



国家电工电子教学基地系列教材

信号与系统典型题解

© 李学桂 向国菊 董介春 编著



清华大学出版社
<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>



北京交通大学出版社
<http://press.bjtu.edu.cn>



国家电工电子教学基地系列教材

信号与系统典型题解

李学桂 向国菊 董介春 编著

清华大学出版社
北京交通大学出版社

·北京·

内 容 简 介

本书是高等院校理工科“信号与系统”课程的辅导教材。全书共分为9章:信号与系统的基本概念,连续时间系统的时域分析,傅里叶变换,拉普拉斯变换、连续时间系统的 s 域分析,傅里叶变换应用于通信系统——滤波、调制与抽样,信号与系统分析的MATLAB实现,离散时间系统的时域分析, z 变换、离散时间系统的 z 域分析,系统的状态变量分析。每章内容包括基本要求、公式摘要、题型分类及详解。正文部分共收入题目197个。附录部分包含4份硕士研究生入学考试“信号与系统试题”及参考解答和两份模拟试题。

本书可供大学本、专科学生作为学习“信号与系统”课程的参考书,特别适合于报考硕士研究生的人员使用,也可供教师及工科技术人员参考。

版权所有,翻印必究。

本书封面贴有清华大学出版社激光防伪标签,无标签者不得销售。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统典型题解 / 李学桂, 向国菊, 董介春编著. —北京:清华大学出版社;北京交通大学出版社, 2004. 8

(国家电工电子教学基地系列教材)

ISBN 7-81082-301-9

I. 信… II. ①李… ②向… ③董… III. 信号系统 - 高等学校 - 解题
IV. TN911.6-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 033915 号

责任编辑:韩 乐 特邀编辑:侯会乔

出 版 者:清华大学出版社 邮编:100084 电话:010-62776969

北京交通大学出版社 邮编:100044 电话:010-51686045, 62237564

印 刷 者:北京东光印刷厂

发 行 者:新华书店总店北京发行所

开 本:185×230 印张:17.25 字数:386千字

版 次:2004年8月第1版 2004年8月第1次印刷

书 号:ISBN 7-81082-301-9/TN·22

印 数:1~5000册 定价:25.00元

前 言

人类社会已经跨入了信息时代,掌握信息科学技术是当今电气信息类专业学生的重要任务。“信号与系统”就是研究信号经系统传输和处理的一般规律的课程,是进一步学习信息科学技术的基础。

“信号与系统”课程的特点是:内容深、知识面广,涉及的数学知识较多,涵盖了“高等数学”、“工程数学”所学的内容。由于大学低年级学生对于实际的通信系统、控制系统等了解甚少,应用数学工具来对它们作一些分析研究就显得很抽象,不易理解。

针对学生学习“信号与系统”课程中的难点,结合多年教学实践,编撰成本书。为了引导学生学会运用数学工具来分析典型的物理问题,本书在内容上以习题解析为主。书中正文部分共收入 197 个题目,从易到难进行分类编排,对所有题目都给了解析过程,对一些典型题目还给出了多种解法,对应用类题目的应用背景均作了简单介绍。另外本书还特别编入了第 6 章“信号与系统分析的 MATLAB 实现”,引导学生利用计算机对信号与系统进行形象、直观的分析与仿真,从而大大提高学习效果。

本书以原国家教委颁布的高等工业学校《信号与系统课程教学基本要求》为依据,兼顾信息技术的新发展和计算机辅助教学的需要,吸取了国内多种教材的精华,并收录了不少硕士研究生入学考试试题。本书不仅是一本本科生学习“信号与系统”的辅导教材,更是一本报考硕士研究生的参考书,也可供教师及工科技术人员参考。

限于水平,书中必有不妥之处,渴望读者不吝指正。

编 者

2004 年 8 月

目 录

第 1 章 信号与系统的基本概念	1
1.1 基本要求	1
1.2 公式摘要	1
1.2.1 基本信号的定义	1
1.2.2 冲激函数 $\delta(t)$ 的性质	2
1.2.3 冲激偶 $\delta'(t)$ 的基本性质	2
1.2.4 信号的时域分解	2
1.2.5 线性时不变因果特性	3
1.3 题型分类及详解	3
第 2 章 连续时间系统的时域分析	18
2.1 基本要求	18
2.2 公式摘要	18
2.2.1 算子、微分方程的算子符号表示及传输算子,特征方程与特征根	18
2.2.2 由系统特征根列写相应的齐次解或零输入响应	19
2.2.3 激励函数 $e(t)$ 作用于系统产生的特解	19
2.2.4 冲激响应 $h(t)$ 与阶跃响应 $g(t)$	20
2.2.5 卷积	20
2.3 题型分类及详解	21
第 3 章 傅里叶变换	49
3.1 基本要求	49
3.2 公式摘要	49
3.2.1 信号的正交函数分析	49
3.2.2 傅里叶级数	50
3.2.3 傅里叶变换	52
3.3 题型分类及详解	53
第 4 章 拉普拉斯变换、连续时间系统的 s 域分析	86
4.1 基本要求	86
4.2 公式摘要	86
4.2.1 拉氏变换	86
4.2.2 电路元件的 s 域模型	88
4.2.3 系统函数 $H(s)$	88
4.2.4 系统的频响特性 $H(j\omega)$	89

