機械原理及零件

設計教研室編

东北工學院
函授部
1959

机械原理部分

第一章 緒　論

§1—1 机械原理的研究对象和任务

机械原理是研究机械的結构原理、运动性质和动力性质的科学。更具体的說，它是研究：1)机构的結构和分类，是研究机构組成的一般規律；2)机构运动学。是从几何观点来研究机构桿的位移，速度和加速度，不涉及产生运动的力；3)机构动态静力学。是在已知机构运动情况下来确定作用在机构各桿上的力；4)机构动力学。是研究作用于机构上的力与运动間的关系。

根据机械原理所研究的內容，可知机械原理的任务是：1)根据現有的机械作多方面的分析，能够批判的选擇最适合于工作要求的机械。这种任务对采礦、冶金以及其他方面工作人員有着极重要的作用。2)根据一定运动規律的要求来設計新机构。这个任务对机械設計人員是极其重要的。由此可知，机械原理无論对于机械性能的掌握上或是对新机器的設計上都是不可缺少的。

§1—2 机械原理在国民經濟方面的作用

我們都知道，我們国家生产的目的，是保証最大限度的滿足整个社会經常增长的物质和文化的需要；但是單从体力劳动是不能保証这样增长的需要的。由人們体力劳动所能做的功是极其微小的，人們經常不停的工作至少要七人才能完成一匹馬力的功率；而現代的机器例如苏联古比雪夫发电站的容量就有2100000千瓦，毫无疑問，只有采用机器，生产量才能大大地提高，才能滿足不断增长的物质和文化的需要。同时只有机器的采用，人类才能有可能摆脫笨重的体力劳动，才有消除智力劳动与体力劳动对立的可能。因此必須使我国的各个工业企业部門逐步地大量的采用高效率的机器，用高度的技朮装备起来，使之走向机械化和自动化。所謂自动化，就是建立一套机器使整个生产过程都能自动进行，不用人手直接参加。这就是各工业企业部門在目前努力的方向。

既然我国的各工业企业部門都朝着机械化和自动化方向努力，毫无疑問，劳动的性质和类型，將起很大的变化。只有极其熟練的技朮和通曉机械知識的人材，才能管理得了，因此学习机械原理，就有它的巨大意义了。

机械原理是掌握机械性能和通曉机械知識的最基本的課程。它的先修課程为物理学，数学和理論力学，同时机械原理又为机械另件以及其他机械专业課程作准备。因此机械原理是高等工业学校中的一門技朮基础課，凡是工学院中的学生都应該学这門課程。

§1—3 机械原理在我国的發展史

我們偉大的祖国有着悠久的历史和丰富的文化遺产，几千年来，我們的祖先积累了无数的宝貴經驗和科学发明。远在四千年以前，我們的祖先由于見到飞蓬的旋轉而发明

了車。以后經过許多劳动人民的改良和創造，到公元230年的三国时代，諸葛亮就制造了相当完备的独輪車，历史上称为鹿車。公元235年魏人馬鈞利用一套普通輪系，发明了指南車，車上立一木人其手永远指向南方以識別方向。在汉时，我們的祖先更利用水力来帶动風箱，变廻轉运动为直線的往复运动，这是曲柄連桿机构在我国最早的应用。同时在公元前后，我們祖先利用水力，槓桿及凸輪原理做成水碓以舂米。其次在紡織方面，也有很多的創造和发明。約在公元前二千年間，我国已有了繅車和机杼；在公元前八十年左右优秀的女发明者——陈宝光之妻，天才的創造了一部提花机；在公元1300年間，我国就有了整套的紡織机器，例如軋花机，紡机以及織机等，无疑的在那时我国是世界上紡織最发达的国家。我国劳动人民在机械方面的創造和发明是很多的。然而在长期的封建統治和压迫下，科学的創造是不会得到重視的，同时也不会得到应有的发展。解放后，由于党以及人民政府的重視和关怀，在很短的时間內，出現了很多的創造和发明。例如西安师范附小教师张俊德創造了“月地运行仪”。山西田成祥改解放式水車为地軸式水車，为一齿輪傳动机构的創造。这些例子是不胜枚举的。在人民已經掌握了政权的今天，在党和毛主席的正确領导下，并在苏联先进的科学技术的援助下，我們的創造和发明將以空前的速度发展着，并在机械原理的領域中創造出广闊的前途。

§1—4 机械原理的一些基本概念

机械和机构是机件的組合体。这些机件有的是堅固的联結在一起，沒有相对运动；有的是活动的組合，組合件之間有相对运动。若从运动的角度来看，这些不作相对运动的机件，可視为同一物体。因此为了便于研究机构的运动，將这些沒有相对运动的机件組合体和其他有相对运动的机件一样統称为桿。圖1—1中的滚动軸承，它有若干个桿：內座圈、外座圈、滚珠以及隔离罩都是独立的桿。但当把它装在机器上时，軸与內座圈具有同一的运动，便成了同一桿；而外座圈和机架同样也成为一个桿。

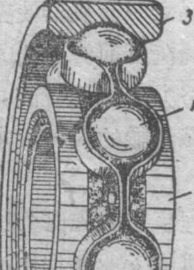

圖 1—1

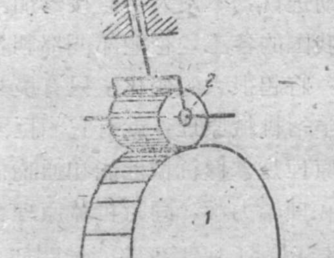

圖 1—2

机械和机构中的每个桿皆有确定的运动。然而一个自由的桿在外力作用下可以自由

运动，为了使桿有确定的运动，必須把桿的运动加以限制；也即用适当的形式把它和另一桿組合起来。在圖 1—1 中，滚珠 1 以点与内座圈 2 及外座圈 3 的溝槽相接触，相互限制彼此的运动。圖 1—2 为凸輪 1 及滚子 2 藉滚子自身的重量保持接触，同时又藉摩擦力来互相限制彼此的运动。圖 1—3 表示軸与軸承的組合，以园柱形的接触面来相互限制彼此的运动。这样相互接触而能相互限制相对运动的組合体称为运动付；而这些接触的点，線和面称为运动付的元素。

