相等）等依据坐标计算和捕捉来保证。绘图的中心是单一图元的点坐标计算。

现实的世界和物体（零件、机器）是三维的，采用图纸制图是因为缺少强有力的表达工具。计算机二维绘图解放了二维制图中重复繁杂性的工作，但是工作模式和思维方式仍然是图板化的工作。对于设计师来言，在他头脑中构思的三维物体仍然需要通过制图学理论转化为三视图等形式。阅读他人图纸，与他人交流仍然需要在大脑中重构三维图形，这两次转换对于设计师的大脑是一种负担，计算机绘图只有从二维层次上升到三维层次，CAD才能真正从绘图上升成为设计。

传统绘图方式受限于纸张油墨等物理媒介限制，受到人类先天局限，要实现曲线曲面绘制已经很难，实现三维透视绘制更是梦想，实现真实感三维动态彩色图形则是幻想。重复的烦琐的劳动，修正错误的艰难，单调的绘图、描图、保管工作和黑白线条图样式，随着计算机二维、三维CAD技术问世宣告结束了。在工程设计和图样绘制方面，计算机绘图有以下无可比拟的优越性：

1）绘图工具不再是图板、直尺、三角尺、圆规和铅笔等，而是面对计算机，眼看屏幕，手按键盘、鼠标或数字化仪，劳动强度大大减轻。

2）绘图实现了标准化、一体化。设计员、绘图员、描图员可以集为一身，线型、颜色、层次、文字、剖面可以统一风格，为图样交流和修改带来了便利，设计绘图质量大为提高。可按实际尺寸绘图，不考虑比例。

3）复用能力。对于借用图样、类比设计，设计员可以把已有图形文件和别人的图形文件调出来稍作修改，对于重复阵列对称几何拓扑相似图素可只须绘一次和作成图块，然后多次拷贝引用插入，绘图效率极大地提高。

4）修改能力。设计绘图员再也不用担心绘错图，可以从草图设计，分步细化，生成最终工程图样，Undo和erase能力充分满足了设计绘图人员的理想需求。

5）智能设计绘图能力。标尺寸、画剖面线、开孔、剪切在计算机绘图中已成为轻轻一按命令键、菜单而已。利用计算机，可以引进和开发出本行业设计分析绘图一体化专业软件，把程序性、检索性的重复工作编成程序，用户只须调用即可。

6）管理方式发生革命性变革。电子化图纸，可以通过计算机网络进行分发，存储，拷贝到磁盘、光盘上，进行电子化检索，再也不需要图纸柜并防火防盗防蚀和晒蓝图。工厂档案处和描图员工作可以削减了。

7）三维设计能力。现实中的产品、人脑中产品设计构思均是三维的，只是由于图纸等表达工具是二维的，才出现三视图、剖视图等各种方式，这种3D与2D概念转换极不自然。计算机绘图技术现在已发展到三维设计水平（三维建模、装配和仿真制造，参数化，并行化，特征化设计），三维数字产品模型可以投影生成各类视图，可以自动编制工艺文件、数控文件。

8）多彩性。传统的图样是黑白线条图，计算机图可以具有多种颜色、线型、视图、多个层次、多个视角和矢量点阵混合图、着色图、动态图、爆炸图等等特性，创造出多姿多彩的计算机图形世界。

在不远的将来，计算机和网络技术的发展，将从根本上改造工厂的技术层、管理层、制造层的现状，实现从三无设计（无图板、无绘图工具、无描图）到三无生产（无纸设计、无纸管理、无纸制造）的飞跃，计算机绘图技术作为基础技术，将从二维绘图上升到三维设计，CAD 上升到 CIMS 层次。估计 AutoCAD 进一步升级换代，AutoCAD 新版本将在微机群上实现三维并行特征设计。工作站和微机 CAD 软件将走向融合统一。

CAD 技术催生了基于三维图形实体建模的 CAE 技术和 CAM 技术，实现工程问题可视化建模和工程分析结果可视化输出和仿真，在虚拟装配、虚拟制造、虚拟仿真方面，图形技术是不可缺少的。