4.2.5 系统稳定性	89
4.3 题型分类及详解	90
第5章 傅里叶变换应用于通信系统——滤波、调制与抽样	124
5.1 基本要求	124
5.2 公式摘要	124
5.2.1 系统的频域分析	124
5.2.2 系统无失真传输条件	124
5.2.3 理想低通滤波器	125
5.2.4 系统物理可实现的条件——因果条件	125
5.2.5 调制与解调制	125
5.2.6 从抽样信号恢复连续时间信号	126
5.3 题型分类及详解	126
第6章 信号与系统分析的 MATLAB 实现	150
6.1 基本要求	150
6.2 题型分类及详解	150
第7章 离散时间系统的时域分析	162
7.1 基本要求	162
7.2 公式摘要	162
7.2.1 离散时间信号及运算	162
7.2.2 离散时间系统	163
7.2.3 基本卷积和公式	164
7.3 题型分类及详解	164
第8章 z 变换、离散时间系统的 z 域分析	185
8.1 基本要求	185
8.2 公式摘要	185
8.2.1 z 变换的定义	185
8.2.2 z 变换的主要性质	186
8.2.3 常用序列的 z 变换	186
8.2.4 系统函数	187
8.2.5 系统稳定条件	187
8.2.6 序列 $x(n)$ 的傅里叶变换 DTFT	187
8.2.7 单边 z 变换与拉氏变换的关系	187
8.3 题型分类及详解	187
第9章 系统的状态变量分析	210
9.1 基本要求	210
9.2 公式摘要	210

9.2.1	信号流图的梅森增益公式	210
9.2.2	连续系统的标准状态方程	211
9.2.3	离散系统的标准状态方程	211
9.2.4	由状态方程导出转移函数矩阵	211
9.2.5	连续系统状态方程的时域解	211
9.2.6	连续系统状态方程的拉氏变换解	211
9.2.7	连续系统的冲激响应	211
9.2.8	矩阵指数(又称状态转移矩阵)	211
9.2.9	特征矩阵和特征方程	212
9.2.10	离散系统状态方程的时域解	212
9.2.11	离散系统状态方程的 z 变换解	212
9.2.12	离散系统的单位样值响应	212
9.2.13	离散系统的状态转移矩阵	212
9.2.14	系统可控制性的充分必要条件	212
9.2.15	系统可观测性的充分必要条件	212
9.3	题型分类及详解	212
附录 A	部分院校(所)硕士研究生入学考试试题及参考解答	234
A.1	东南大学 2003 年硕士研究生入学考试“信号与系统”试题及参考解答	234
A.2	中国科学院电子学研究所 2003 年硕士研究生入学考试“信号与系统” 试题及参考解答	240
A.3	北京邮电大学 2002 年硕士研究生入学考试“电路、信号与系统”试题及 参考解答	248
A.4	上海大学 2002 年硕士研究生入学考试“信号与线性系统”试题及参考解答	254
附录 B	硕士研究生入学考试“信号与系统”模拟试题	262
B.1	模拟试题(一)	262
B.2	模拟试题(二)	264

第 1 章 信号与系统的基本概念

1.1 基本要求

1. 了解信号与系统的基本概念与定义,信号与系统的关系;
2. 了解信号的分类及时域描述方法,掌握常用信号 $\delta(t)$ 、 $U(t)$ 、 $\sin(\omega t + \theta)$ 、 $e^{\alpha t}$ (α 为实数)、 $e^{\sigma + j\omega t}$ 、 $\text{Sa}(t)$ 、 $\text{sgn}(t)$ 的特点、性质,能画出它们的波形图;
3. 了解信号的时域分解方法与信号的基本运算方法,掌握信号的波形变换[包括压缩、扩展、移位、反褶(倒置)、比例改变等];
4. 了解系统的分类及描述系统的方法,了解连续时间系统的数学模型及方框图模型;
5. 了解系统的线性、时不变性、因果性和可逆性,初步学会相应的判断方法。

1.2 公式摘要

1.2.1 基本信号的定义

1. 单位阶跃信号:
$$U(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$
2. 符号函数:
$$\text{sgn}(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ -1, & t < 0 \end{cases}$$
3. 冲激函数 $\delta(t)$ 的定义:

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \\ \delta(t) = 0, \quad t \neq 0 \end{cases}$$

或用“分配函数”定义:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) \varphi(t) dt = \varphi(0), \text{ 其中 } \varphi(t) \text{ 为检试函数(检验函数)}$$

4. 抽样信号:
$$\text{Sa}(t) = \frac{\sin(t)}{t}$$
5. 冲激偶信号:
$$\delta'(t) = \frac{d\delta(t)}{dt}$$

