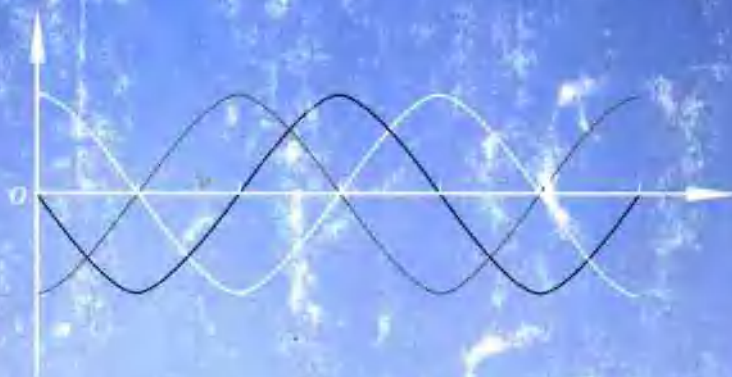


大学物理 学习指导与练习

徐兰珍 主编



西北大学出版社

大学物理学习指导与练习

徐兰珍 主编

陈文学 徐建刚 吴恒德 编

西北大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学习指导与练习/徐兰珍,陈文学编. —西安:西北大学出版社,
2001.5

ISBN 7-5604-1565-2

I. 大… II. ①徐…②陈… III. 物理学-高等学校-教学参考资料
IV. 04-42

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 14159 号

大学物理学习指导与练习

徐兰珍 主编

西北大学出版社出版发行

(西北大学校内 邮编 710069 电话 8302590)

新华书店经销 西安市建明印务有限责任公司印刷

787 毫米×1092 毫米 1/16 开本 12 印张 280 千字

2001 年 5 月第 1 版 2001 年 5 月第 1 次印刷

印数: 1—3000

ISBN 7-5604-1565-2/O·101 定价:12.00 元

前 言

本书是为配合工科《大学物理》课程学习而编写，全书共分十个单元，每个单元包括四个部分：基本要求、主要内容、典型例题分析与解答、自测题。为与大学物理课程分两个学期进行相适应，在书中还配备了两学期的期末模拟试题各二套，并配有参考答案。

本书通过对大学物理各部分教学内容的分析总结和典型例题的分析，帮助同学们系统复习和深化所学的大学物理基本概念和基础理论知识，掌握分析问题的思路和方法。

编写中，我们以工科大学物理课程基本大纲为依据，内容紧密配合课本知识，选材力求简明扼要，概念准确、重点突出、结构严谨、习题难易适当。通过本书的学习，对于了解各单元基本要求，掌握重点和理解难点都将大有裨益，特别在解题技能和综合分析能力上将会得到较好的训练，是学习工科《大学物理》必不可少的一本复习指导书。

参加本书编写工作的有：陈文学（第一、二单元），吴恒德（第三单元），徐建刚（第四单元），徐兰珍（第五、六、七、八、九、十单元及四套模拟试题），全书由徐兰珍统稿、主编。

在本书编写过程中，西安交通大学吴伯诗教授、西安科技学院王树林教授给予了指导、帮助，在此一并致谢。

限于编者水平，书中缺点和不当之处在所难免，敬请使用本书的同行专家和同学们给予批评指正。

编 者

2001 年 2 月

目 录

第一单元 质点力学	(1)
第二单元 刚体力学	(22)
第三单元 静电场	(34)
第四单元 稳恒磁场	(51)
第五单元 电磁感应、电磁场和电磁波	(68)
模拟试题 (一)	(81)
模拟试题 (二)	(85)
第六单元 分子物理学和热力学	(89)
第七单元 机械振动和机械波	(105)
第八单元 波动光学	(122)
第九单元 狭义相对论	(138)
第十单元 量子物理基础	(146)
模拟试题 (三)	(157)
模拟试题 (四)	(161)
参考答案	(164)
常用物理基本常数表	(183)

第一单元 质点力学

I 质点运动学

一、基本要求

1. 掌握位置矢量、位移、速度、加速度、角速度和角加速度等描述质点运动和运动变化的物理量；
2. 明确运动方程的意义；了解在已知速度（或加速度）和初始条件的情况下建立运动方程的方法；
3. 根据用直角坐标表示的运动方程，能熟练地计算质点在平面内运动时的位移、速度和加速度；根据用平面极坐标表示的运动方程，能计算质点做圆周运动时的角速度、角加速度、切向加速度和法向加速度；
4. 了解有相对运动的坐标、速度变换，会分析与平动有关的相对运动问题。