三维几何造型技术是工程三维 CAD/CAE/CAM 基石，也是扩张占据广阔工程市场，成为工程软件产业台柱所在。计算机的出现消灭了算盘，计算机二维绘图技术消灭了描图员，计算机三维 CAD 技术则消灭了效果设计师，CAE 技术使得人人都是工程分析大师，CAM 技术使得 NC 编码不再神秘，CAI 技术使得知识的传授在工程软件领域可以以多媒体远程方式做示范，未来的学生或许只需要种植大脑中一个芯片计算机就可以获得知识；生病时候专家名医名师不再陌生而遥远，他通过网络随时随地在等待，为你诊断服务。

第二节 工程软件是硬件技术与软件技术有机结合的应用系统

工程软件，顾名思义是应用于工程领域的软件。现代社会工程的含义比较广泛，如机械工程、电气工程、液压工程、水利工程、土木工程、管理工程、扶贫工程、希望工程。从软件层次看，工程软件是位于操作系统、基础语言平台之上的支撑应用型软件，是以数值分析和图形输入输出为特征的软件。

工程软件使用与开发离不开计算机硬件与软件技术的发展。近年来以 GUI 图形界面输入输出为核心的工程软件成为工程软件主流，一方面由于人类图形视觉信息为主的先天天性，另一方面由于计算机图形学理论与图形硬件软件的完善和成熟，硬件价格低廉，大幅度降低了应用开发成本。

工程技术人员主要通过图形来表达设计思想和设计意图，指导工作，与人交流，但是人类直觉形象思维虽在宏观上便于快速总体把握，却存在在微观细节上难以精细准确缺点。现代工程设计与分析需要高度准确、精确的信息数据，不允许模糊信息存在。可是工程问题采用语言文字描述问题无法准确直观，采用数学物理符号则高度抽象和专门。各种解析模型的建立解决了描述准确问题，但是造成人类理解交流的障碍，例如要理解素数理论/抽象代数记号需要专门工夫。采用过程建模，研究数字算法和数值分析技术，可以针对现实工程问题获得高度精确的数值解答，但是输出海量的数值，使得工程人员分析起来繁琐不堪，理解把握上存在障碍。图形建模方法，尤其以三维几何参数化特征建模为代表的 CAD/CAE/CAM 软件，由于找准了直观与准确互补的人机结合点，因此成为主流工程软件。

图形化工程软件需要强有利的硬件和软件支撑。在硬件方面，对于计算机速度、内存和彩色动态显示性能要求苛刻，另外还有价格要求，可靠性要求。如从输入设备来看，一维键盘发展到二维鼠标，输入方式从文字界面字符输入发展到交互选择对话框图标输入，要求操作系统从字符界面 DOS 系统层次上升为图形界面 Windows 系统层次。从显示器发展来看，原

来的单一单色灰度显示器 CRT 发展到大屏幕的真彩色 CRT、LED、LCD，他们对于内存的需求外存的需求、硬件速度的需求，都呈现几何级数的增长。同样一个 640×480 大小屏幕，存储25行60列汉字，需要 $25\times60\times2$ 字节的存储空间，而同样的像素信息，假设灰度256，则需要 $640\times480\times256$ 字节空间。若为彩色信息，动态信息则存储需求更加庞大，巨量的数据输出输入速度、计算速度、交互速度离不开硬件支持。图形硬件（硬件消隐/硬件剪裁/硬件着色/硬件变换）对于三维图形化工程软件实际应用是不可缺少的。