或用“分配函数”定义: $\int_{-\infty}^{\infty} \delta'(t) \varphi(t) dt = -\varphi'(0)$

1.2.2 冲激函数 $\delta(t)$ 的性质

1. 与普通函数相乘: $f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t)$
2. 抽样性: $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)f(t)dt = f(0)$
3. $\delta(t)$ 是偶函数: $\delta(-t) = \delta(t)$
4. 与阶跃函数的关系: $\int_{-\infty}^t \delta(\tau)d\tau = U(t)$,
 $\frac{d}{dt}U(t) = \delta(t)$
5. 与冲激偶函数的关系: $\frac{d}{dt}\delta(t) = \delta'(t)$
6. 尺度变换: $\delta(at) = \frac{1}{|a|}\delta(t)$
7. 卷积运算: $f(t) * \delta(t) = f(t)$,
 $f(t) * \delta(t-t_1) = f(t-t_1)$,
 $\delta(t-t_1) * \delta(t-t_2) = \delta(t-t_1-t_2)$

1.2.3 冲激偶 $\delta'(t)$ 的基本性质

1. $\delta'(t)$ 是奇函数: $\delta'(-t) = -\delta'(t)$
2. 与普通函数相乘: $f(t)\delta'(t) = f(0)\delta'(t) - f'(0)\delta(t)$
3. 尺度变换: $\delta'(at) = \frac{1}{|a|}\frac{1}{a}\delta'(t)$
4. 卷积运算: $f(t) * \delta'(t) = \frac{d}{dt}f(t)$
5. 积分: $\int_{-\infty}^t \delta'(\tau)d\tau = \delta(t)$,
 $\int_{-\infty}^{\infty} \delta'(t)dt = 0$,
 $\int_{-\infty}^{\infty} \delta'(t)f(t)dt = -f'(0)$

1.2.4 信号的时域分解

1. 直流分量与交流分量: $f(t) = f_D + f_A(t)$
2. 偶分量与奇分量: $f(t) = f_e(t) + f_o(t)$

其中偶分量 $f_e(t) = \frac{1}{2}[f(t) + f(-t)]$, 奇分量 $f_o(t) = \frac{1}{2}[f(t) - f(-t)]$

3. 脉冲分量:

$$\begin{aligned}
 (1) \quad f(t) &= \lim_{\Delta t_1 \rightarrow 0} \sum_{t_1=-\infty}^{\infty} f(t_1) \frac{[U(t-t_1) - U(t-t_1-\Delta t_1)]}{\Delta t_1} \Delta t_1 = \\
 &= \lim_{\Delta t_1 \rightarrow 0} \sum_{t_1=-\infty}^{\infty} f(t_1) \delta(t-t_1) \Delta t_1 = \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t_1) \delta(t-t_1) dt_1 = \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \delta(t-\tau) d\tau \\
 (2) \quad f(t)U(t) &= f(0)U(t) + \int_{0+}^{\infty} \frac{df(t_1)}{dt_1} U(t-t_1) dt_1 = \\
 &= \int_{0-}^{\infty} \frac{df(\tau)}{d\tau} U(t-\tau) d\tau
 \end{aligned}$$

1.2.5 线性时不变因果特性

若线性时不变因果系统的激励信号为 $e(t)$, 响应为 $r(t)$, 则该系统具有下列特性。

1. 叠加性与齐次性: $ae_1(t) + be_2(t) \rightarrow ar_1(t) + br_2(t)$
2. 时不变特性: $e(t-t_0) \rightarrow r(t-t_0)$
3. 微分特性: $\frac{d}{dt}e(t) \rightarrow \frac{d}{dt}r(t)$
4. 积分特性: $\int_0^t e(\tau) d\tau \rightarrow \int_0^t r(\tau) d\tau$
5. 因果性: 若 $t < t_0$ 时 $e(t) = 0$, 则 $t < t_0$ 时 $r(t) = 0$

1.3 题型分类及详解

- 信号与波形(题 1-1~题 1-3);
- 周期信号与非周期信号, 功率信号与能量信号(题 1-4~题 1-6);
- 信号的运算与分解(题 1-7~题 1-9);
- 奇异信号(题 1-10);
- 系统的数学模型与方框图模型表示(题 1-11);
- 系统的线性、时不变性、因果性和可逆性(题 1-12~题 1-17)。

