国家电工电子教学基地系列教材

信号与系统典型题解

◎ 李学桂　向国菊　董介春　编著

清华大学出版社
http://www.tup.tsinghua.edu.cn
北京交通大学出版社
http://press.bjtu.edu.cn

国家电工电子教学基地系列教材

信号与系统典型题解

李学桂　向国菊　董介春　编著

清华大学出版社
北京交通大学出版社
·北京·

内容简介

本书是高等院校理工科“信号与系统”课程的辅导教材。全书共分为9章:信号与系统的基本概念,连续时间系统的时域分析,傅里叶变换,拉普拉斯变换、连续时间系统的 s 域分析,傅里叶变换应用于通信系统——滤波、调制与抽样,信号与系统分析的MATLAB实现,离散时间系统的时域分析,z 变换、离散时间系统的 z 域分析,系统的状态变量分析。每章内容包括基本要求、公式摘要、题型分类及详解。正文部分共收入题目197个。附录部分包含4份硕士研究生入学考试“信号与系统试题”及参考解答和两份模拟试题。

本书可供大学本、专科学生作为学习“信号与系统”课程的参考书,特别适合于报考硕士研究生的人员使用,也可供教师及工科技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统典型题解 / 李学桂,向国菊,董介春编著. —北京:清华大学出版社;北京交通大学出版社,2004.8

(国家电工电子教学基地系列教材)

ISBN 7-81082-301-9

Ⅰ. 信… Ⅱ. ①李… ②向… ③董… Ⅲ. 信号系统-高等学校-解题 Ⅳ. TN911.6-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第033915号

责任编辑:韩 乐 特邀编辑:侯会乔
出 版 者:清华大学出版社 邮编:100084 电话:010-62776969
北京交通大学出版社 邮编:100044 电话:010-51686045,62237564
印 刷 者:北京东光印刷厂
发 行 者:新华书店总店北京发行所
开 本:185×230 印张:17.25 字数:386千字
版 次:2004年8月第1版 2004年8月第1次印刷
书 号:ISBN 7-81082-301-9/TN·22
印 数:1~5000册 定价:25.00元

前　　言

人类社会已经跨入了信息时代，掌握信息科学技术是当今电气信息类专业学生的重要任务。“信号与系统”就是研究信号经系统传输和处理的一般规律的课程，是进一步学习信息科学技术的基础。

“信号与系统”课程的特点是：内容深、知识面广，涉及的数学知识较多，涵盖了“高等数学”、“工程数学”所学的内容。由于大学低年级学生对于实际的通信系统、控制系统等了解甚少，应用数学工具来对它们作一些分析研究就显得很抽象，不易理解。

针对学生学习“信号与系统”课程中的难点，结合多年教学实践，编撰成本书。为了引导学生学会运用数学工具来分析典型的物理问题，本书在内容上以习题解析为主。书中正文部分共收入197个题目，从易到难进行分类编排，对所有题目都给出了解析过程，对一些典型题目还给出了多种解法，对应用类题目的应用背景均作了简单介绍。另外本书还特别编入了第6章“信号与系统分析的MATLAB实现”，引导学生利用计算机对信号与系统进行形象、直观的分析与仿真，从而大大提高学习效果。

本书以原国家教委颁布的高等工业学校《信号与系统课程教学基本要求》为依据，兼顾信息技术的新发展和计算机辅助教学的需要，吸取了国内多种教材的精华，并收录了不少硕士研究生入学考试试题。本书不仅是一本本科生学习“信号与系统”的辅导教材，更是一本报考硕士研究生的参考书，也可供教师及工科技术人员参考。

限于水平，书中必有不妥之处，渴望读者不吝指正。

编　者

2004年8月

目　　录

第 1 章　信号与系统的基本概念

1.1　基本要求

1．了解信号与系统的基本概念与定义，信号与系统的关系；

2．了解信号的分类及时域描述方法，掌握常用信号 $\delta(t)$、$U(t)$、$\sin(\omega t+\theta)$、$e^{\alpha t}$（α 为实数）、e^{st}（$s=\sigma+j\omega$）、$Sa(t)$、$sgn(t)$的特点、性质，能画出它们的波形图；