二、主要内容

1. 基本概念

(1) 参照系与坐标系

为描述物体的运动而选取的标准物叫做参照系。为了定量地确定物体相对参照系的位置，还需要在参照系上选取固定坐标系，力学中常用的是直角坐标系。根据需要也可选取其它坐标系，例如极坐标系、自然坐标系等。

(2) 位置矢量（矢径） $\vec{r}$

从坐标原点到某时刻质点位置所引的矢量。

在直角坐标系中位矢表示为： $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

(3) 位移 $\Delta\vec{r}$

自运动始点指向终点的有向线段，用 $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ 表示。它描述质点在 Δt 时间内位置的变化。它与质点实际经过的路径 Δs （标量）是两个不同的概念。一般情况下，二者大小不等，即 $|\Delta\vec{r}| \neq \Delta s$ ；但在极限情况下，即 $\Delta t \rightarrow 0$ 时， $|\mathrm{d}\vec{r}| = \mathrm{d}s$ 。在直角坐标系中位移的表述为

$$\Delta\vec{r} = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} + (z_2 - z_1)\vec{k}$$

(4) 速度 $\vec{v}$

是描述质点运动快慢和方向的物理量。

- ① 平均速度 $\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ ，矢量，其方向与 $\Delta\vec{r}$ 方向一致。

② 平均速率 $\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$, 标量。

③ 瞬时速度 $\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$, 矢量, 方向沿轨道上质点所在点的切线方向。

④ 瞬时速率 $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$, 标量, 且 $v = |\vec{v}|$ 。

注意: 平均速率与平均速度的大小一般不相等, 但瞬时速率与瞬时速度的大小一致。(请自己理解)

在直角坐标系中, 瞬时速度 (简称速度) 的表述为

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$$

式中: $v_x = \frac{dx}{dt}; v_y = \frac{dy}{dt}; v_z = \frac{dz}{dt}$

(5) 加速度 $\vec{a}$:

是描述质点运动状态变化快慢的物理量。

① 平均加速度 $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

② 瞬时加速度 $\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

在直角坐标系中, 加速度的表述为

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

式中: $a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}; a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}; a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}$

在平面曲线运动中, 常将加速度沿曲线的切向与法向分解, 在这种自然坐标中, 加速度可表述为:

$$\vec{a} = a_n \vec{n} + a_\tau \vec{\tau}$$

式中: $a_n = \frac{v^2}{\rho}$, $a_\tau = \frac{dv}{dt}$; ρ 为曲线在该点处的曲率半径, $\vec{n}$ 、 $\vec{\tau}$ 分别表示沿该点的法向和切向的单位矢量。

2. 基本规律

(1) 运动叠加原理

实践证明, 任何一个运动都可以看成由几个各自独立进行的运动叠加而成; 这个重要结论叫运动叠加原理。

(2) 运动方程和轨道方程

① 运动方程 反映质点位置矢量 $\vec{r}$ 随时间 t 的变化关系式称为质点的运动方程。

运动方程的矢量形式为 $\vec{r} = \vec{r}(t)$, 其分量形式为:

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t)$$

② 轨道方程 从运动方程的分量式中消去 t , 得质点运动的轨道方程, 用于描述质点运动的轨迹。其一般式可表示为:

$$f(x, y, z) = 0$$

按质点的运动轨迹可将运动分为直线运动与曲线运动。直线运动是一维运动, 其运动方程为

$x = x(t)$; 曲线运动又可分为平面曲线运动和一般曲线运动, 平面曲线运动是二维运动, 其运动方程为 $x = x(t)$, $y = y(t)$; 常见的平面曲线运动有圆周运动, 抛物线运动等。一般曲线运动是三维运动。

质点作圆周运动时, 常用极坐标表示。在极坐标中用角位移、角速度、角加速度和角运动方程来描述质点的圆周运动。质点作圆周运动时, 许多概念、规律与质点的直线运动相对应, 下面列表, 以资对照。

直线运动与圆周运动对照表:

直 线 运 动	圆 周 运 动	线量与角量的关系
位移 $\Delta x = x - x_0$	角位移 $\Delta\theta = \theta - \theta_0$	$\Delta s = r\Delta\theta$
速度 $v = \frac{dx}{dt}$	角速度 $\omega = \frac{d\theta}{dt}$	$v = r\omega$ (或 $\vec{v} = \vec{r} \times \vec{\omega}$)
加速度 $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$	角加速度 $\beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$	$a_t = r\beta$ ($\vec{a}_t = \vec{r} \times \vec{\beta}$)
直线运动方程 $x = x(t)$	角运动方程 $\theta = \theta(t)$	$a_n = r\omega^2$
匀速直线运动 $x = x_0 + vt$	匀速圆周运动 $\theta = \theta_0 + \omega t$	
匀变速直线运动	匀变速圆周运动	
$v = v_0 + at$	$\omega = \omega_0 + \beta t$	
$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\beta t^2$	
$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$	$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\beta(\theta - \theta_0)$	
$\bar{v} = \frac{v_0 + v}{2}$	$\bar{\omega} = \frac{\omega_0 + \omega}{2}$	

3. 相对运动

由于运动的描述是相对一定参照系的, 所以参照系选择不同, 则其位置矢量、速度和加速度也不相同。在对不同参照系进行变换时, 其间关系如下:

- (1) 位置矢量的变换式 $\vec{r}_{A对B} = \vec{r}_{A对C} + \vec{r}_{C对B}$
- (2) 速度变换式 $\vec{v}_{A对B} = \vec{v}_{A对C} + \vec{v}_{C对B}$
- (3) 加速度变换式 $\vec{a}_{A对B} = \vec{a}_{A对C} + \vec{a}_{C对B}$

三、典型例题分析与解答

运动学中遇到的问题一般可分为两大类: 一类是已知运动方程求位移、速度和加速度, 另一类是已知加速度求速度和运动方程。

运动学中第一类问题应采用对运动方程求微商的方法处理; 第二类问题则利用已知的初始条件用积分法处理。当问题涉及到相对运动时, 则利用速度、加速度变换公式进行计算。因为位移、速度和加速度都是矢量, 处理时的基本方法为正交分解合成法。具体地说是将矢量先在一的坐标系中进行正交分解, 这样可将矢量运算化为二维或三维的代数运算, 最后再将它们合成。

例 1-1 已知质点的运动方程为 $x = 4.5t^2 - 2t^3$, 式中 x 以米计, t 以秒计。试求 (1) 质点作什么运动; (2) 第二秒内的位移和平均速度; (3) 第二秒内的路程; (4) $t = 2$ 秒时的速度;

(5) 第二秒初的加速度。

解 (1) 由运动方程得知, 质点位置只有 x 坐标, 质点作一维的直线运动。其运动学量可由运动方程计算得出

$$v = \frac{dx}{dt} = 9t - 6t^2, \quad a = \frac{dv}{dt} = 9 - 12t$$

当 $t=0$ 时, $x=0$, $v=0$, a 与 t 有关。所以质点是沿 X 轴作初速为零的变加速直线运动。

(2) 质点在第二秒内的位移与平均速度为

$$\Delta x = x(t_2) - x(t_1) = (4.5 \times 2^2 - 2 \times 2^3) - (4.5 \times 1^2 - 2 \times 1^3) = -0.5 \text{ 米}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-0.5}{2-1} = -0.5 \text{ 米/秒}$$

式中负号表示位移与平均速度均沿 X 轴负方向。

(3) 第二秒内的路程

由上面计算的速度可知, 质点开始沿 X 轴正方向运动, 但在某时刻速度开始反向并沿 X 轴负方向运动, 计算这一反向时刻:

令 $v=0$, 即 $9t - 6t^2 = 0$, 可解得 $t_1=0$, $t_2=1.5$ 秒。可见在第二秒内速度反向, 为此第二秒内通过的路程为:

$$\begin{aligned} \Delta s &= \Delta s_1 + \Delta s_2 = (s_{1.5\text{秒}} - s_{1\text{秒}}) + (s_{1\text{秒}} - s_{2\text{秒}}) \\ &= [(4.5 \times 1.5^2 - 2 \times 1.5^3) - (4.5 \times 1^2 - 2 \times 1^3)] \\ &\quad + [(4.5 \times 1.5^2 - 2 \times 1.5^3) - (4.5 \times 2^2 - 2 \times 2^3)] \\ &= (3.375 - 2.5) + (3.375 - 2) \\ &= 2.25 \text{ 米} \end{aligned}$$