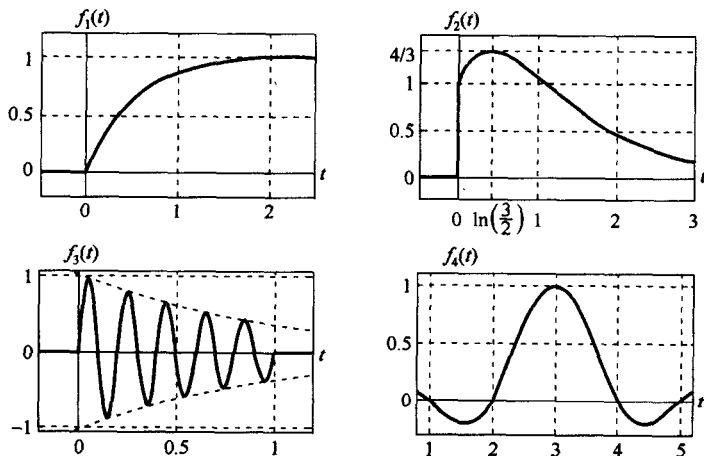
题 1-1 粗略绘出下列各函数式表示的信号波形。

$$\begin{aligned}
 (1) \quad f_1(t) &= (1 - e^{-2t})U(t) & (2) \quad f_2(t) &= (4e^{-t} - 3e^{-2t})U(t) \\
 (3) \quad f_3(t) &= e^{-t}\sin(10\pi t)[U(t) - U(t-1)] & (4) \quad f_4(t) &= \frac{\sin[\pi(t-3)]}{\pi(t-3)}
 \end{aligned}$$

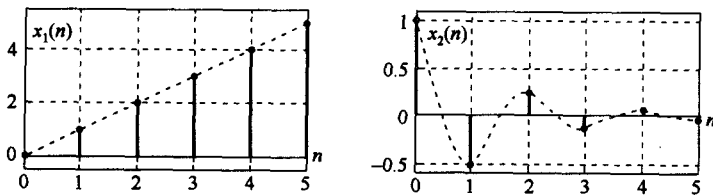
(5) $x_1(n) = n, n \geq 0$ 取整数

(6) $x_2(n) = (-2)^{-n}, n \geq 0$ 取整数

解: $f_1(t) \sim f_4(t)$ 波形如题图 1-1(a) 所示, $x_1(n) \sim x_2(n)$ 波形如题图 1-1(b) 所示。信号波形形象直观地表示出信号的时域特性, 因此应掌握画信号波形的方法。粗略画波形应能够清晰地反映出函数的变化规律, 为此应适当选择横、纵坐标, 确定每个波形的幅度、极大值、极小值等特征数值, 然后在图上标示。如 $f_1(t)$ 的最小值为 $f_1(0) = 0$, 最大值为 $f_1(\infty) = 1$, $f_1(t)$ 按指数规律单调上升, 当 $e^{-2t} = e^{-4}$ 时可视为达到最大值, 据此确定纵坐标变化范围取 $0 \sim 1.2$, 横坐标取 $0 \sim 2.5$ 。



题图 1-1(a)



题图 1-1(b)

对 $f_2(t)$, 先根据两个指数函数的不同衰减速率判断出有一极大值, 并大致估算出位置, 解法如下:

$$\text{令 } \frac{d}{dt}(4e^{-t} - 3e^{-2t}) = 0 \Rightarrow e^{-t} = \frac{2}{3} \Rightarrow t = \ln\left(\frac{3}{2}\right) \approx 0.4.$$

对 $f_3(t)$, 注意它是个衰减正弦波且只在 $0 \sim 1$ 区间内不为 0, 而在这一区间内 $\sin(10\pi t)$ 变化了五个周期。

$f_4(t)$ 是个延迟的抽样函数, 应先确定其最大值及其出现位置和最大值附近两个零点的位置, 再画图。

$x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 是两个离散时间信号,本来可用一个一个的点表示它们的取值,但为了清晰,一般采用线段表示;为了表示出离散值的变化规律,还可将其包络用虚线画出来。

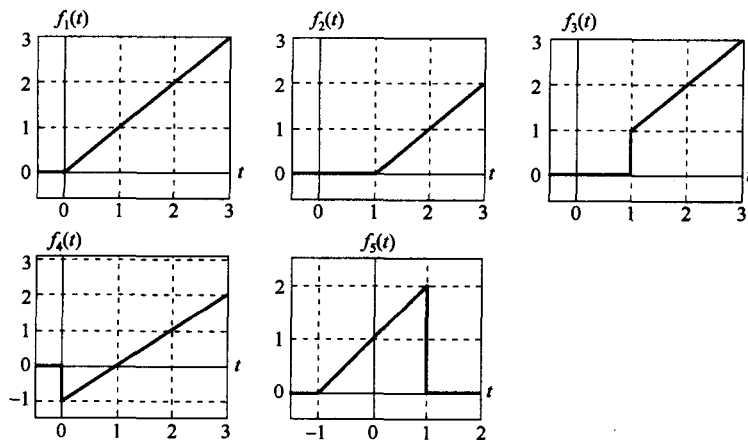
题 1-2 绘出下列信号的波形,并注意它们的区别。

$$(1) f_1(t) = tU(t) \quad (2) f_2(t) = (t-1)U(t-1)$$

$$(3) f_3(t) = tU(t-1) \quad (4) f_4(t) = (t-1)U(t)$$

$$(5) f_5(t) = (t+1)[U(t+1) - U(t-1)]$$

解:本题在于正确地运用阶跃函数来界定信号及了解信号延时的概念,画出各信号波形如题图 1-2 所示。注意 $f_2(t)$ 是 $f_1(t)$ 的延时, $f_2(t) = f_1(t-1)$ 。 $f_3(t)$ 是截取了 $f_1(t)$ 的一部分, $f_3(t) \neq f_2(t-1)$ 。