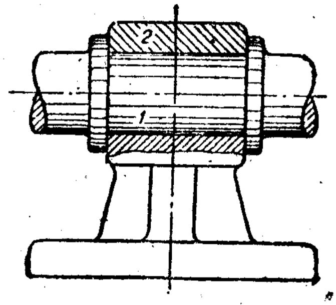

圖 1—3

根据相互接触性質的不同，运动付可分为低付和高付。以点或線接触的运动付称为高付，如圖 1—1 及圖 1—2 所示。如运动付以面接触者称为低付，如圖 1—3 所示。低付又可按其相对运动的不同分为：1)移动付——相对运动僅限于滑动（圖1—4в）；2)轉动付——相对运动僅限于轉动（圖 1—4б），3)螺旋付——相对运动为螺旋运动（圖1—4a），二桿均具有螺紋，一桿对另一桿轉动时，它同时沿軸向移动。

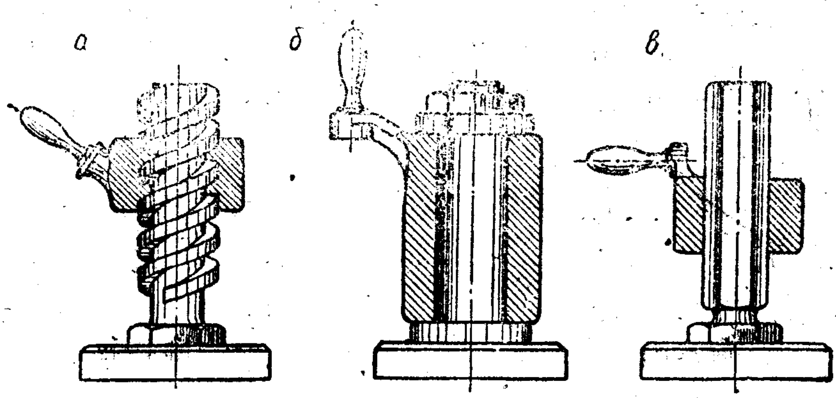

圖 1—4

为了便于了解机构的結构及其运动的分析，在圖中常用簡明的記号来表示桿和运动付。二桿組成轉动付的表示法如圖 1—5 所示，圖 1—5,a 較接近于实际結构的表示法，

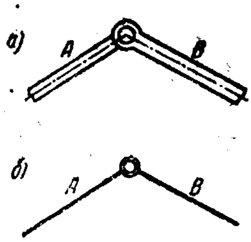

圖 1—5

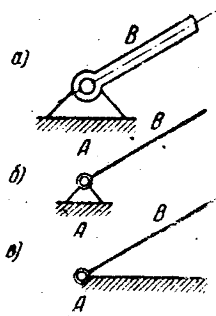

圖 1—6

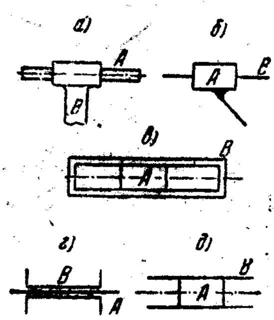

圖 1—7

圖 1—5 б 为概略表示法。如轉动副中有一桿为固定則其表示法如圖 1—6 所示。移动副的概略表示法如圖 1—7 所示；一桿为固定的移动副的表示法如圖 1—8 所示。螺旋副則如圖 1—9 所示。

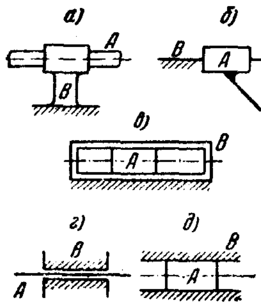

圖 1—8

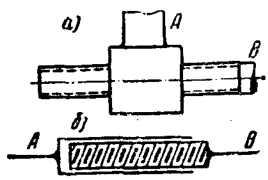

圖 1—9

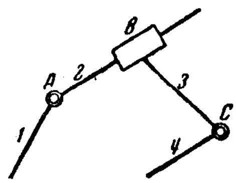

圖 1—10

將桿用运动副組合起来，这种桿和运动副的組合体称为运动鏈。圖 1—10 所示的运动鏈具有四个桿和三个运动副，其中桿 1 和桿 2 用轉动副 A 組合，而桿 3 和桿 2 以及桿 3 和桿 4 則用移动副 B 及轉动副 C 分別組合起来。該运动鏈中所有的桿其所具有的运动副均未超过二个，这种鏈叫做簡單运动鏈。圖 1—11 及 1—13 所示的运动鏈也是簡單运动鏈。圖1—12及1—14所示的运动鏈，它具有包含二个以上运动副的桿，称之为复杂运

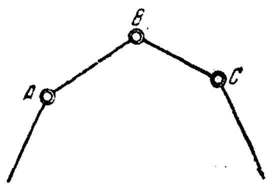

圖 1—11

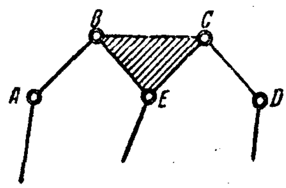

圖 1—12

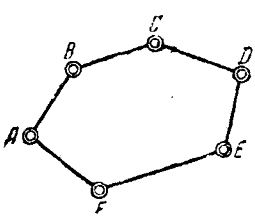

圖 1—13

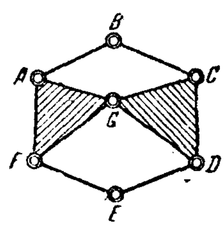

圖 1—14

动鏈。运动鏈又有閉式和开式之分，圖 1—10、1—11 及 1—12 所示之运动鏈，其中某些桿僅含有一个运动副，因此不能封閉，称为开式运动鏈。圖 1—13、1—14 所示的运动鏈，其中各桿均具有二个运动副有些桿可能超过二个运动副，所以能够封閉，称为閉式运动鏈。