曲线、曲面造型技术是随着航空、汽车等现代工业发展与计算机的出现而产生与发展起来的一门新兴学科，是现代数字图形技术的核心之一。

形状信息的核心问题是计算机表示，即要解决既适合计算机处理，且有效地满足形状表示与几何设计要求，又便于形状信息传递和产品数据交换的形状描述的数学方法。1963年美国波音飞机公司的 Ferguson 首先提出将曲线曲面表示为参数的矢函数方法，并引入参数三次曲线，从此曲线曲面的参数化形式成为形状数学描述的标准形式。1964年美国麻省理工学院的 Coons 发表一种具有一般性的曲面描述方法，给定围成封闭曲线的四条边界就可定义一块曲面。但这种方法存在形状控制与连接问题。1971年法国雷诺汽车公司的 Bezier 提出一种由控制多边形设计曲线的新方法。这种方法不仅简单易用，而且漂亮地解决了整体形状控制问题，把曲线曲面的设计向前推进了一大步，为曲面造型的进一步发展奠定了坚实的基础。但 Bezier 方法仍存在连接问题和局部修改问题。1974年 Gordon 和 Riesenfeld 又把 B 样条理论应用于形状描述，最终提出了 B 样条方法。这种方法继承了 Bezier 方法的一切优点，又克服了 Bezier 方法存在的缺点，较成功地解决了局部控制问题，又轻而易举地在参数连续性基础上解决了连接问题，从而使自由型曲线曲面形状的描述问题得到较好解决。但随着生产的发展，B 样条方法显示出明显不足，如不能精确表示圆锥截线及初等解析曲面，这就造成了产品几何定义的不唯一，使曲线曲面没有统一的数学描述形式，容易造成生产管理混乱。为了满足工业界进一步的要求，1975年美国 Syracuse 大学的 Versprille 首次提出有理 B 样条方法。后来由于 Piegl 和 Tiller 等人的功绩，终于使非均匀有理 B 样条（NURBS）方法成为现代曲面造型中最为广泛流行的技术。NURBS 方法的提出和广泛流行是生产发展的必然结果。

NURBS 方法的突出优点是：可以精确地表示二次规则曲线曲面，从而能用统一的数学形式表示规则曲面与自由曲面，而其他非有理方法无法做到这一点；具有可影响曲线曲面形状的权因子，使形状更宜于控制和实现；NURBS 方法是非有理 B 样条方法在四维空间的直接推广，多数非有理 B 样条曲线曲面的性质及其相应算法也适用于 NURBS 曲线曲面，便于继承和发展。由于 NURBS 方法的这些突出优点，国际标准化组织（ISO）于1991年颁布了关于工业产品数据交换的 STEP 国际标准，将 NURBS 方法作为定义工业产品几何形状的唯一数学描述方法。

第三节 工程问题建模及其模型分类

工程技术人员要处理的现实问题是丰富多彩、变化万千的。工程问题建模就是要从现象抓住本质。解决好工程问题建模是求解工程问题的第一步。

任何一个复杂的系统与其周围环境的关系均可抽象成为激励（输入）、处理（系统）、响应（输出）三个环节。如果输出反作用于输入，则构成反馈闭环控制系统，否则为开放系

统。如果这种反馈作用是依靠人的五官四肢来实现，就是人机交互控制系统。如果通过设备传感器来实现，就是自动化控制系统。

工程软件按照输入、系统、输出已知的不同情况，相应可以分为工程分析类、工程仿真类、工程控制类、工程预估类、工程设计类、工程辨别类软件。如果已知输入激励和系统参数，则是工程分析问题，属于正向求解。如果已知系统特性和输出响应，则是工程控制问题，寻求最优输入控制量和控制规律。如果已知输入与输出，则是系统辨识和工程设计问题。工程分析模块是所有工程软件的基础模块。工程控制与工程设计软件实际上就是假设各种输入、各种系统特性，来评价假设条件下的输出满足要求与否。显然工程分析与工程综合是彼此相关的一个问题。工程建模则是工程软件开发的基础前提条件。工程模型与真实情况的符合程度，决定了工程软件研制的成败。

现实的工程问题是复杂的动态的非线性的，存在离散性和随机性。在工程建模的时候，一个总体的原则就是抓住主要矛盾，遵循由简单到复杂，由低维到高维，由线性到非线性，由常数到变数，由静态到动态，由外观到细节的认识问题与解决问题的思路。

工程模型按照工程问题的维数，可以分为零维质点形心问题，一维线棒问题，二维面壳问题，三维体块问题。维数可以按照系统输入变量（自变量，函数定义域）或输出变量（因变量，函数值域）分类。同样的工程问题，输入维数和输出维数可能是不一样的。习惯上对于工程几何建模类（零件、装配、机器、系统）问题，认为输入与输出关系都是坐标分量对等关系，按照结果空间分为平面图形和空间图形。对于以物理分析为主的工程问题，按求解空间分类，可分杆件问题、平面问题（壳问题）、空间问题。其可视化输出结果一般认为是附属在几何形体上的外观属性（颜色、密度等）。按照物理信息的特性，又可分为标量问题（温度、密度、能量）、矢量问题（位移、速度、加速度）、张量问题（应力、应变）。