为了清楚起见, 图 1-1 有助于对上述计算的理解。

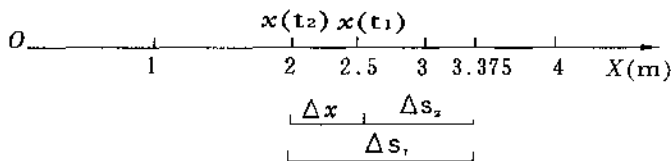


图 1-1

(4) $t=2$ 秒时的速度

$$v = 9t - 6t^2 = 9 \times 2 - 6 \times 2^2 = -6 \text{ 米/秒}$$

负号表示质点沿 X 轴反向运动。

(5) 第二秒初 (即第一秒末) 的加速度

$$a = 9 - 12t = -3 \text{ 米/秒}^2$$

负号表示质点的加速度方向与 X 轴反向。

例 1-2 一质点的速度 $\vec{v} = \vec{v}(t)$, 则: 质点运动的加速度为 $\vec{a}$ 为_____, 在时间 $(t_2 - t_1)$ 内, 位移 $\Delta \vec{r}$ _____, 路程 s 为_____, 平均速度 $\bar{\vec{v}}$ 为_____, 平均加速度 $\bar{\vec{a}}$ 为_____;

$$(1) \int_{t_1}^{t_2} \vec{v}(t) dt \quad (2) \frac{d\vec{v}(t)}{dt} \quad (3) \frac{\vec{v}(t_2) - \vec{v}(t_1)}{t_2 - t_1}$$

$$(4) \frac{\int_{t_1}^{t_2} \vec{v}(t) dt}{t_1 - t_2} \quad (5) \int_{t_1}^{t_2} |\vec{v}(t)| dt$$

解 由定义可知

$\vec{a}$ 为 (2), $\Delta \vec{r}$ 为 (1), 路程 Δs 为标量, $\Delta s = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} |\vec{v}(t)| dt$ 为 (5),
 $\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ 为 (4), $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ 则为 (3)。

注: 质点运动学中要注意位移、速度、加速度的矢量性, 一般情况下:

$$s \neq |\Delta \vec{r}|, \quad \left| \frac{d\vec{r}}{dt} \right| \neq \frac{dr}{dt}$$

$$\left| \frac{d\vec{r}}{dt} \right| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2}$$

$$\text{而 } \frac{dr}{dt} = \frac{d}{dt} |\vec{r}| = \frac{d}{dt} \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$v = |\vec{v}| = \left| \frac{d\vec{r}}{dt} \right| \neq \frac{dr}{dt}$$

例 1-3 湖中一小船, 岸边有人用绳子跨过离水面高 h 处的滑轮拉船, 当人以恒速率 v_0 收绳时, 试求船的速度和加速度。

解 由题意知小船沿水面作一维运动, 故选取坐标如图 1-3 所示, 欲求船的速度和加速度, 必先求出运动方程。

设 $t=0$ 时, 滑轮到小船的绳长为 l_0 , 在任意时刻 t , 绳长 $l = l_0 - v_0 t$, 所以小船位置的 x 坐标为

$$x = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{(l_0 - v_0 t)^2 - h^2}$$

由此可得小船的速度和加速度分别为:

$$v = \frac{dx}{dt} = - \frac{v_0 \sqrt{x^2 + h^2}}{x}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = - v_0^2 \frac{h^2}{x^3}$$

式中负号表示 v 与 a 方向沿 X 轴负方向。由计算可知, 小船沿 X 轴负方向作变加速直线运动向岸边靠拢。

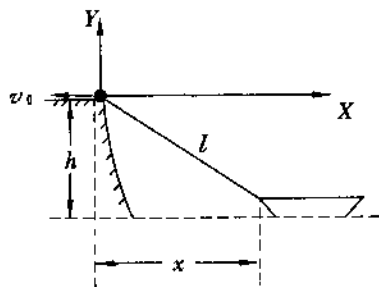


图 1-3

例 1-4 一质点在 X 轴上作加速运动, $t=0$ 时, $x = x_0$, $v = v_0$, 若以 $a = kx$ 的加速度开始运动, 求任意位置时的速度。

解 由加速度、速度关系, 知其必由积分求之,

但此时 $a = a(x)$, 则可由:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \left(\frac{dx}{dt} \right) = v \frac{dv}{dx} = kx$$

得:

$$\int_{v_0}^v v dv = \int_{x_0}^x kx dx$$

$$\frac{1}{2}(v^2 - v_0^2) = \frac{1}{2}k(x^2 - x_0^2)$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + k(x - x_0^2)}$$

例 1-5 一质点运动方程为 $y = bx^2$ ，且在 x 方向作匀速运动，求质点位于 x 处的速度和加速度 ($t=0, x_0=0$)。

解 质点在 x 方向作匀速运动， $v_x = C \quad a_x = 0$

又由定义： $v_x = \frac{dx}{dt} \quad x = v_x t$

则： $y = bv_x^2 t^2 \quad v_y = 2bv_x t \quad a_y = 2bv_x$

$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} = v_x \vec{i} + 2bv_x t \vec{j}$