圖 1—10 及 1—11 称为簡單开式运动鏈。圖 1—13 为簡單閉式运动鏈。圖 1—12 为复杂开式运动鏈。圖 1—14 为复杂閉式运动鏈。

运动鏈中若有一桿固定，当給一桿或多个桿以运动时，而其余各桿皆有一定的运动，则此种运动鏈称为机构。在机器中最常碰到的机构，是僅有一个主动桿的平面机构。所謂平面机构即机构中的各桿皆作平面平行运动。

机构或机构的組合，在生产过程中或能量变換过程中，用以完成所需有效的功者称为机械。

由定义知，机械的基本特点在于傳遞力和作有效的功。机构则沒有这个特点。因此从运动观点来看，机构和机械沒有什么区别，鐘表和車床均为机构，然而从轉遞力和有效功来看，則車床是机械。

根据机械的定义，我們可以把机械分为三大类：

1） 发动机：它的作用是將任何形式的能量轉变为机械能。蒸汽机、水渦輪机，風力机等均为发动机的例子，現在最广泛采用的发动机是电动机。

2） 轉換机：能將一种能量轉变为其他形式的能量，例如变机械能为电能的发电机。

3） 工作机：它是用机械能来完成有用的机械功，工作机的种类繁多，广泛应用于工业和农业上，例如金屬切削車床，紡織机，打穀机，磨粉机等。

在現代机械中常采用联合机，馬克思曾写道“一切十分发达的机械是由三个本質不同的部分組成：发动机，傳动机构和工作机”。因此除发动机和工作机外，还有將发动机的机械能傳遞給工作机的傳动机构，最常用的傳动机构是减速器。

第二章　一般机構的介紹

§2—1　桿机构

桿机构是現代机械及仪器中最广泛应用的机构。圖 2—1 所示者为两桿組成的最簡單的机构。动桿 2 繞不动桿而轉动，这种机构的实例如电动机、离心式的通風机等。

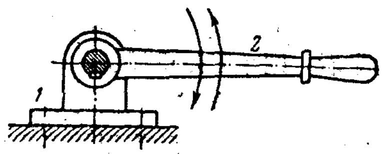

圖 2—1

由四桿組成的四桿机构为較复杂的机构。圖2—2所示的机构由三个动桿（2,3及4）及一个不动桿（1）所組成。所有桿皆用鉸銷联接也即所有运动副皆为轉动副。其中 2 桿用轉动副与固定桿組合并能繞 A 轉360°。这样的桿称为曲柄。而 4 桿虽也用轉动副与固定桿組合，但不能繞 D 轉360°僅能摆动一角度，我們称之为搖桿。3 用轉动副与其他二动桿組合作复杂的运动，称之为連桿。一个曲柄和一个搖桿組成的机构称为曲柄搖桿机构；两个均为曲柄的机构称为双曲柄机构；两个均为搖桿的机构叫做双搖桿机构。

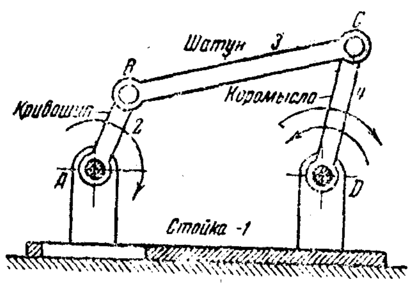

圖 2—2

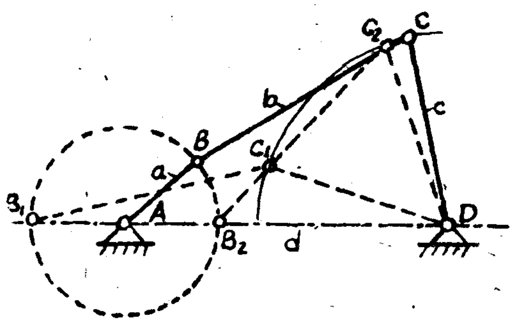

圖 2—3

在四桿机构中欲使一桿为曲柄，必須时时刻刻皆能按一定方向繼續运动而不受任何阻碍。如圖 2—3 所示之机构，欲使 a 为曲柄，必須使它的 B 点通过 B_1 和 B_2 点也即

A．通过 B_1 点的条件：

$$d+a<b+c \tag{2—1}$$

B．通过 B_2 点的条件：

若 $a<d$：

$$d-a>c-b \text{ 即 } c+a<d+b \text{（当 } b<c\text{）} \tag{2—2}$$

$$d-a>b-c \text{ 即 } b+a<d+c \text{（当 } b>c\text{）} \tag{2—3}$$

若 $a>d$：

$$a-d>c-b \text{ 即 } c+d<a+b \text{（当 } b<c\text{）} \tag{2—4}$$

$$a-d>b-c \text{ 即 } b+d<a+c \text{（当 } b>c\text{）} \tag{2—5}$$

由(2–1)，(2–2)及(2–3)式可以看出 a 桿为短桿；同样由(2–1)，(2–4) 及 (2–5) 式也可以看出 d 桿为最短桿。这就得出这样的情况：1)不是最短桿固定时，曲柄必須是最短桿；2)最短桿固定时，也可能有曲柄存在。

現在我們来研究不是最短桿固定时曲柄的条件。現分三种情况来分析：

1) c 桿为最长桿：通过 B_1 点和 B_2 点的条件是(2-1)和(2-2)式，在(2-1)式 $d+a<b+c$ 中，因 a 桿为最短桿，c 桿为最长桿，即 $d<c$，$a<b$。所以(2-1)式不是曲柄的条件。而曲柄的条件应該根据(2-2)式得出，即最长桿和最短桿长度之和小于其余两桿长度之和。