工程模型按照模型数学特性，从大的方面可以分为线性系统与非线性系统（二次系统、高次系统）；稳态问题与瞬态问题；常微分问题与偏微分问题；线性方程组和非线性方程组；无约束和有约束问题；线性规划和非线性规划（二次规划）；线性收敛、超线性收敛、平方收敛问题。对于曲线可以分为一次直线、二次圆锥曲线（圆弧、椭圆、双曲线、抛物线）、高阶曲线（样条曲线、插值曲线、拟合曲线）；对于曲面，可以分为一次平面、二次曲面、三次曲面和高阶曲面。对于实体可以分为平面立体、二次曲面立体、三次曲面立体等。

为了减少工程问题求解难度，经常需要对工程问题及其求解进行简化，如采用泰勒展开进行线性化、二次化、多项式化近似处理；采用 FFT 和 LAPLACE 变换把时域微积分卷积问题转化为频域代数式乘积问题；把高阶问题在一个局部区域进行一阶梯度展开和二阶牛顿展开，把非线性问题转化为线性问题和二次问题；把连续无穷自由度问题转化为离散有限自由度问题，从而把积分、变分方程转化为线性方程组来解。按照存储数据性质分类，可分为标量问题、向量问题、矩阵问题、记录问题、高维单元数组问题。按照数据结构组织形式，可分为线性表结构、层次树结构、网络图结构、关系表格结构等等。

按照表达问题的方式，作者认为把工程建模方法从总体上分为数学解析建模、过程算法建模、图文表达建模三大类是可以的。

数学解析建模经常用于工程问题的抽象描述。它采用各种数学工具、数学符号、数学原则，利用代数、微分、积分、变分、级数、整数、实数、复数、矩阵、等式、方程、不等式、函数等数学概念，实现实际工程问题的高度符号抽象化描述。描述的客体一般也是高度

抽象化的，如质点、弹簧、阻尼、刚体、集中力、分布力、网架、杆、面等。数学解析建模可以认为是实际工程问题遵循的物理、化学变化规律的形式化、方程化表达。各种专业基础课程的理论抽象与公式表达可以划入这个范畴。

数学解析建模是西方现代科技文明的精髓，它具备高度抽象、简洁、精确的特点，形式化描述系统，并在一些理想假定的情况下能得出系统封闭形式的解析答案。但是这种源于古希腊、罗马的演绎思维方法并不是万能的。

实际的工程问题由于存在高维性、复杂性、非线性、知识性，不仅难以用数学符号形式描述，而且有时即使描述出来，要得到解析解答也是不可能的。高等数学告诉我们，不是每个初等函数的不定积分都可以用初等函数来表达。常微分方程、偏微分方程、积分方程、甚至一些非线性方程除了一些理想的简单的情况，都没有通用解析解答。对于高维问题比如矩阵方程，即使理论上有 CRAMER 法则，实际上也是不实用的。

东亚文明的算法思想，今天在计算机时代已经发展成为不可或缺的过程算法建模。计算机具备快速、循环计算简单数值问题的长处，使得把连续问题离散化，把解析问题数值化，成为当代工程软件研制的共同道路。

采用过程算法建模，不仅解决了一些无法用数学符号建模的智能知识推理问题，而且给出了获得实际问题答案的求解途径。循环、递归、递推、分治策略的使用，使得工程问题建模可以充分考虑工程问题的细节，少做简化或不作简化，从而获得相当真实的解答，当然带来的后遗症就是计算机输出海量的数据集，要从中寻找出规律性、指导性、结论性的成果比较困难。

对于实际的工程问题，一般在理论上采用数学解析方法描述问题，采用算法过程方法获得数值化解答。工程软件编程依据就是过程算法，当然如何选择合适的过程算法离不开依据解析模型进行工程问题定性判别。