$\vec{a} = 2bv_x \vec{j}$

例 1-6 (如图 1-4) 一质点沿半径为 R 的圆周运动，设在 P 点开始计时，其路程从 P 点开始用圆弧 PQ 表示，令 $PQ = S$ ，它随时间的变化规律为 $S = v_0 t - \frac{1}{2}bt^2$ ， v_0, b 都是正的常量。求：(1) t 时刻质点的加速度；(2) t 为何值时加速度的大小等于 b ？(3) 加速度大小达到 b 时，质点已沿圆周运行了几圈？

解 (1) 先求出质点的速率

$$v = \frac{dS}{dt} = \frac{d}{dt} \left(v_0 t - \frac{1}{2}bt^2 \right) = v_0 - bt \quad (1)$$

可见， v 随时间 t 变化，即质点作匀变速圆周运动，欲求质点的加速度，需先求切向加速度和法向加速度。

法向加速度

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(v_0 - bt)^2}{R} \quad (2)$$

切向加速度

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(v_0 - bt) = -b \quad (3)$$

负号表示 $\vec{a}_t$ 的方向与该处速度 $\vec{v}$ 方向相反。

质点在 t 时刻加速度的大小为

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \frac{1}{R} \sqrt{R^2 b^2 + (v_0 - bt)^4} \quad (4)$$

加速度与速度间的夹角为

$$\alpha = \arctg \left[-\frac{(v_0 - bt)^2}{Rb} \right]$$

(2) 按照题意由 (4) 式得

$$\frac{1}{R} \sqrt{R^2 b^2 + (v_0 - bt)^4} = b$$

由此解出 $t = \frac{v_0}{b}$ 时，加速度的大小等于 b 。

(3) 从 (1) 式可知，当 $t = \frac{v_0}{b}$ 时， $v = 0$ ；因此从 $t = 0$ 到 $t = \frac{v_0}{b}$ 这段时间内， v 恒为正值，

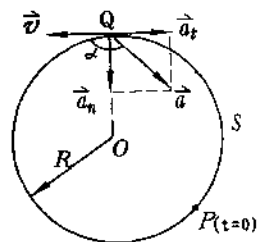


图 1-4

质点已转过圈数 n 为

$$n = \frac{S}{2\pi R} = \frac{1}{2\pi R} \left[v_0 \left(\frac{v_0}{b} \right) - \frac{1}{2} b \left(\frac{v_0}{b} \right)^2 \right] = \frac{v_0^2}{4\pi R b}$$

讨论: 在 $t = \frac{v_0}{b}$ 时刻, $v=0$, 则 $a_n=0$; 这意味着什么? 又当 $t > \frac{v_0}{b}$ 时, $\bar{v}$ 将如何变化? 由

此说明质点沿圆周按规律 $S = v_0 t - \frac{1}{2} b t^2$ 运动的全过程 (自己思考)。

例 1-7 已知质点的运动方程为 $\vec{r} = 2t \vec{i} + (4 - t^2) \vec{j}$ (SI), 试求任一时刻质点的切向加速度和法向加速度。

解 由定义可得:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = 2 \text{ m/s}, \quad v_y = \frac{dy}{dt} = -2t \text{ m/s}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 2\sqrt{1+t^2}$$

同样由定义可得:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = -2 \text{ m/s}^2$$

$$a = a_y = -2 \text{ m/s}^2$$

切向加速度

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{2t}{\sqrt{1+t^2}}$$

法向加速度:

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \frac{2}{\sqrt{1+t^2}}$$

注: 从上求解过程可见, 当质点作曲线运动时, 由于曲率半径不易计算, 用公式 $a_n = \frac{v^2}{\rho}$, 求法向加速度是很麻烦的, 但由 $a^2 = a_t^2 + a_n^2$, 来求法向加速度有时则方便的多。

例 1-8 地面上垂直竖立一高 20.0m 的旗杆, 已知正午时分太阳在旗杆正上方, 求杆顶在地面上的影子的速度大小; 在何时时刻杆影为 20.0m?