2) b 桿为最长桿：分析（2-1）式和（2—3）式可以看出由（2-3）式可以确定曲柄的条件，也即最长桿和最短桿长度之和小于其余两桿长度之和。

3) d 桿为最长桿：分析(2-1,(2-2)及(2-3)式得出曲柄的条件仍然是最长桿和最短桿长度之和小于其余两桿长度之和。

現在轉到研究最短桿为固定时（d 桿为最短桿）曲柄的条件。研究的公式是(2-1),(2-4)及(2-5)。我們只要把(2-1),(2-2)及(2-3)式中的 a 换为 d，d 换为 a 就可以得到这些式子。显然这些式子的本质与(2-1),(2-2)及(2-3)式相同。这样就不难看出曲柄的条件仍然是最长桿和最短桿长度之和小于其余两桿长度之和。

由以上的分析可以得出如下的結論："若四桿机构中最长桿和最短桿长度之和小于其余两桿长度之和，则1)固定最短桿的鄰桿，得最短桿为曲柄的曲柄搖桿机构；2)固定最短桿，得鄰桿均为曲柄的双曲柄机构；3)固定最短桿的对桿，得鄰桿均为搖桿的双搖桿机构。"

双曲柄机构各桿长度間关系如圖 2—4 所示。

圖2—5所示之攪拌机构，即为曲柄搖桿机构应用的实例。原动桿 AB 为曲柄，而 CD 桿为搖桿，爪 BCE 与連桿 BC 联为一体，爪之端点在盆 5 内画—aa 的軌跡，同时盆 5 繞垂直軸 zz 軸作等速轉动，于是盆中的漿糊被攪拌得非常均匀。

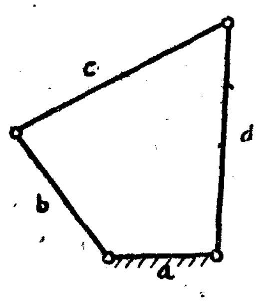

圖 2—4

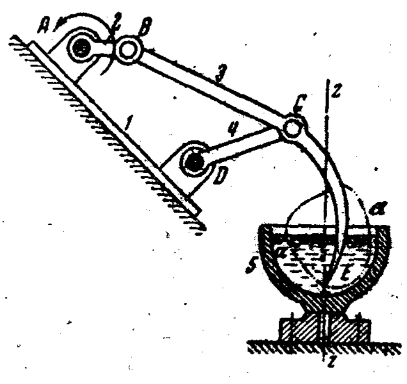

圖 2—5

圖 2—6 所示之水泵机构即为双曲柄机构的应用实例。其中园盤 2 即为曲柄 AB，輪叶 4 即为第二个曲柄，3 为連桿。由圖知当园盤 2 繞軸 A 廻轉一周后，而 4 桿同样繞 D 軸轉一周，于是液体即由通路 a 被赶至通道 b。

圖 2—7 所示之起重机构即为双搖桿机构的实例。其中 AB 桿和 CD 桿僅能繞 A 及 D 点而摆动，而 E 点为悬掛起重載荷的繩和鈎的所在处。当 AB 桿摆动时，E 点沿近似

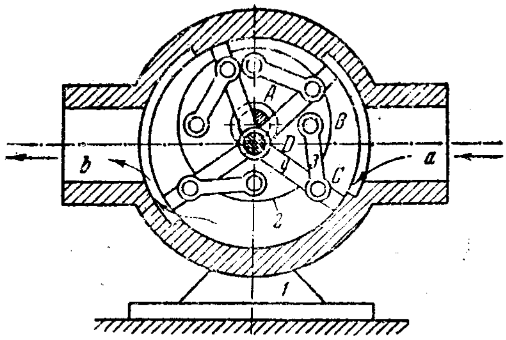

圖 2—6

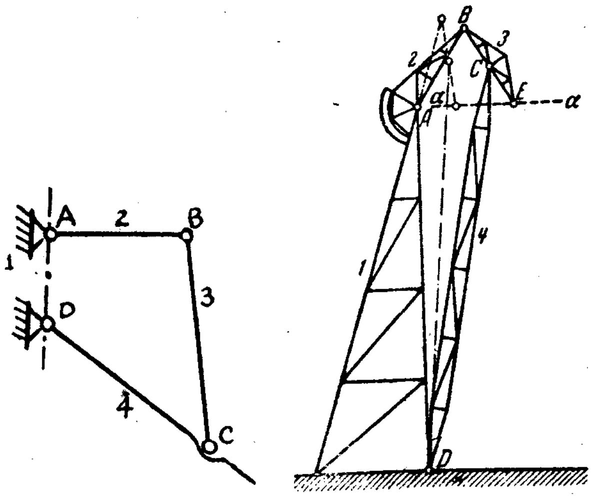

圖 2—7

直線的 aa 軌跡移动。

有时为了制造上的需要，常用特別的結构来代替一运动副。圖 2—8 所示之偏心四桿机构即为曲柄搖桿机构的改造。其中曲柄AB用繞A点轉动的园盤2来代替，园盤的几何中心为B，由于廻轉中心不在几何中心处，所以我們称此盤为偏心盤。在曲柄搖桿机构中（圖 2—2），2 桿与 3 桿是用銷釘B組成运动副，銷釘B固結在 2 桿上，現使銷釘B的半徑逐漸增大以致大于曲柄AB之長而包含銷釘A，即得圖 2—8 所示之偏心盤，而連桿 3 包圍銷釘B之端而形成了环形。改造后的偏心四桿机构，其各桿之运动情況与未改造前之曲柄搖桿机构之各桿的运动情況相同。