题图 1-2

题 1-3 画出下列各复合函数的波形。

$$(1) f_1(t) = U(t^2 - 4) \quad (2) f_2(t) = \operatorname{sgn}(t^2 - 1) \quad (3) f_3(t) = \operatorname{sgn}[\cos(\pi t)]$$

解:本题是 $U(t)$ 、 $\operatorname{sgn}(t)$ 的复合函数,要画出波形,应先按 $U(t)$ 、 $\operatorname{sgn}(t)$ 的基本定义推导出其复合函数的取值,再画图。画出的波形如题图 1-3 所示。

$$f_1(t) = U(t^2 - 4) = \begin{cases} 1, & t^2 - 4 > 0 \\ 0, & t^2 - 4 < 0 \end{cases} \Rightarrow U(t^2 - 4) = \begin{cases} 1, & |t| > 2 \\ 0, & |t| < 2 \end{cases}$$

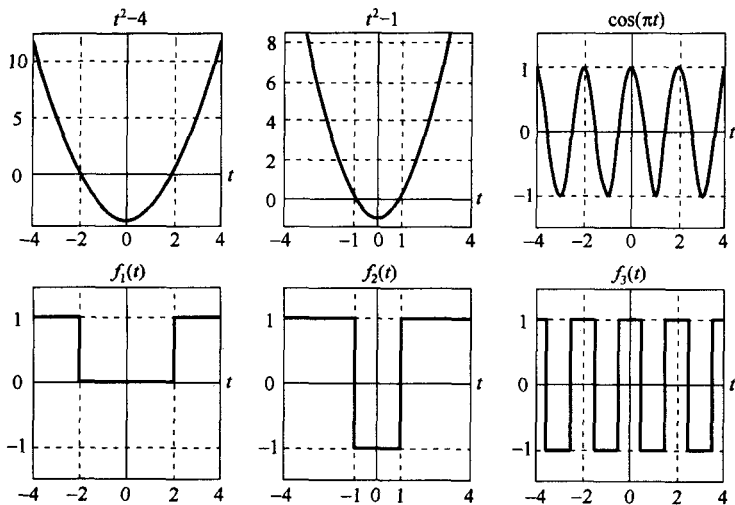
$$f_2(t) = \operatorname{sgn}(t^2 - 1) = \begin{cases} 1, & t^2 - 1 > 0 \\ -1, & t^2 - 1 < 0 \end{cases} \Rightarrow \operatorname{sgn}(t^2 - 1) = \begin{cases} 1, & |t| > 1 \\ -1, & |t| < 1 \end{cases}$$

对 $f_3(t)$,可先画出 $\cos(\pi t)$ 的变化规律,再按符号函数定义求出 $\operatorname{sgn}[\cos(\pi t)]$ 之值,可见它们均为周期为2的周期函数。

题 1-4 说明下列信号是周期信号还是非周期信号,若是周期信号,求其周期。

$$(1) f_1(t) = a \sin(3t) + b \sin(8t) \quad (2) f_2(t) = a \sin(\pi t) + b \sin(8t)$$

$$(3) f_3(t) = a \sin(3t)U(t) \quad (4) f_4(t) = [a \sin(3t)]^2$$



题图 1-3

解: $f_1(t)$ 和 $f_4(t)$ 是周期信号, $f_2(t)$ 和 $f_3(t)$ 是非周期信号。

(1) $f_1(t)$ 中, $a\sin(3t)$ 的周期为 $T_a = 2\pi/3$, $b\sin(8t)$ 的周期为 $T_b = \pi/4$, T_a 、 T_b 的最小公倍数即为 $f_1(t)$ 的周期 $T_1 = 2\pi$; 或者用角频率来求, $a\sin(3t)$ 的角频率为 $\omega_a = 3$, $b\sin(8t)$ 的角频率为 $\omega_b = 8$, 二者的最大公约数即为 $f_1(t)$ 的角频率 $\omega_1 = 1$, 则 $f_1(t)$ 的周期 $T_1 = 2\pi/\omega_1 = 2\pi$ 。

(2) $f_2(t)$ 中, $a\sin(\pi t)$ 的周期为 $T_a = 2$, $b\sin(8t)$ 的周期为 $T_b = \pi/4$, 二者无最小公倍数, 即无公共周期存在, 故 $f_2(t)$ 为非周期信号。

(3) $f_3(t)$ 在 $t < 0$ 时为 0, 故不是周期信号。

(4) $f_4(t) = [a\sin(3t)]^2 = a^2 \times \frac{1 - \cos(6t)}{2} = \frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{2} \times \cos(6t)$, 其角频率 $\omega_4 = 6$, 周期 $T_4 = 2\pi/\omega_4 = \pi/3$ 。