解 杆与影子垂直成一直角三角形 (如图 1-5), 设任意时刻影子长为 s , 则有: $s = h \tan \theta$

又设太阳光线对地转动的角速度为 ω , 即为地球自转角速度

$$\omega = \frac{2\pi}{24 \times 60 \times 60} = \frac{\pi}{12 \times 60 \times 60} \text{ rad s}^{-1}$$

$$s = h \tan \omega t$$

影子的移动速度为:

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{h\omega}{\cos^2 \omega t}$$

当 $h = s$ 时,

$$t = \frac{1}{\omega} \tan^{-1} \frac{s}{h} = \frac{\pi}{4\omega} = 3 \times 60 \times 60 \text{ s}$$

即为下午 3 时正。

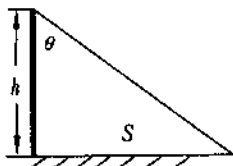


图 1-5

II 质点动力学

一、基本要求

1. 掌握牛顿三定律及其适用条件, 能用微积分方法求解一维变力作用下的简单质点动力学问题;
2. 掌握功的概念, 能计算直线运动情况下变力的功, 理解保守力作功的特点及势能的概念, 会计算重力、弹性力和万有引力势能;
3. 掌握质点的动能定理和动量定理, 能用它们分析、解决质点在平面内运动时的简单力学问题;
4. 掌握机械能守恒定律、动量守恒定律及其适用条件; 掌握运用守恒定律分析问题的思路和方法, 能分析简单系统在平面内运动的力学问题。

二、主要内容

1. 力的瞬时效应

(1) 牛顿三定律

牛顿第一定律: 当无外力作用在物体上或作用在物体上合外力为零时, 物体将保持其静止或匀速直线运动状态不变。

$$\text{牛顿第二定律: } \Sigma \vec{F} = m \vec{a} = m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

上式是矢量式, 实际应用时, 要用其分量式, 且 $\Sigma \vec{F}$ 是所有外力合力。

在直角坐标系中,

$$\begin{cases} \Sigma F_x = ma_x \\ \Sigma F_y = ma_y \end{cases}$$

在自然坐标系中,

$$\begin{cases} \Sigma F_n = ma_n = m \frac{v^2}{\rho} \\ \Sigma F_t = ma_t = m \frac{dv}{dt} \end{cases}$$

牛顿第三定律: 两物体间的作用力和反作用力总是大小相等, 方向相反, 作用在一条直线上, 即 $\vec{F} = -\vec{F}'$ 。

牛顿运动三定律之间有着紧密联系, 第一定律和第二定律从定性和定量两个方面侧重说明一个特定物体的运动状态变化与其所受外力间的关系, 第三定律侧重说明两个以上物体间相互联系和相互制约的关系; 它们是动力学的基本定律。

注意: 牛顿运动定律仅适用于惯性系! 解决牛顿力学问题常采用隔离体法。

2. 力的时间累积效应

当外力对质点(或系统)作用一段时间后, 质点(或系统)有下定理(或定律)成立。

(1) 动量定理: 物体所受合外力的冲量等于物体动量的增量, 即

$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = \vec{P}_2 - \vec{P}_1$$

上式是矢量式, 解题时常用其分量式。在直角坐标系中, 其分量式为

$$\begin{cases} \int_{t_1}^{t_2} F_x dt = mv_{2x} - mv_{1x} \\ \int_{t_1}^{t_2} F_y dt = mv_{2y} - mv_{1y} \\ \int_{t_1}^{t_2} F_z dt = mv_{2z} - mv_{1z} \end{cases}$$

(2) 动量守恒定律: 系统所受 $\sum \vec{F}_{\text{外}} = 0$, 则系统的动量保持不变, 即

$$\sum_i m_i \vec{v}_i = \text{恒矢量}$$

几点注意:

(a) 首先要选择惯性系统, 确定系统的内力与外力; 进而判断动量守恒定律的条件是否满足, 即是否有 $\sum \vec{F}_{\text{外}} = 0$ 。在实际应用中, 只要系统满足 $|\sum \vec{F}_{\text{外}}| \ll F_{\text{内}}$, 或 $|\sum \vec{F}_{\text{外}}| \approx 0$, 则可近似认为系统的动量是守恒的。

(b) 如果系统所受合外力不为零, 但外力沿某一方向的分力和为零, 则系统沿该方向的动量守恒; 如 $\sum F_x = 0$, 则 $\sum m_i \vec{v}_{ix} = \text{恒量}$ 。

(c) 动量守恒定律的表达式是矢量式, 解题时要用分量式。

(d) 式中各物体的动量必须相对同一惯性参照系。

3. 力的空间累积效应

质点 (或系统) 在外力作用下, 经过一段空间后, 质点 (或系统) 可有下列定理 (或定律) 成立:

(1) 功: 恒力功: $A = \vec{F} \cdot \vec{r}$ 功是标量, 有正、负, 外界向系统做功为正, 反之为负。

变力功: $A = \int dA = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$ ($d\vec{r}$ 为位移元)。

(2) 动能定理: 研究对象受到的外力与内力所作功之和等于研究对象动能的增量, 即

$$\sum (A_{\text{外力}} + A_{\text{内力}}) = E_K - E_{K0}$$

(若研究对象是质点, 则 $A_{\text{内力}} = 0$), 此定理表明: 外力做功, 系统动能增加。

(4) 势能: 保守力系统中由于物体的相对位置 (或形状) 的变化而具有的能量, 势能是属于系统的。势能的量值是相对的, 其值取决于零点势能的选取。保守力做功时, 势能减少。

且保守力做功的特点: 保守力做功与路径无关, 只与始末两个状态有关。

即 $A_{\text{保守内力}} = -\Delta E_P$

保守力做功, 系统势能减少。

动能和势能之和称为机械能。

(5) 功能原理: 系统中, 外力和非保守内力做功之和等于系统机械能的增量, 即

$$\sum (A_{\text{外力}} + A_{\text{非保守内力}}) = E - E_0$$

(6) 机械能守恒定律: 若只有保守内力对系统做功, 则系统的机械能保持不变。

即当 $\sum (A_{\text{外力}} + A_{\text{非保守内力}}) = 0$ 时, $E = E_K + E_P = \text{恒量}$, 亦即 $\Delta E = 0$ 。

注意: 应用机械能守恒定律处理问题时, 首先要确定系统, 区分哪些是外力, 哪些是内力, 在内力中还需区分保守内力与非保守内力。只有当满足 $A_{\text{外}} + A_{\text{非保守内}} = 0$ 时, 才能应用该定律求解。

解决质点动力学问题的基本方程是牛顿运动方程。它与质点运动学知识相结合(加速度起桥梁作用)就为解决质点动力学问题提供了理论依据。因此列出具体的牛顿运动方程并进行解算, 是解决质点动力学的基本方法。

在某些问题中, 如果直接以根据牛顿运动定律推导出来的运动定理(如动量定理、动能定理、功能原理等)或守恒定律(如动量守恒、机械能守恒等)作为出发点, 常能减轻一些计算的工作量, 有些甚至使问题解决变得极为简便。由于功和能是标量, 因此运动定理和守恒定律为解决质点动力学问题提供了重要的辅助方法。

几点注意:

(1) 无论是用牛顿运动定律或是用运动定理或守恒定律, 正确地分析物体(或系统)的受力情况, 是处理动力学问题的必不可少的基本环节, 必须熟练掌握;

(2) 要善于对运动的全过程作出合理的阶段划分, 以便选取不同的对象(或系统), 根据各阶段不同的条件进行相应的处理;

(3) 要建立惯性坐标系, 因为上述各规律的方程形式只在惯性系中成立。

三、典型例题分析与解答

例 1-9 质量为 M 的三角形木块, 放在光滑水平面上, 另一质量为 m 的小木块, 放在三角形木块的光滑斜面上, 斜面的倾角为 θ , 如图 1-6。小木块起始高度为 h , 由静止开始沿斜面下滑。求 (1) M 与 m 的加速度; (2) m 对 M 的压力; (3) 当小木块滑到斜面底部时大木块的速度。

解 求 (1) 与 (2)

解法 [一]

m 与 M 受力情况见图 1-6 (a), 当 m 下滑时, M 反向运动, 选取地面惯性系建立坐标系 XOY , 则 M 加速度为 $\vec{a}_2$, m 相对 M 的加速度为 $\vec{a}'_1$, m 相对地面加速度为 $\vec{a}_1$, 再根据 m 与 M 的受力分析, 列出牛顿运动方程

$$\text{对 } m: \begin{cases} N_1 \cos \theta - mg = ma_{1y} \\ N_1 \sin \theta = ma_{1x} \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{对 } M: \begin{cases} N_1 \sin \theta = Ma_2 \\ N_2 - N_1 \cos \theta - Mg = 0 \end{cases} \quad (2)$$