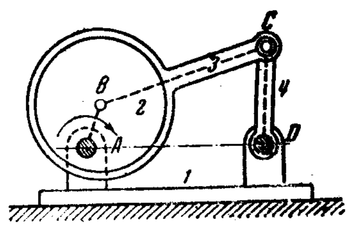

圖 2—8

若四桿机构的曲柄搖桿机构中的搖桿，用在固定桿的导路中滑动的滑塊来代替，即得如圖 2—9 所示之曲柄連桿机构。动桿 4 与連桿組成轉动副而与机架組成移动副称为

滑塊。

曲柄連桿机构的应用极为广泛，蒸汽机、內燃机、压气机以及往复式水泵的机构即为曲柄連桿机构。圖2—10所示者为內燃发动机的曲柄連桿机构，AB为曲柄，BC为連桿而4桿为滑塊。

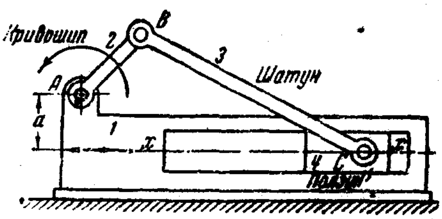

圖 2—9

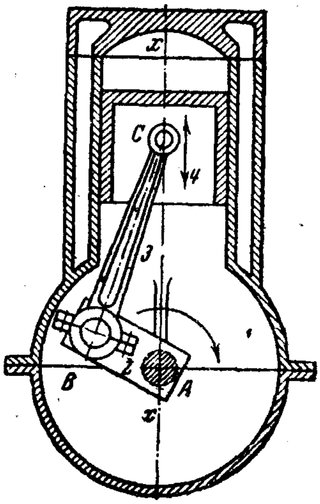

圖 2—10

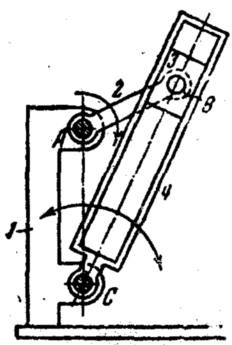

圖 2—11

若滑塊在运动桿的导路中滑动，則这种机构称为曲柄导桿机构，如圖2—11所示。圖中滑塊3在动桿4的导路中滑塊，这种具有导路的动桿我們称它为导桿，曲柄2能繞A轉一整周而导桿4僅能繞C点摆动一角度。如該机构的曲柄AB之长度大于二轉动軸間的距离AC，則导桿4也能繞C点轉一整周。曲柄导桿机构广泛的应用于机械制造业中。

§2—2 凸輪机构

有些机构构造簡單，且当主动桿作簡單的运动时，能使从动桿得到各种有規律的运动。如圖2—12所示，主动桿2的外緣具有特殊形狀，它与滾子3組成高副，当繞A軸轉动时，桿2之特殊外緣作用滾子3迫使从动桿4作往复运动。显然如主动桿2的外緣形狀有所改变时，則从动桿4的运动規律也随之而不同。此种机构称为凸輪机构。外緣形狀特殊的主动桿2称为凸輪，桿4称为从动桿，桿3为滾子。圖2—13所示之凸輪机构，其中2桿为凸輪，4桿为从动桿，二者均作轉动。为使滾子3时刻与凸輪2接触，用彈簧5拉紧4桿，如此即可使凸輪2的等速廻轉运动变从动桿为有規律的摆动。圖2—14所示之凸輪机构，在A軸上裝有园弧面的柱形之凸輪2，其上具有封閉的溝槽 aa，从动桿4上的滾子3插入此溝槽 aa 內。当凸輪2作等速轉动时，由于溝槽的分布

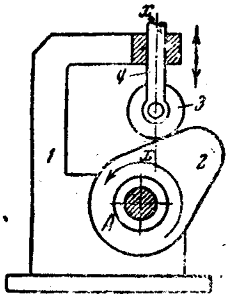

圖 2—12

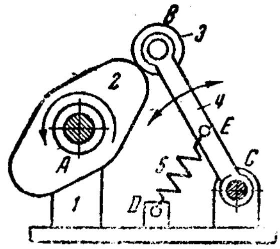

圖 2—13

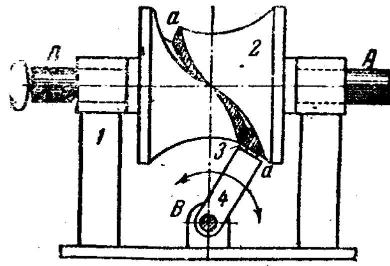

圖 2—14

规律不同，而从动桿所得到的运动规律也就不同。由上述的例子中可知，所謂凸輪者系一平板或一柱体或其他形狀的机件，它具有特殊形狀的輪緣或溝槽，当其作簡單轉动时，即可藉高副的接触迫使从动桿产生不等速或不連續的运动。

§2—3 摩擦輪和齒輪的机构

在现代机械中，常常遇到等速的廻轉运动。这种等速的廻轉运动，可藉摩擦輪机构和齿輪机构的傳动来完成。

圖2—15所示者为最簡單的两园柱形摩擦輪机构，2輪和3輪分别装于主动軸和从动軸上，两輪互相接触，藉两輪間的摩擦力將2輪的等速轉动傳給3輪。如主动軸和从动軸不相互平行而相交成一角度时，可用如圖2—16之园錐摩擦輪来傳动。圖2—17所示者为园盤摩擦輪之无級变速装置，园盤3装于A軸上，并与可沿B軸移动之滚子2相接触。当园盤作等速运动时，由于滚子2在軸向移动的結果，可使B軸得到不同的角速度。摩擦輪机构系藉两輪間摩擦力来傳遞运动，但当負荷过重超过摩擦力所能胜任时，接触面就要产生滑动，使角速度不能保持一定，甚至不能傳动。虽然摩擦力可用增加徑向压力来增大，但增加徑向压力，势必使輪面間的接触应力以及軸承間的摩擦力增大。为了傳遞較大的載荷而使角速度保持一定，可在輪緣上切削成牙齿的形狀，使其互相嚙合来傳遞运动，如圖2—18所示，这种机构称为齿輪机