题 1-5 判断下列信号哪些是能量信号, 哪些是功率信号, 并计算它们的能量或平均功率。

(1) $f_1(t) = 4\sin(10\pi t)U(t)$

(2) $f_2(t) = 8e^{-4t}U(t)$

(3) $f_3(t) = 20e^{-10|t|}\cos(\pi t)$

(4) $f_4(t) = 5\cos(2\pi t) + 10\sin(3\pi t)$

解: 信号 $f(t)$ 的归一化能量(简称为信号的能量)定义为信号电压(或电流)加到 1Ω 电阻上所消耗的能量, 以 E 表示, $E = \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt$ 。若 $f(t)$ 为实函数, 则 $E = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt$ 。信号的能量 E 为有限值的信号称为能量有限信号或简称为能量信号。

信号 $f(t)$ 的平均功率(或简称功率)定义为信号电压(或电流)加到 1Ω 电阻上所消耗的功率, 以 P 表示, $P = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |f(t)|^2 dt \right]$ 。信号功率 P 为有限值(但不为 0)的信号称为

功率有限信号或简称为功率信号。

例如单个矩形脉冲信号为能量信号,而周期信号为功率信号。还有些增长速度很快的信号既不属于能量信号也不属于功率信号,如 $f(t) = e^t$ 。

根据以上定义可知, $f_1(t)$ 和 $f_4(t)$ 是功率信号, $f_2(t)$ 和 $f_3(t)$ 是能量信号。

(1) $f_1(t)$ 的功率为正弦周期信号 $4\sin(10\pi t)$ 的功率的一半,计算过程如下:

$$P_1 = \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} [4\sin(10\pi t) U(t)]^2 dt \right\} = \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} [4\sin(10\pi t)]^2 dt \right\} =$$

$$\frac{1}{2} \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} [4\sin(10\pi t)]^2 dt \right\} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{4}{\sqrt{2}} \right)^2 = 4\text{W}$$

$$(2) f_2(t) \text{ 的能量 } E_2 = \int_{-\infty}^{\infty} [8e^{-4t} U(t)]^2 dt = \int_0^{\infty} (8e^{-4t})^2 dt = 64 \int_0^{\infty} e^{-8t} dt = 8\text{J}$$

$$(3) f_3(t) \text{ 的能量 } E_3 = \int_{-\infty}^{\infty} [20e^{-10|t|} \cos(\pi t)]^2 dt = 2 \int_0^{\infty} [20e^{-10t} \cos(\pi t)]^2 dt =$$

$$400 \int_0^{\infty} e^{-20t} dt + 400 \int_0^{\infty} e^{-20t} \cos(2\pi t) dt =$$

$$-20e^{-20t} \Big|_0^{\infty} + 400 \times \frac{20}{(-20)^2 + 4\pi^2} = 20 + 18.2 = 38.2\text{J}$$

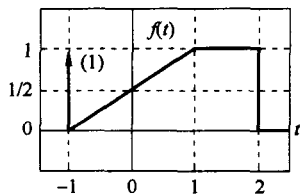
$$(4) f_4(t) \text{ 是个周期信号,其功率为各次谐波功率之和, } P_4 = \left(\frac{5}{\sqrt{2}} \right)^2 + \left(\frac{10}{\sqrt{2}} \right)^2 = 62.5\text{W}$$

题 1-6 判断下列论述是否正确?为什么?

- (1) 两个周期信号之和仍为周期信号;
- (2) 非周期信号一定是能量信号;
- (3) 能量信号一定是非周期信号;
- (4) 两个功率信号之和仍为功率信号;
- (5) 两个功率信号之积仍为功率信号;
- (6) 能量信号与功率信号之积为能量信号;
- (7) 随机信号必然为非周期信号。