3．了解信号的时域分解方法与信号的基本运算方法，掌握信号的波形变换[包括压缩、扩展、移位、反褶（倒置）、比例改变等]；

4．了解系统的分类及描述系统的方法，了解连续时间系统的数学模型及方框图模型；

5．了解系统的线性、时不变性、因果性和可逆性，初步学会相应的判断方法。

1.2　公式摘要

1.2.1　基本信号的定义

1．单位阶跃信号：

$$U(t)=\begin{cases}1, & t>0\\ 0, & t<0\end{cases}$$

2．符号函数：

$$\operatorname{sgn}(t)=\begin{cases}1, & t>0\\ -1, & t<0\end{cases}$$

3．冲激函数 $\delta(t)$的定义：

$$\begin{cases}\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=1\\ \delta(t)=0, \quad t\neq 0\end{cases}$$

或用“分配函数”定义：

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\varphi(t)\mathrm{d}t=\varphi(0)$$，其中 $\varphi(t)$为检试函数（检验函数）

4．抽样信号：

$$Sa(t)=\frac{\sin(t)}{t}$$

5．冲激偶信号：

$$\delta'(t)=\frac{\mathrm{d}\delta(t)}{\mathrm{d}t}$$

或用“分配函数”定义： $\int_{-\infty}^{\infty}\delta'(t)\varphi(t)\mathrm{d}t = -\varphi'(0)$

1.2.2 冲激函数 $\delta(t)$ 的性质

1. 与普通函数相乘： $f(t)\delta(t)=f(0)\delta(t)$
2. 抽样性： $\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)f(t)\mathrm{d}t = f(0)$
3. $\delta(t)$ 是偶函数： $\delta(-t)=\delta(t)$
4. 与阶跃函数的关系： $\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau = U(t)$,

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}U(t)=\delta(t)$$

5. 与冲激偶函数的关系： $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\delta(t)=\delta'(t)$
6. 尺度变换： $\delta(at)=\frac{1}{|a|}\delta(t)$
7. 卷积运算： $f(t)*\delta(t)=f(t)$,

$$f(t)*\delta(t-t_1)=f(t-t_1),$$

$$\delta(t-t_1)*\delta(t-t_2)=\delta(t-t_1-t_2)$$

1.2.3 冲激偶 $\delta'(t)$ 的基本性质

1. $\delta'(t)$ 是奇函数： $\delta'(-t)=-\delta'(t)$
2. 与普通函数相乘： $f(t)\delta'(t)=f(0)\delta'(t)-f'(0)\delta(t)$
3. 尺度变换： $\delta'(at)=\frac{1}{|a|}\frac{1}{a}\delta'(t)$
4. 卷积运算： $f(t)*\delta'(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f(t)$
5. 积分： $\int_{-\infty}^{t}\delta'(\tau)\mathrm{d}\tau = \delta(t)$,

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta'(t)\mathrm{d}t = 0,$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta'(t)f(t)\mathrm{d}t = -f'(0)$$

1.2.4 信号的时域分解

1. 直流分量与交流分量： $f(t)=f_{\mathrm{D}}+f_{\mathrm{A}}(t)$
2. 偶分量与奇分量： $f(t)=f_{\mathrm{e}}(t)+f_{\mathrm{o}}(t)$

其中偶分量 $f_{\mathrm{e}}(t)=\frac{1}{2}[f(t)+f(-t)]$，奇分量 $f_{\mathrm{o}}(t)=\frac{1}{2}[f(t)-f(-t)]$

3．脉冲分量：

(1)
$$f(t)=\lim_{\Delta t_1\to 0}\sum_{t_1=-\infty}^{\infty}f(t_1)\frac{[U(t-t_1)-U(t-t_1-\Delta t_1)]}{\Delta t_1}\Delta t_1=$$
$$\lim_{\Delta t_1\to 0}\sum_{t_1=-\infty}^{\infty}f(t_1)\delta(t-t_1)\Delta t_1=$$
$$\int_{-\infty}^{\infty}f(t_1)\delta(t-t_1)\mathrm{d}t_1=$$
$$\int_{-\infty}^{\infty}f(\tau)\delta(t-\tau)\mathrm{d}\tau$$

(2)
$$f(t)U(t)=f(0)U(t)+\int_{0_+}^{\infty}\frac{\mathrm{d}f(t_1)}{\mathrm{d}t_1}U(t-t_1)\mathrm{d}t_1=$$
$$\int_{0_-}^{\infty}\frac{\mathrm{d}f(\tau)}{\mathrm{d}\tau}U(t-\tau)\mathrm{d}\tau$$