数学解析建模和过程算法建模仍然无法满足各种工程问题的准确叙述和自动求解。如三维构造问题、图象识别问题，从海量数据集中寻找结论问题。利用人的直觉领悟特性和视觉特性和经验知识，在寻求解答的过程允许人参与，这就是现代工程软件为什么采用数字图形技术作为输入、输出的原因所在。这也可以归纳为第三种工程问题建模技术——数字图文建模方法。

总体而言，现代工程软件研制需要采用数学解析建模、过程算法建模、数字图文建模三位一体技术。

第二章　工程软件算法基础

工程问题无论其空间尺度和时间尺度的大小，理论上可根据工程问题遵守的基本的物理与化学规律，如牛顿定律、热力学定律、化学反应定律、电磁学定律等，列出抽象的方程或方程组。它们可能是多项式代数方程（组）、超越函数方程（组）、常系数方程（组）、变系数方程（组）。数学上只有一些低阶问题可以得到理论解析形式的解答，一般的工程问题由于自由度和非线性等限制，要找出它们的显式封闭的解析解是困难的或不可能的，只有通过算法和计算机编程得到数值解答。

按照工程问题和求解算法的性质，从大的方面，工程问题可以分为零值求根问题、极值优化问题、初值仿真问题、边值有限元问题、动态特征值问题和非数值搜索问题。

第一节　零值求根问题

零值问题就是方程（组）求根问题，找到使方程（组）等于零（即等式成立）时未知量的值。

对于一元一次线性方程：$ax + b = 0$，有求根公式：

$$x = -b/a(a \neq 0)$$

对于一元二次方程：$ax^2 + bx + c = 0(a \neq 0)$ 有：

$$判别式 \quad \Delta = b^2 - 4ac$$

$$求根公式 \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

结论：$\Delta \geqslant 0$ 有两个实根，$\Delta < 0$ 有两个共轭复根（无实根）

且有韦达定理（根与系数关系）：

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$a(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

对于一元三次方程：$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$（$a \neq 0$），求根过程如下：

首先求 $x^3 = 1$ 的根：根据复数开方公式

$$\sqrt[n]{Re^{i\theta}} = \sqrt[n]{R}(e^{i\frac{\theta + 2k\pi}{n}})(k = 0,1,\cdots,n-1)$$

依据欧拉公式：$e^{i\theta} = \cos\theta + \sin\theta$ 展开，有：

$$x_1 = 1; \quad x_2 = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2} = w_1; \quad x_3 = \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2} = w_2$$

对于一般方程 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$（$a \neq 0$），作减根变换 $x = Y - \frac{b}{3a}$，有

$$Y^3 + 3pY + 2q = 0$$

式中　$3p=\dfrac{c}{a}-\dfrac{b^2}{3a^2}$，$2q=\dfrac{2b^3}{27a^3}-\dfrac{bc}{3a^2}+\dfrac{d}{a}$

设想其解为 $Y=u+v$，则化为：$(u+v)^3+3p(u+v)+2q=0$

附加条件：$3uv+3p=0$，则有：$u^3+v^3+2q=0$

解出：$u^3=-q+\sqrt{q^2+p^3}=A$；$v^3=-q-\sqrt{q^2+p^3}=B$

开立方有：$u_1=\sqrt[3]{A}\quad u_2=u_1w_1\quad u_3=u_1w_2$

$$v_1=\sqrt[3]{B}\quad v_2=v_1w_1\quad v_3=v_1w_2$$

由附加条件 $u_iv_j=-p$ 且 $w_1w_2=1$，因此三个解为：

$$x_1=u_1v_1\quad x_2=u_2v_3\quad x_3=u_3v_2$$

显然对于通用方程 $ax^3+bx^2+cx+d=0$（$a\neq0$），采用上述求根公式已经很繁琐。数学上已经证明，对于高于四次的多项式方程没有求根公式。对于包含指数、对数、三角、反三角函数等超越函数的非线性方程，只有特殊情况才会有求根公式。因此寻求通用的一元函数方程数值解法是有意义的。