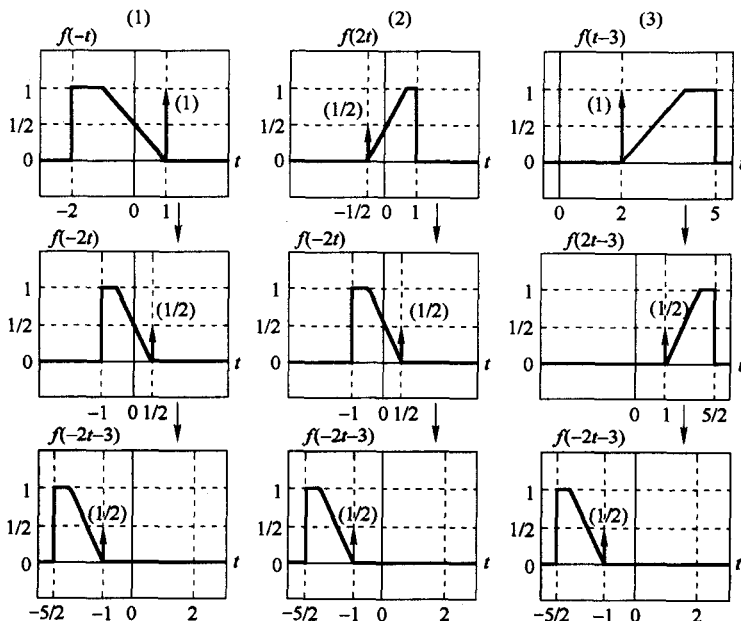
解:说法(3)、(6)、(7)是正确的,其他均不正确。分别举例说明如下:(1)当两个周期信号无公共周期存在时,其和就不再是周期信号,如题 1-4 中 $f_2(t) = a\sin(\pi t) + b\sin(8t)$ 不是周期信号;(2)非周期信号 $e^{2t}U(t)$ 不是能量信号(也不是功率信号);(4) 功率信号 $\sin(t)U(t)$ 和 $\sin(t-\pi)U(t-\pi)$ 之和等于 $\sin(t)[U(t) - U(t-\pi)]$,变为一个单脉冲信号,不再是功率信号;(5)功率信号 $\sin(t)U(t)$ 和 $\sin(t)U(\pi-t)$ 之积等于 $\sin^2(t)[U(t) - U(t-\pi)]$,不再是功率信号。

题 1-7 已知 $f(t)$ 的波形如题图 1-7(a)所示,画出 $f(-2t-3)$ 的波形。



题图 1-7(a)

解:此题为对信号进行反褶、压缩及平移运算,解题中这三种运算的顺序可以任意选择,本题给出三种运算顺序:(1)反褶→压缩→平移;(2)压缩→反褶→平移;(3)平移→压缩→反褶;如题图 1-7(b)所示。其他情况读者可自行练习。应当注意上述各种运算都是对独立的 t 变量而言的,同时还应特别注意冲激函数 $\delta(t)$ 的尺度变换特性。



题图 1-7(b)

题 1-8 绘出下列各信号的波形。

$$(1) f_1(t) = [U(t) - U(t-T)] \sin\left(\frac{4\pi}{T}t\right)$$

$$(2) f_2(t) = \left[U(t) - \frac{1}{2}U(t-T) - \frac{1}{2}U(t-2T) \right] \sin\left(\frac{4\pi}{T}t\right)$$

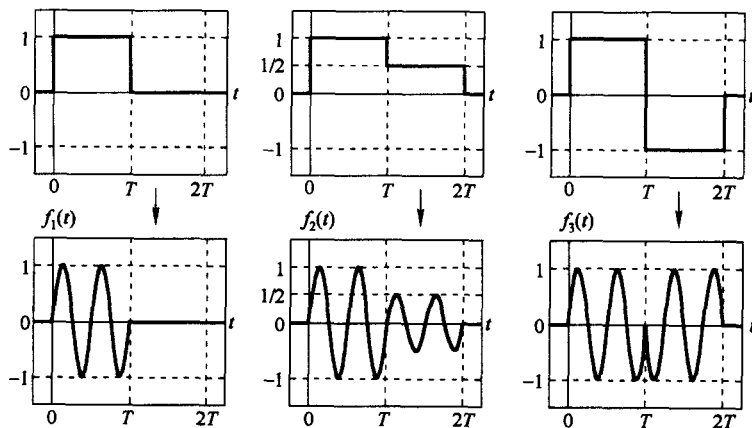
$$(3) f_3(t) = [U(t) - 2U(t-T) + U(t-2T)] \sin\left(\frac{4\pi}{T}t\right)$$

$$(4) f_4(t) = \sin(\omega t) \sin(8\omega t)$$

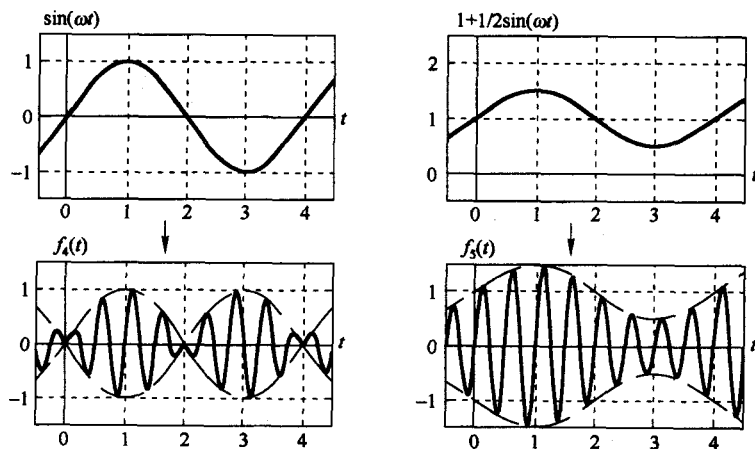
$$(5) f_5(t) = \left[1 + \frac{1}{2} \sin(\omega t) \right] \sin(8\omega t)$$