1.2.5 线性时不变因果特性

若线性时不变因果系统的激励信号为 $e(t)$，响应为 $r(t)$，则该系统具有下列特性。

1．叠加性与齐次性： $ae_1(t)+be_2(t)\to ar_1(t)+br_2(t)$

2．时不变特性： $e(t-t_0)\to r(t-t_0)$

3．微分特性： $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}e(t)\to\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}r(t)$

4．积分特性： $\int_0^t e(\tau)\mathrm{d}\tau\to\int_0^t r(\tau)\mathrm{d}\tau$

5．因果性：若 $t<t_0$ 时 $e(t)=0$，则 $t<t_0$ 时 $r(t)=0$

1.3 题型分类及详解

- 信号与波形(题 1-1～题 1-3)；
- 周期信号与非周期信号，功率信号与能量信号(题 1-4～题 1-6)；
- 信号的运算与分解(题 1-7～题 1-9)；
- 奇异信号(题 1-10)；
- 系统的数学模型与方框图模型表示(题 1-11)；
- 系统的线性、时不变性、因果性和可逆性(题 1-12～题 1-17)。

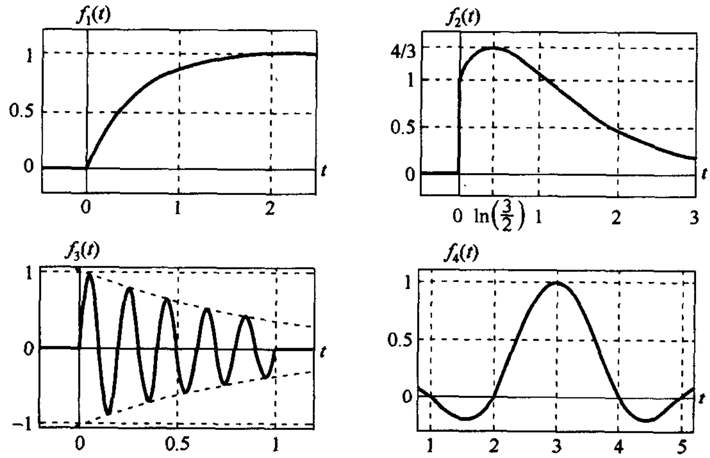
题 1-1 粗略绘出下列各函数式表示的信号波形。

(1) $f_1(t)=(1-\mathrm{e}^{-2t})U(t)$ (2) $f_2(t)=(4\mathrm{e}^{-t}-3\mathrm{e}^{-2t})U(t)$

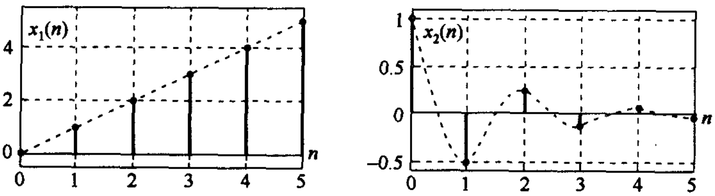
(3) $f_3(t)=\mathrm{e}^{-t}\sin(10\pi t)[U(t)-U(t-1)]$ (4) $f_4(t)=\frac{\sin[\pi(t-3)]}{\pi(t-3)}$

(5) $x_1(n)=n, n\geqslant 0$ 取整数　　　　(6) $x_2(n)=(-2)^{-n}, n\geqslant 0$ 取整数

解：$f_1(t)\sim f_4(t)$波形如题图 1-1(a)所示，$x_1(n)\sim x_2(n)$波形如题图 1-1(b)所示。信号波形形象直观地表示出信号的时域特性，因此应掌握画信号波形的方法。粗略画波形应能够清晰地反映出函数的变化规律，为此应适当选择横、纵坐标，确定每个波形的幅度、极大值、极小值等特征数值，然后在图上标示。如 $f_1(t)$的最小值为 $f_1(0)=0$，最大值为 $f_1(\infty)=1$，$f_1(t)$按指数规律单调上升，当 $\mathrm{e}^{-2t}=\mathrm{e}^{-4}$时可视为达到最大值，据此确定纵坐标变化范围取 0～1.2，横坐标取 0～2.5。



题图 1-1(a)



题图 1-1(b)

对 $f_2(t)$，先根据两个指数函数的不同衰减速率判断出有一极大值，并大致估算出位置，解法如下：

令
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(4\mathrm{e}^{-t}-3\mathrm{e}^{-2t})=0 \Rightarrow \mathrm{e}^{-t}=\frac{2}{3} \Rightarrow t=\ln\left(\frac{3}{2}\right)\approx 0.4。$$