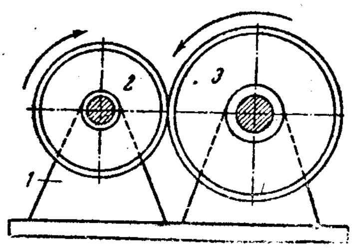

圖 2—15

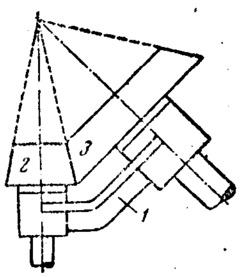

圖 2—16

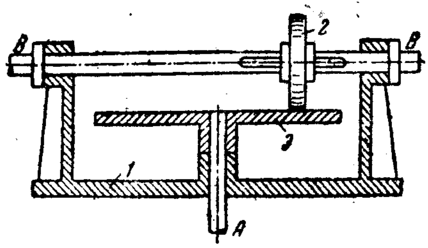

圖 2—17

构。圖 2—18 为两园柱齿輪的嚙合，用以傳遞两平行軸間之等速轉动。圖 2—19 所示者为齿輪和齿条的嚙合，用以傳遞移动。圖 2—20 所示的为两园錐齿輪的嚙合，用以傳遞两相交軸間的等速轉动。圖 2—21 为傳遞两垂直而不相交軸間之轉动的蝸輪傳动。輪 2 称为蝸桿，輪 3 称为蝸輪。

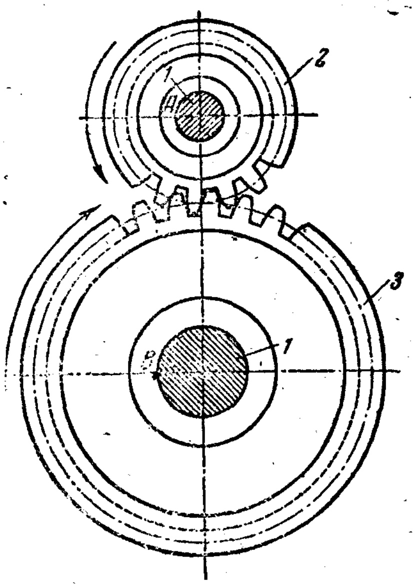

圖 2—18

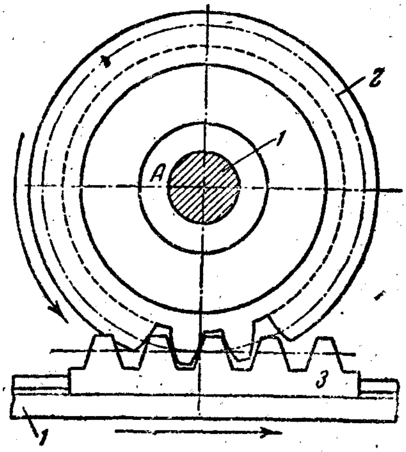

圖 2—19

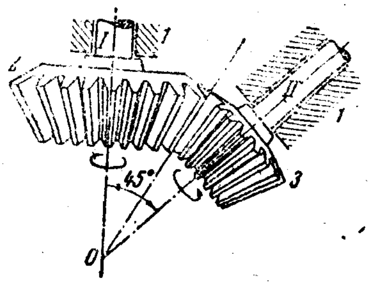

圖 2—20

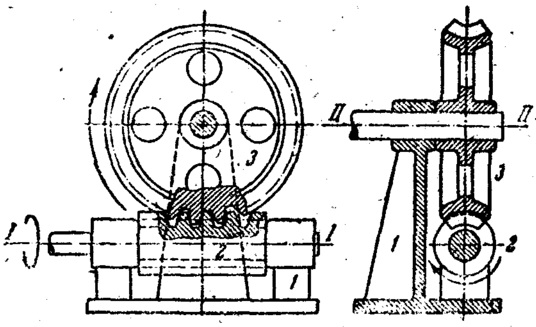

圖 2—21

§2—4　撓性桿机构

迴轉运动的傳遞，也可用撓性桿来完成。如圖 2—22 所示，在 2 輪及 3 輪上圍以撓性桿如帶、繩、鏈等，由于撓性桿和輪間的摩擦力使 2 輪的运动傳与 3 輪，此时 2 輪与

3 輪的轉向相同。如撓性桿圍在輪上的形式如圖 2—23所示，則兩輪之轉向相反。

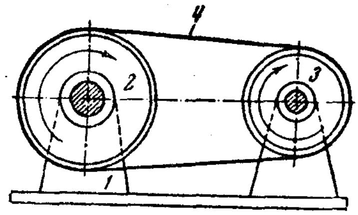

圖 2—22

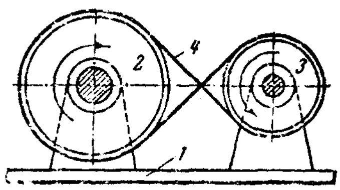

圖 2—23

第三章　平面机構的运动分析——速度、加速度的分析

§3—1　研究机构运动分析的目的和方法

机构的运动分析是用圖解法或分析法求机构构件上各点的位移、速度和加速度；以及机构构件的位置、角速度和角加速度。当設計一种机械时，我們必須知道关于它的机构运动的这些資料。例如，为了确定某一构件的动程或为了确定机壳的輪廓，以及为了避免一运动构件与其他构件互相碰撞等原因，則必須决定机构上某些点的运动軌跡。在圖3—1 所示的V形飞机发动机簡圖中，为了确定副活塞E的动程，則必須先画出副連桿的連接点D的軌跡。又为了确定机壳的輪廓，则必須先知主連桿BC各端点的軌跡。机壳的大小与形狀必須适当，俾使发动机工作时，連桿能自由运动而不触及发动机的四壁。

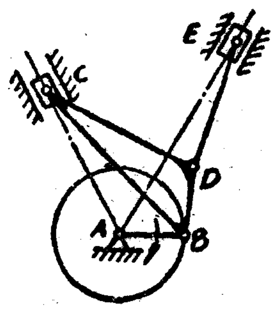

圖 3—1

为了确定机械工作的条件，往往要求决定机构构件上各点的速度。例如在应用导桿机构的牛头刨床中，必須知道影响刀具寿命的冲桿速度的变化規律。又当决定机构各点的加速度时，也必須先知道各点的速度。除此之外，在某些情况下，为了机构的力的分析，也往往要先作出其速度圖解。