解:本题为两个信号相乘的运算, $f_4(t)$ 是两个不同频率正弦波相乘(为抑制载波调幅波), $f_5(t)$ 是在低频正弦上叠加一直流分量后再与高频正弦相乘(为普通调幅波,详见第 5 章)。用相乘运算实现调幅,通常要求两个信号频率相差很大,频率低者称为调制信号,频率

高者称为载波信号,相乘结果称为已调信号。所谓调幅是指已调波幅度随调制信号的变化规律而变化。画出 $f_1(t) \sim f_3(t)$ 的波形如题图 1-8(a)所示, $f_4(t) \sim f_5(t)$ 的波形如题图 1-8(b)所示,为清楚起见,将调制信号的波形也画在相应图中。观察 $f_1(t)$ 、 $f_2(t)$ 和 $f_3(t)$ 的波形可以看到,当调制信号始终取正值时,已调波幅度变化规律(称为包络)和调制信号的变化规律相同。同时从 $f_3(t)$ 和 $f_4(t)$ 的波形可以看出,在调制信号的过零点,已调波相位跳变 180° (反相一次),当发生这种情况时已调波包络不再反映调制信号的变化规律。



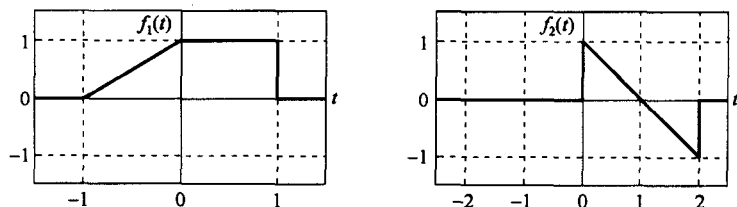
题图 1-8(a)

题图 1-8(b) ($\omega = \pi/2$)

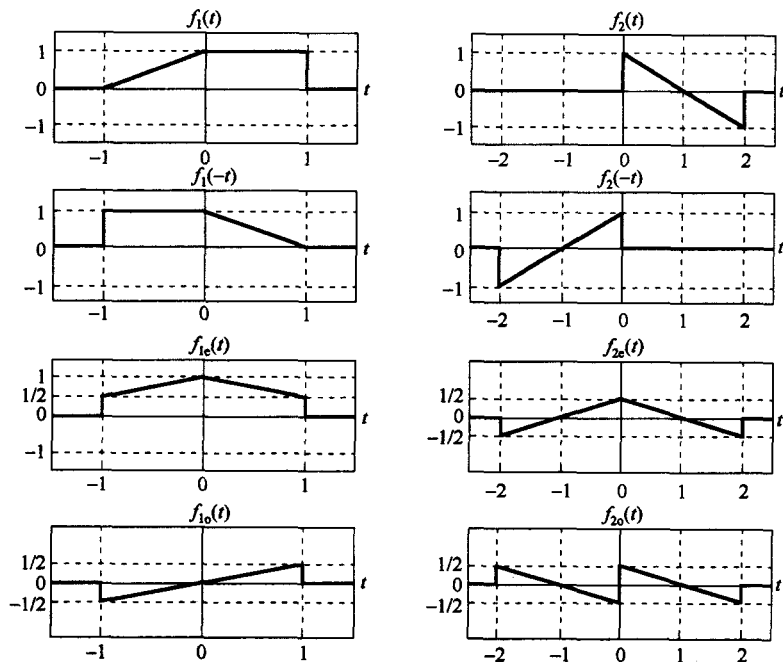
题 1-9 粗略绘出题图 1-9(a)所示波形的偶分量和奇分量。

解:为求函数 $f(t)$ 的偶分量和奇分量,应先求 $f(-t)$,再按定义求 $f_e(t) = \frac{1}{2} [f(t) +$

$f(-t)$], $f_o(t) = \frac{1}{2}[f(t) - f(-t)]$ 。本题中按此步骤分别求出 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的偶分量和奇分量如题图 1-9(b) 所示, 观察结果可以发现: $f_{2e}(t) = f_{2o}(t)\text{sgn}(t)$, $f_{2o}(t) = f_{2e}(t)\text{sgn}(t)$, 这是因为 $f_2(t)$ 是个单边时间函数 ($t < 0$ 时 $f_2(t) = 0$), 而 $f_1(t)$ 的两个分量则无此特点。



题图 1-9(a)



题图 1-9(b)

题 1-10 应用冲激函数的抽样特性求下列表示式的值。

$$(1) \int_{-\infty}^{\infty} f(t - t_0) \delta(t) dt$$

$$(2) \int_{-\infty}^{\infty} f(t_0 - t) \delta(t) dt$$

$$(3) \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - 4) U(t - 2) dt$$

$$(4) \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - 4) U(t - 5) dt$$

$$(5) \int_{-\infty}^{\infty} (e^{-2t} + te^{-t}) \delta(t - 2) dt$$

$$(6) \int_{-\infty}^{\infty} [t + \cos(t)] \delta\left(t + \frac{\pi}{4}\right) dt$$