对 $f_3(t)$，注意它是个衰减正弦波且只在 0～1 区间内不为 0，而在这一区间内 $\sin(10\pi t)$变化了五个周期。

$f_4(t)$是个延迟的抽样函数，应先确定其最大值及其出现位置和最大值附近两个零点的位置，再画图。

$x_1(n)$和 $x_2(n)$是两个离散时间信号，本来可用一个一个的点表示它们的取值，但为了清晰，一般采用线段表示；为了表示出离散值的变化规律，还可将其包络用虚线画出来。

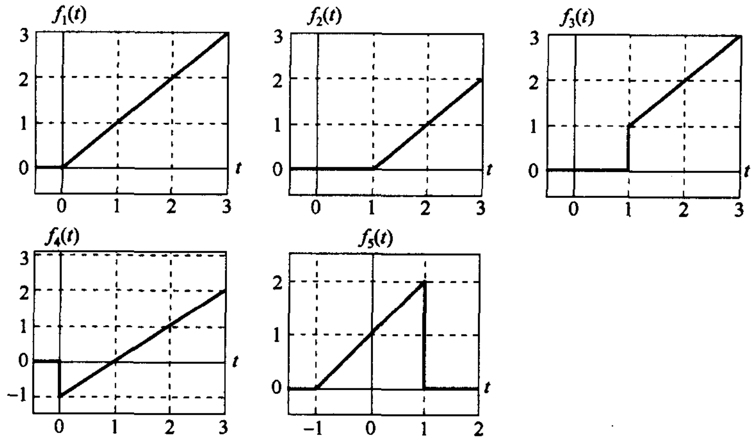
题 1-2　绘出下列信号的波形，并注意它们的区别。

(1) $f_1(t)=tU(t)$　　(2) $f_2(t)=(t-1)U(t-1)$

(3) $f_3(t)=tU(t-1)$　　(4) $f_4(t)=(t-1)U(t)$

(5) $f_5(t)=(t+1)[U(t+1)-U(t-1)]$

解：本题在于正确地运用阶跃函数来界定信号及了解信号延时的概念，画出各信号波形如题图 1-2 所示。注意 $f_2(t)$是 $f_1(t)$的延时，$f_2(t)=f_1(t-1)$。$f_3(t)$是截取了 $f_1(t)$的一部分，$f_3(t)\neq f_2(t-1)$。



题图 1-2

题 1-3　画出下列各复合函数的波形。

(1) $f_1(t)=U(t^2-4)$　　(2) $f_2(t)=\mathrm{sgn}(t^2-1)$　　(3) $f_3(t)=\mathrm{sgn}[\cos(\pi t)]$

解：本题是 $U(t)$、$\mathrm{sgn}(t)$的复合函数，要画出波形，应先按 $U(t)$、$\mathrm{sgn}(t)$的基本定义推导出其复合函数的取值，再画图。画出的波形如题图 1-3 所示。

$$f_1(t)=U(t^2-4)=\begin{cases}1, & t^2-4>0\\0, & t^2-4<0\end{cases}\Rightarrow U(t^2-4)=\begin{cases}1, & |t|>2\\0, & |t|<2\end{cases}$$

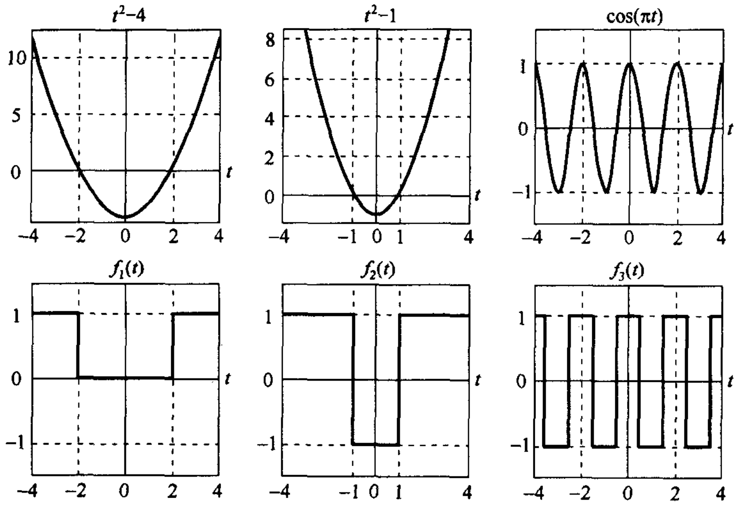
$$f_2(t)=\mathrm{sgn}(t^2-1)=\begin{cases}1, & t^2-1>0\\-1, & t^2-1<0\end{cases}\Rightarrow \mathrm{sgn}(t^2-1)=\begin{cases}1, & |t|>1\\-1, & |t|<1\end{cases}$$