一般地对于$f(x)=0$，无论其是线性还是非线性方程，都可以采用以下两种算法求出一个实根。

(1) 二分法

STEP1：首先求出根存在的区间 $[a,\ b]$，条件是根区间函数值异号$f(a)\cdot f(b)<0$。该区间可采用试探法或画出函数曲线图后估算。

STEP 2：令 $x=\dfrac{a+b}{2}$，求出$f(x)$，若$|f(x)|<\varepsilon$，则 x 为所求出的根。

STEP 3：若$f(x)\cdot f(a)<0$，则根存在于 $[a\quad x]$ 区间，令 $b=x$；否则根存在于 $[x\quad b]$ 区间，令 $a=x$。

STEP 4：转 STEP 2 循环计算。

以上方法循环一次可以减缩一半根存在区间，求根精度可用小参数 ε 控制，且可保证一定收敛并求出一个实根。该算法还有一个优点，不需要求出具体函数值，只须判断 $f(x)$ 的符号是正还是负即可。

(2) 牛顿迭代法　对于$f(x)=0$，利用一阶泰勒公式做线性化展开：

$$f(x)\approx f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)=0$$

假设 x_0 为准确根 x 的近似值，则有迭代公式（牛顿法）：

$$x_{i+1}=x_i-\frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

例如用于求 $x=\sqrt{C}$的迭代公式：$x_{k+1}=\dfrac{1}{2}\left(x_k+\dfrac{C}{x_k}\right)$

该方法收敛速度很快，属平方收敛，但对根 x_0 初始值很敏感，选择不当可能导致不收敛。该算法需要求导数 $f'(x)$，可用前向差分公式$f'(x_i)=\dfrac{f(x_i+h)-f(x_i)}{h}$等代替。

MATLAB 示例：

对于多项式方程，系数按阶次从高到低用向量存储，零系数存 0，求根用 ROOTS 函数获

得。如方程 $2x^4-5x^3+6x^2-x+9=0$;

```
>> p=[ 2 -5 6 -1 9];
>> roots(p)
```

一、线性方程组

工程零值问题更多的情况是多元（未知量）问题，可以分为多元一次线性方程组 $Ax=B$ 和多元非线性方程组 $F(X)=0$。

对于最简单的二元一次线性方程组：

$$a_{11}x_1+a_{12}x_2=b_1 \quad ①$$

$$a_{21}x_1+a_{22}x_2=b_2 \quad ②$$

我们知道采用消元法，其求解过程如下：

首先判断 $a_{11}=0$ 否，若 $a_{11}=0$ 则把②方程换成①（变换主元行），若新 a_{11} 仍等于 0，则方程组无解。

对方程①两边同除以 a_{11}，使 a_{11}（主元）变成 1，即方程①化为：

$$x_1+a'_{12}x_2=b'_1$$

用 a_{21} 乘以方程①，再用方程②减去方程①（消元过程），使 $a_{21}=0$，即方程②化为：

$$a'_{22}x_2=b'_2$$

求出 $x_2=b''_2/a'_{22}$

把 x_2 代回方程①（回代过程），求出 $x_1=b'_1-a'_{12}\cdot x_2$

经归纳整理，可得求根公式：

$$x_1=\frac{a_{12}b_2-a_{22}b_1}{a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}};\quad x_2=\frac{a_{21}b_1-a_{11}b_2}{a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}}$$

以上思想推广到多元线性方程组求解，就是著名的 GAUSS 高斯消元法。

设矩阵方程 $Ax=B$ 为：$(a_{ij})(x_j)=(b_i) \quad (i,j=1,2,\cdots,n)$

消元过程：对于 $k=1$，2，…，n，分别依次进行。

STEP 1：找出 a_{kk}，a_{k+1k}，…，a_{nk} 中绝对值最大者 a_{mk} 及下标 m。

STEP 2：若 $m\neq k$，则变换主元行：$a_{ki}\Leftrightarrow a_{mi} \quad b_k\Leftrightarrow b_m \quad (i=k,\ \cdots,\ n)$

STEP3 判断 $|a_{kk}|>\varepsilon$ 否。若不成立，则主元为 0，行列式为 0，方程无解，退出。

STEP 4：对主元行乘以 $\frac{1}{a_{kk}}$，使主元化为 1：

$$a_{ki}\Leftarrow a_{ki}/a_{kk} \qquad b_i\Leftarrow b_i/a_{kk} \qquad \text{式中：}(i=k+1,\ \cdots,\ n)$$