对于高速的机械或笨重的机械，其构件的慣性力常常极大。例如飞机发动机的活塞重2.5公斤，其曲柄长度 $r=0.12$ 米，連桿长度 $\ell=0.39$ 米，曲柄轉軸每分鐘轉 2,000 轉，則活塞的最大加速度 $a=6900$ 米/秒^2。其慣性力 $P_u=6{,}900\times\frac{2.5}{9.81}=1{,}760$ 公斤。換句話說，即重2.5公斤的活塞，其慣性力几乎达到两公吨。因此在强度設計时必須考虑到这些。但欲决定慣性力的大小和方向，則必須知其加速度的大小和方向。此外，当机械运轉时，其构件上各点的加速度随机构的位置而时时变更。因此为了确定其最大的慣性力，則必須知其加速度变化的規律。換句話說，即应作出其加速度圖（a—t 圖或 a—s 圖）。同理，为了决定机构某点的最大速度，那么，也必須作出其速度圖（V—t 圖或 V—s 圖）。

除了上述目的以外，研究机构的运动分析又往往有助于机构的綜合。

研究机构运动分析的方法不外圖解法和分析法两种，前者又可分为瞬时中心法、相对运动法和線圖法。

本章专研究圖解法中的相对运动法以求机构构件上各点的速度和加速度。

§3—2 相对运动法求机构各點速度及加速度的原理

（一）同一物体上两点的速度和加速度

由理論力学可知当一剛体作平面平行运动时，其运动可以視为是整个剛体随其上任选的一点（如A点）的牽連移动和該剛体繞这点的相对轉动所組成，因此其任一点B的速度 V_B 等于另一点A的速度 V_A与B点对于点A的相对速度 V_{BA} 的向量和；即

$$\overline{V_B}=\overline{V_A}+\overline{V_{BA}}$$

式中 V_{BA} 的大小等于該剛体的角速度 ω 与 AB 两点間的距离 ℓ_{AB} 的乘积， 即 $V_{BA}=\omega\ell_{AB}$，而其方向則与該两点的連線（即 AB 線）相垂直。又 V_{BA} 的指向与 ω 的廻轉方向相一致。

同样自理論力学得知当一剛体作平面运动时，其任一点B的加速度 a_B 等于另一点A的加速度 a_A 与B点对于点A的相对加速度 a_{BA} 的向量和，即

$$\overline{a_B}=\overline{a_A}+\overline{a_{BA}}=\overline{a_A}+\overline{a^n_{BA}}+\overline{a^t_{BA}}。$$

式中 a_{BA} 为B点对于A点的相对法向加速度(或向心加速度）而 a^t_{BA} 为B点对于A点的相对切向加速度。如圖 3—2 所示，設 ω 和 ε 各为剛体的角速度和角加速度，ℓ_{AB} 为A、B两点間的实际距离，V_{BA} 为 B 点对于A点的相对速度及 θ 为 a_{BA} 与 A B連線間的夾角，那么

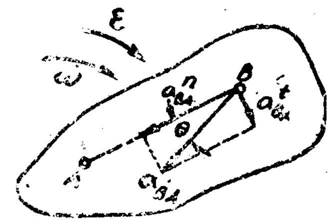

圖 3—2

$$a^n_{BA}=\ell_{AB}\omega^2=\frac{V^2_{BA}}{\ell_{AB}},\ a^t_{BA}=\ell_{AB}\varepsilon,$$

而 $\overline{a_{BA}}=\overline{a^n_{BA}}+\overline{a^t_{BA}}=\sqrt{(a^n_{BA})^2+(a^t_{BA})^2}=\ell_{AB}\sqrt{\omega^4+\varepsilon^2}$，

$$\mathrm{tg}\,\theta=\frac{a^t_{BA}}{a^n_{BA}}=\frac{\varepsilon}{\omega^2}。$$

a^n_{BA} 的方向为自B点指向A点。a^t_{BA} 的方向与 AB 垂直；其指向与 ε 的方向相一致。θ 角为一剛体上任意两点的相对加速度与該两点連線間的夾角，对同一剛体上所有两点間的相对加速度来說为一定值。因为任一剛体僅有一个 ω 与 ε 值。