对 $f_3(t)$，可先画出 $\cos(\pi t)$的变化规律，再按符号函数定义求出 $\mathrm{sgn}[\cos(\pi t)]$之值，可见它们均为周期为 2 的周期函数。

题 1-4　说明下列信号是周期信号还是非周期信号，若是周期信号，求其周期。

(1) $f_1(t)=a\sin(3t)+b\sin(8t)$　　(2) $f_2(t)=a\sin(\pi t)+b\sin(8t)$

(3) $f_3(t)=a\sin(3t)U(t)$　　(4) $f_4(t)=[a\sin(3t)]^2$



题图 1-3

解:$f_1(t)$和 $f_4(t)$是周期信号,$f_2(t)$和 $f_3(t)$是非周期信号。

(1) $f_1(t)$中,$a\sin(3t)$的周期为 $T_a=2\pi/3$,$b\sin(8t)$的周期为 $T_b=\pi/4$,T_a、T_b 的最小公倍数即为 $f_1(t)$的周期 $T_1=2\pi$;或者用角频率来求,$a\sin(3t)$的角频率为 $\omega_a=3$,$b\sin(8t)$的角频率为 $\omega_b=8$,二者的最大公约数即为 $f_1(t)$的角频率 $\omega_1=1$,则 $f_1(t)$的周期 $T_1=2\pi/\omega_1=2\pi$。

(2) $f_2(t)$中,$a\sin(\pi t)$的周期为 $T_a=2$,$b\sin(8t)$的周期为 $T_b=\pi/4$,二者无最小公倍数,即无公共周期存在,故 $f_2(t)$为非周期信号。

(3) $f_3(t)$在 $t<0$ 时为 0,故不是周期信号。

(4) $f_4(t)=[a\sin(3t)]^2=a^2\times\dfrac{1-\cos(6t)}{2}=\dfrac{a^2}{2}-\dfrac{a^2}{2}\times\cos(6t)$,其角频率 $\omega_4=6$,周期 $T_4=2\pi/\omega_4=\pi/3$。

题 1-5 判断下列信号哪些是能量信号,哪些是功率信号,并计算它们的能量或平均功率。

(1) $f_1(t)=4\sin(10\pi t)U(t)$　　(2) $f_2(t)=8e^{-4t}U(t)$

(3) $f_3(t)=20e^{-10|t|}\cos(\pi t)$　　(4) $f_4(t)=5\cos(2\pi t)+10\sin(3\pi t)$

解:信号 $f(t)$的归一化能量(简称为信号的能量)定义为信号电压(或电流)加到 1Ω 电阻上所消耗的能量,以 E 表示,$E=\int_{-\infty}^{\infty}|f(t)|^2\mathrm{d}t$。若 $f(t)$为实函数,则 $E=\int_{-\infty}^{\infty}f^2(t)\mathrm{d}t$。信号的能量 E 为有限值的信号称为能量有限信号或简称为能量信号。

信号 $f(t)$的平均功率(或简称功率)定义为信号电压(或电流)加到 1Ω 电阻上所消耗的功率,以 P 表示,$P=\lim\limits_{T\to\infty}\left[\dfrac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}|f(t)|^2\mathrm{d}t\right]$。信号功率 P 为有限值(但不为 0)的信号称为

功率有限信号或简称为功率信号。

例如单个矩形脉冲信号为能量信号,而周期信号为功率信号。还有些增长速度很快的信号既不属于能量信号也不属于功率信号,如 $f(t)=e^t$。

根据以上定义可知,$f_1(t)$和 $f_4(t)$是功率信号, $f_2(t)$和 $f_3(t)$是能量信号。

(1) $f_1(t)$的功率为正弦周期信号 $4\sin(10\pi t)$的功率的一半,计算过程如下:

$$P_1 = \lim_{T\to\infty}\left\{\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}[4\sin(10\pi t)U(t)]^2 dt\right\} = \lim_{T\to\infty}\left\{\frac{1}{T}\int_{0}^{\frac{T}{2}}[4\sin(10\pi t)]^2 dt\right\} =$$

$$\frac{1}{2}\lim_{T\to\infty}\left\{\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}[4\sin(10\pi t)]^2 dt\right\} = \frac{1}{2}\times\left(\frac{4}{\sqrt{2}}\right)^2 = 4\text{W}$$