STEP 5：对主元以下各行，分别减去主元行元素的（a_{ik}）倍。

$$a_{ij}\Leftarrow a_{ij}-a_{ik}\cdot a_{kj}$$

$$b_i\Leftarrow b_i-a_{ik}b_k$$

式中，$(i=k+1,\ \cdots,\ n)$，$(j=k+1,\ \cdots,\ n)$

理论上经过以上 n 次消元循环过程，方程 A 变成了单位上三角阵。

回代过程：对于 $k=n-1$，…，1 依次

$$b_k\Leftarrow b_n-\sum_{j=k+1}^{n}a_{kj}b_j \qquad (j=k+1,\cdots,n)$$

最后的解为：$X = B$

[备注]：B 可以是矢量形式也可以是矩阵形式。对于 A 固定、B 可变的情况，可以预先把 A 分解为两个上下三角矩阵乘积 $A = LU$。

在消元过程中，若 STEP 5 下标循环改为（$i = 1, 2, \cdots, n \quad i \neq k$），则相当于把 A 化为 I 阵，则不需要回代求根（此法为 Gauss-Jordan 法，适合于求 A 的逆矩阵，只须预先把 B 阵变成 I 阵），但增加了计算量。

若把消元过程中主元 a_{kk} 的乘积保留起来，则可求出 A 的行列式。

在消元过程中若预先判断 $|a_{ik}| < \varepsilon$ 否，则可以跳过 0 元素，减少不必要的计算。

若知道 A 矩阵诸如正定、对角占优等特性，可以省去选主元、变换主元行等步骤。

Gauss 消元法需要乘除运算次数 $MD = \dfrac{n^3}{3} + n^2 - \dfrac{n}{3} \propto \dfrac{n^3}{3}$；Gauss-Jordan 法需要乘除运算次数 $MD = \dfrac{n^3}{2}$；可见计算量正比于 n^3，存储量正比于 n^2。

典型工程问题如机械结构有限元应力分析获得的线性方程组 $Kd = p$，有以下特点：①K 正定对称；②K 元素带状分布；③K 元素稀疏分布；④K 是高维的。

利用正定性可以省去选主元、交换主元行相关过程。利用带状对称分布特性，采用半带存储方法，可以节约存储量。

假设存储上半带元素矩阵 B，最大半带宽为 M。显然矩阵 A 主对角元素 a_{kk} 对应矩阵 B 第一列元素 b_{k1}，A 中同一列分布元素矩阵在 B 中 45°斜线上分布。

A 阵元素 a_{ij} 与 B 阵元素 a_{IJ} 下标关系如下：

$$I \Leftarrow i \quad J \Leftarrow j - i + 1 \qquad (i = 1, 2, \cdots, n \quad j = 1, 2, \cdots, M)$$

相应地，Gauss 消元法公式可修改如下：

$$a_{IJ} \Leftarrow a_{IJ} - \frac{a_{KL}}{a_{K1}} a_{KM}; \quad b_I \Leftarrow b_I - \frac{a_{KL}}{a_{K1}} b_K$$

式中　$I = K + 1, \cdots, i_m$；$i_m = \min(K + M - 1, N)$

$J = 1, \cdots, M - L + 1$，$L = I - K + 1$

回代公式：

$$b_I \Leftarrow \frac{b_I - \sum a_{IJ} x_{J+I-1}}{a_{I1}}$$

式中　$I = n - 1, \cdots, 1$；$J = 2, \cdots, J_m$；$J_m = \min(N - I + 1, N)$

对于稀疏矩阵；可以采用链表方式存入元素的下标 i，j 及值 a_{ij} 三个信息。当然消元过程可能破坏 A 的稀疏性，应随时跟踪 0 元素变非 0 情况，并予插入或删除记录。

对于特殊三对角方程，如对角占优三对角方程：

$$\begin{pmatrix} a_1 & c_1 & & & \\ b_1 & a_2 & c_2 & & \\ & \cdot & \cdot & \cdot & \\ & & b_{n-2} & a_{n-1} & c_{n-1} \\ & & & b_{n-1} & a_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_{n-1} \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ d_{n-1} \\ d_n \end{pmatrix}$$