（二）重合点的速度和加速度

（1） 重合点的速度

由理論力学知，动点的速度是动点所在点（在动座标上与动点相重合的一点）的速度（牽連速度）与相对速度之向量和。

即如圖 3—3 所示。物体 2 本身在运动；物体 1 在物体 2 上运动。物体 1 上的A点相对于在物体 2 上的运动軌跡为 aa。

A_1、A_2 为物体 1 和物体 2 的重合点。

則 $$\overline{V_{A1}}=\overline{V_{A2}}+V_{A1A2}。$$

V_{A1}：物体 1 上A点的絕对速度。

V_{A2}：物体 2 上A点的絕对速度，即为牽連速度。

V_{A1A2}：相对速度，即将物体 2 視为固定，物体 1 上的A点对物体 2 上A点的相对速度。其方向必定与 $\alpha\alpha$ 軌跡相切。

（2） 重合点的加速度

如圖 3—4 所示，由理論力学知滑塊 1 的A点在物体 2 上沿 $\alpha\alpha$ 軌跡运动；則滑塊 1 上

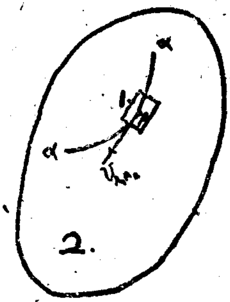

圖 3—3

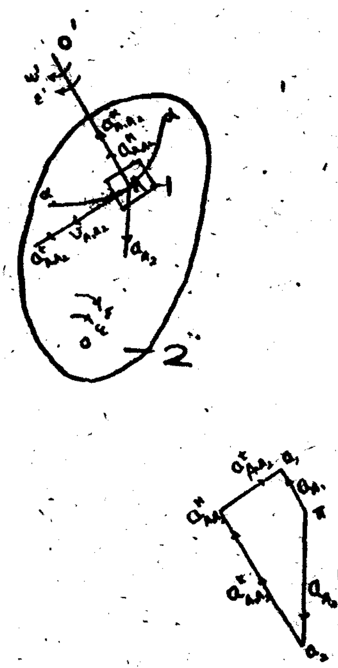

圖 3—4

的A点可看作为在瞬时沿曲率中心 O' 以 ω' 的角速度和 ε' 的角加速度的轉动，物体 2 本身以 ω 的角速度和 ε 的角加速度沿定軸O作轉动，因为物体的轉动，使滑塊 1 对于物体 2 的相对速度 V_{A1A2} 时时改变方向。又因为滑塊 1 在物体 2 上运动，故其牽連速度的大小得到一些增減。由于这两速度的改变，便产生了一种附加的加速度叫做廻轉加速度或哥里奥里斯加速度（簡称哥氏加速度）。

哥氏加速度的大小等于滑塊 1 对于物体 2 的相对速度 V_{A1A2} 与物体 2 的角速度 ω 之二倍，即

$$a^{K}_{A1A2}=2V_{A1A2}\omega。$$

A_1、A_2 为滑塊 1 与物体 2 互相重合的两点。

哥氏加速度的方向为將相对速度 V_{A1A2} 沿 2 物体的角速度 ω 的方向轉过 $90°$，如圖 3—4 所示。因此由哥氏定理可知，当牽連运动有轉动时，滑塊 1 上A点的絕对加速度 a_{A1} 等于牽連加速度 a_{A2}，哥氏加速度 a^{K}_{A1A2} 与相对加速度 a_{A1A2} 三者的向量和。

如以方程式表之即 $\overline{a}_{A1}=\overline{a}_{A2}+\overline{a}^{K}_{A1A2}+\overline{a}_{A1A2}$。

(a) 牽連加速度 a_{A2}——即將滑塊 1 視为固定在物体 2 上时滑塊 1 所具有的加速度。

(б) 哥氏加速度 a^{K}_{A1A2} 如前如述。

(в) 相对加速度 a_{A1A2}——即將物体 2 視为固定时滑塊 1 所具有的加速度。因为滑塊 1 沿 $\alpha\alpha$ 軌跡运动，所以 $\overline{a}_{A1A2}=\overline{a}^{n}_{A1A2}+\overline{a}^{t}_{A1A2}$。

a^n_{A1A2}——相对法向加速度其大小为$\frac{V^2_{A1A2}}{\rho}$，方向指向瞬时曲率中心 O′。

ρ：曲率半徑

a^t_{A1A2}——相对切向加速度其大小为 $\rho\cdot\varepsilon'$，方向切于軌跡 aa 与 ε' 指向相同。

如运动軌跡 aa 为直線时，则 $a^n_{A1A2}=0$；$a_{A1A2}=a^t_{A1A2}$。其方法为物体沿直線运动的方向。

如圖 3—4 所示，假設已知 a_{A2} 的大小和方向以及 ω、ω'、ε'、ℓ_{OA}，$\ell_{O'A}$，则上述向量方程式僅 a_{A1} 向量的大小和方向为未知，可用向量圖解法解之。

任取一点称为极点作 a_{A2} 的加速度向量，然后再經此向量之末端作 a^K_{A1A2}、a^n_{A1A2} 及 a^t_{A1A2} 的向量，则連 πa_1 其为所求之 a_{A1} 的向量。

作圖中应注意的，一般 a^k_{A1A2} 及 a^n_{A1A2} 方向大小全为已知的，所以在作圖中一般先加这两个向量，a^t_{A1A2}，a_{A1} 一般为已知方向而不知大小，所以后作此两向量的方向線。

（三）相对运动法原理的运用

(a) 鉸鏈机构。如圖3—5所示，設曲柄 OA 以 ω 等速轉动，今欲求C点的速度 V_C 和加速度 a_C。因A、B、C三点均为 3 桿上之点，故可用上述同一物体上两点的速度和加速度的原理求之。

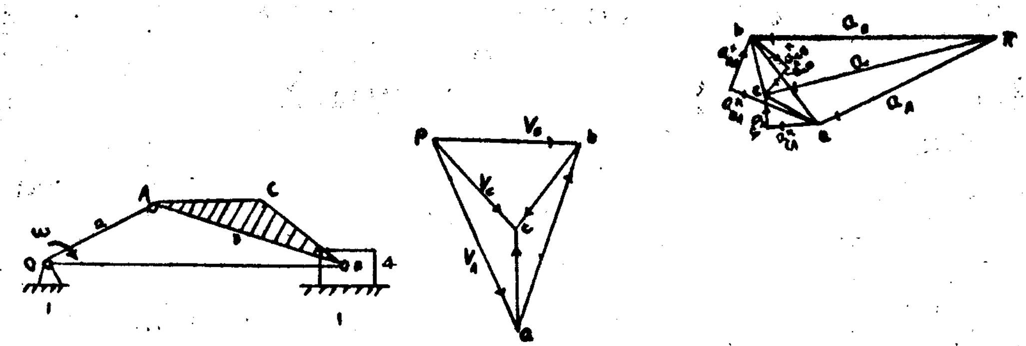

圖 3—5

解：	V_C	=	V_A	+	V_{CA}	(1)
大小	×		OA·ω		×	
方向	×		⊥OA		⊥CA	
	V_C	=	V_B	+	V_{CB}	(2)
大小	×		×		×	
方向	×		//OB		⊥CB	

註：上列方程式中×表示未知数；∨表已知，⊥表垂直符号；//表平行符号。以下方程不另註。

(1)，(2)二向量方程式均有二个以上未知数故不可解。