(2) $f_2(t)$的能量　$E_2 = \int_{-\infty}^{\infty}[8e^{-4t}U(t)]^2 dt = \int_0^{\infty}(8e^{-4t})^2 dt = 64\int_0^{\infty}e^{-8t}dt = 8\text{J}$

(3) $f_3(t)$的能量　$E_3 = \int_{-\infty}^{\infty}[20e^{-10|t|}\cos(\pi t)]^2 dt = 2\int_0^{\infty}[20e^{-10t}\cos(\pi t)]^2 dt =$

$$400\int_0^{\infty}e^{-20t}dt + 400\int_0^{\infty}e^{-20t}\cos(2\pi t)dt =$$

$$-20e^{-20t}\Big|_0^{\infty} + 400\times\frac{20}{(-20)^2+4\pi^2} = 20 + 18.2 = 38.2\text{J}$$

(4) $f_4(t)$是个周期信号,其功率为各次谐波功率之和,$P_4=\left(\frac{5}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\frac{10}{\sqrt{2}}\right)^2=62.5\text{W}$

题 1-6　判断下列论述是否正确?为什么?

(1) 两个周期信号之和仍为周期信号;

(2) 非周期信号一定是能量信号;

(3) 能量信号一定是非周期信号;

(4) 两个功率信号之和仍为功率信号;

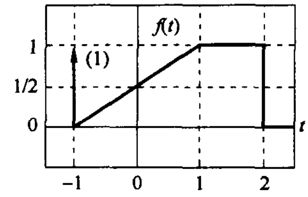
(5) 两个功率信号之积仍为功率信号;

(6) 能量信号与功率信号之积为能量信号;

(7) 随机信号必然为非周期信号。

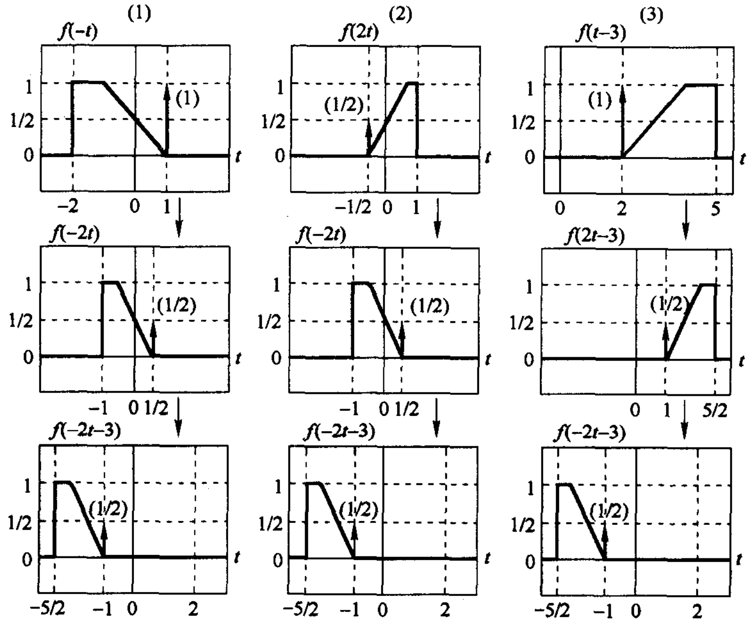
解:说法(3)、(6)、(7)是正确的,其他均不正确。分别举例说明如下:(1)当两个周期信号无公共周期存在时,其和就不再是周期信号,如题 1-4 中 $f_2(t)=a\sin(\pi t)+b\sin(8t)$不是周期信号;(2)非周期信号 $e^{2t}U(t)$不是能量信号(也不是功率信号);(4) 功率信号 $\sin(t)U(t)$和 $\sin(t-\pi)U(t-\pi)$之和等于 $\sin(t)[U(t)-U(t-\pi)]$,变为一个单脉冲信号,不再是功率信号;(5)功率信号 $\sin(t)U(t)$和 $\sin(t)U(\pi-t)$之积等于 $\sin^2(t)[U(t)-U(t-\pi)]$,不再是功率信号。

题 1-7　已知 $f(t)$的波形如题图 1-7(a)所示,画出 $f(-2t-3)$的波形。



题图 1-7(a)

解:此题为对信号进行反褶、压缩及平移运算,解题中这三种运算的顺序可以任意选择,本题给出三种运算顺序:(1)反褶→压缩→平移;(2)压缩→反褶→平移;(3)平移→压缩→反褶;如题图1-7(b)所示。其他情况读者可自行练习。**应当注意上述各种运算都是对独立的 t 变量而言的,同时还应特别注意冲激函数 $\delta(t)$ 的尺度变换特性。**



题图 1-7(b)

题 1-8 绘出下列各信号的波形。

(1) $f_1(t)=[U(t)-U(t-T)]\sin\left(\frac{4\pi}{T}t\right)$

(2) $f_2(t)=\left[U(t)-\frac{1}{2}U(t-T)-\frac{1}{2}U(t-2T)\right]\sin\left(\frac{4\pi}{T}t\right)$

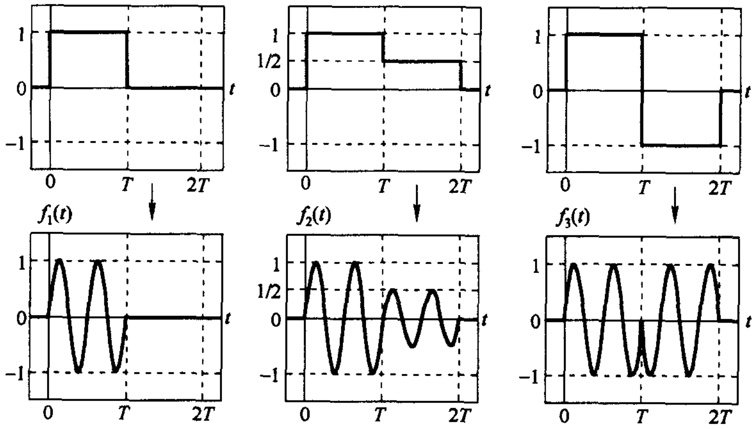
(3) $f_3(t)=[U(t)-2U(t-T)+U(t-2T)]\sin\left(\frac{4\pi}{T}t\right)$

(4) $f_4(t)=\sin(\omega t)\sin(8\omega t)$

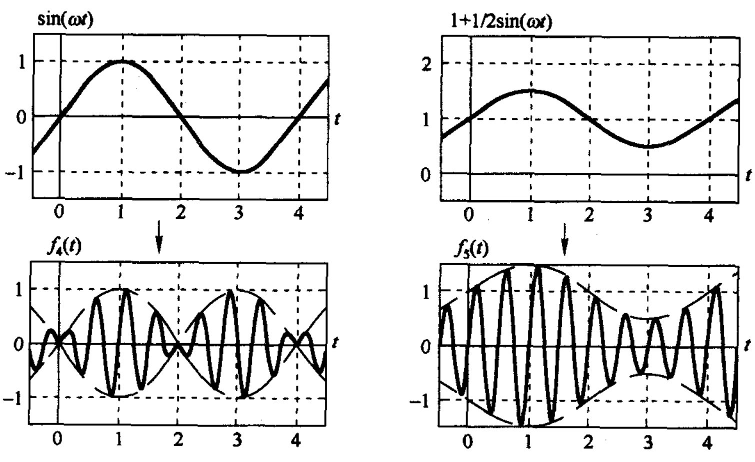
(5) $f_5(t)=\left[1+\frac{1}{2}\sin(\omega t)\right]\sin(8\omega t)$

解:本题为两个信号相乘的运算,$f_4(t)$是两个不同频率正弦波相乘(为抑制载波调幅波),$f_5(t)$是在低频正弦上叠加一直流分量后再与高频正弦相乘(为普通调幅波,详见第5章)。用相乘运算实现调幅,通常要求两个信号频率相差很大,频率低者称为调制信号,频率

高者称为载波信号，相乘结果称为已调信号。所谓调幅是指已调波幅度随调制信号的变化规律而变化。画出 $f_1(t) \sim f_3(t)$ 的波形如题图 1-8(a)所示，$f_4(t) \sim f_5(t)$ 的波形如题图 1-8(b)所示，为清楚起见，将调制信号的波形也画在相应图中。观察 $f_1(t)$、$f_2(t)$ 和 $f_5(t)$ 的波形可以看到，当调制信号始终取正值时，已调波幅度变化规律（称为包络）和调制信号的变化规律相同。同时从 $f_3(t)$ 和 $f_4(t)$ 的波形可以看出，在调制信号的过零点，已调波相位跳变 180°（反相一次），当发生这种情况时已调波包络不再反映调制信号的变化规律。



题图 1-8(a)

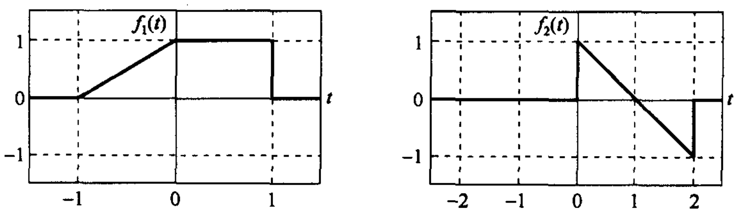


题图 1-8(b)（$\omega = \pi/2$）

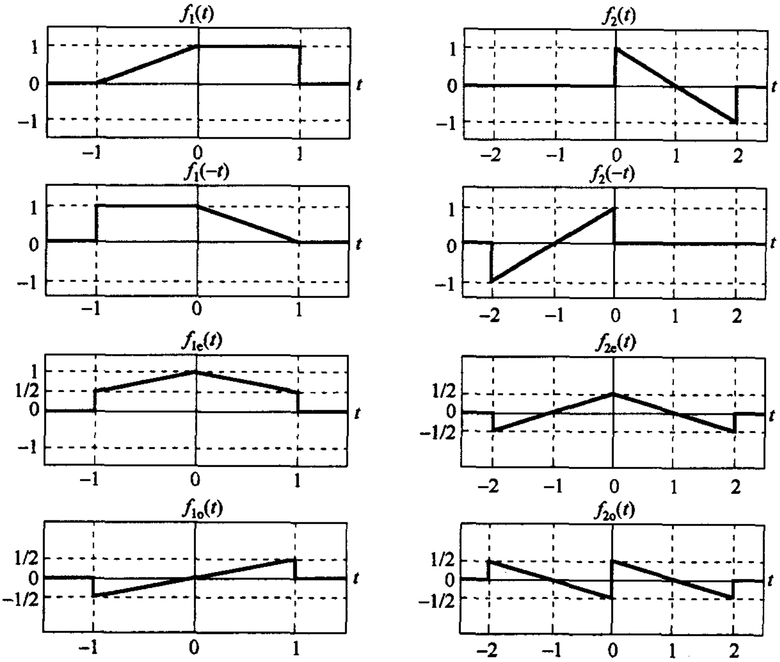
题 1-9　粗略绘出题图 1-9(a)所示波形的偶分量和奇分量。

解：为求函数 $f(t)$ 的偶分量和奇分量，应先求 $f(-t)$，再按定义求 $f_e(t) = \frac{1}{2}[f(t) +$

$f(-t)]$，$f_o(t)=\dfrac{1}{2}[f(t)-f(-t)]$。本题中按此步骤分别求出 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的偶分量和奇分量如题图 1-9(b)所示，观察结果可以发现：$f_{2e}(t)=f_{2o}(t)\mathrm{sgn}(t)$，$f_{2o}(t)=f_{2e}(t)\mathrm{sgn}(t)$，这是因为 $f_2(t)$ 是个单边时间函数（$t<0$ 时 $f_2(t)=0$），而 $f_1(t)$ 的两个分量则无此特点。



题图 1-9(a)



题图 1-9(b)

题 1-10 应用冲激函数的抽样特性求下列表示式的值。

(1) $\int_{-\infty}^{\infty} f(t-t_0)\delta(t)\mathrm{d}t$

(2) $\int_{-\infty}^{\infty} f(t_0-t)\delta(t)\mathrm{d}t$

(3) $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-4)U(t-2)\mathrm{d}t$

(4) $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-4)U(t-5)\mathrm{d}t$

(5) $\int_{-\infty}^{\infty} (\mathrm{e}^{-2t}+t\mathrm{e}^{-t})\delta(t-2)\mathrm{d}t$

(6) $\int_{-\infty}^{\infty} [t+\cos(t)]\delta\left(t+\dfrac{\pi}{4}\right)\mathrm{d}t$