上面四个方程有 N_1 、 N_2 、 a_{1x} 、 a_{1y} 、 a_2 五个未知量, 要得定解, 还需要一个辅助方程。

考虑到运动过程中 m 不能离开斜面, 再根据相对加速度关系, 见图 1-6 (b), $\vec{a}_1 = \vec{a}'_1 + \vec{a}_2$, 由此可得

$$\tan \theta = \frac{a_{1y}}{a_{1x} + a_2} \quad (3)$$

联解 (1) $\rightarrow$ (3) 式得

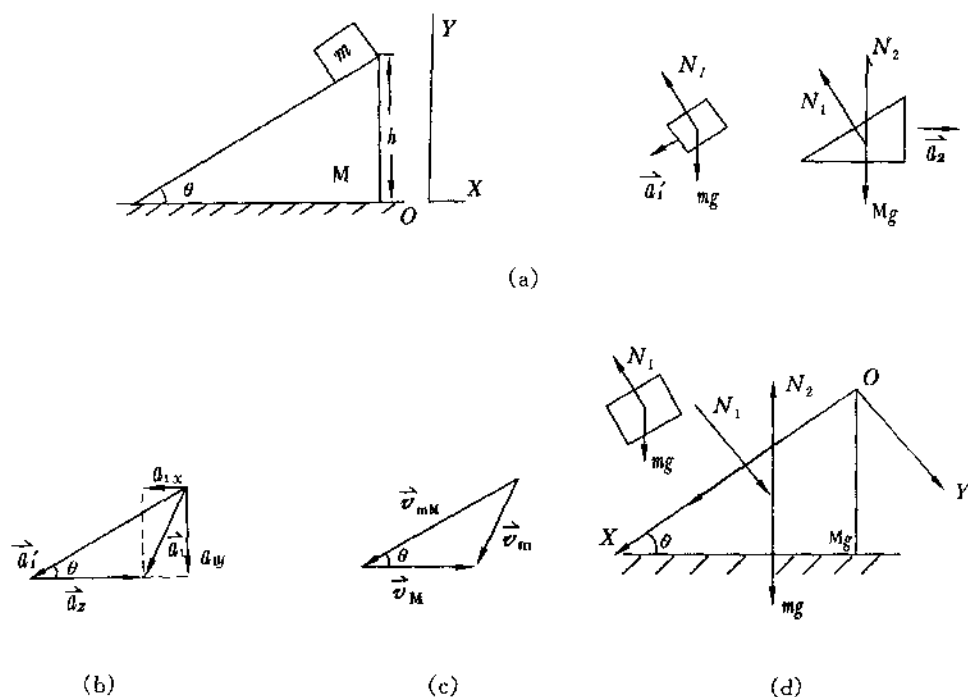


图 1-6

$$a_1 = \sqrt{a_{1x}^2 + a_{1y}^2} = \frac{(M+m)\sin\theta}{M+m\sin^2\theta} g$$

$$a_2 = \frac{m\sin\theta\cos\theta}{M+m\sin^2\theta} g$$

$$N_1 = \frac{mM\cos\theta}{M+m\sin^2\theta} g$$

求 (1) 与 (2) 的解法 [二]

若以 M 为参照系, OX 轴沿斜面方向, 如图 1-6 (d) 示则 XOY 为非惯性系, 引入非惯性力, 利用牛顿定律可得:

$$m: \begin{cases} mg\sin\theta + ma_2\cos\theta = ma_1' & (1) \\ mg\cos\theta - N_1 - ma_2\sin\theta = 0 & (2) \end{cases}$$

M 在 X 方向有:

$$N_2\sin\theta = Ma_2 \quad (3)$$

联解 (1)、(2)、(3) 得: a_1' 、 a_2 ; 再由 $\vec{a}_1 = \vec{a}_2 + \vec{a}_1'$ 得 a_1 值和 N_1 值与前同。

(3) 求三角形木块 M 的速度方法有两种

[方法一] 用牛顿运动方程

上面已求出 m 的加速度 a_2 , 小木块 m 滑下的时间 t_1 可由 $h = \frac{1}{2} a_{1y} t_1^2$ 求出, 即 $t_1 = \sqrt{\frac{2h}{a_{1y}}}$,

再根据 $v_M = a_2 t_1$, 将 a_2 与 t_1 值代入得

$$v_M = \sqrt{\frac{2m^2 h \cos^2\theta}{(M+m)(M+m\sin^2\theta)} g}$$

[方法二] 用机械能和动量守恒定律

取两木块及地球为一系统, 则系统机械能守恒, 即

$$mgh = \frac{1}{2} M v_M^2 + \frac{1}{2} m v_m^2 \quad (1)$$

式中 v_M , v_m 分别表示二木块相对地面的速度。设 v_{mM} 为 m 相对 M 的速度, 则根据相对速度关系式, 参看图 1-6 (c), 可得

$$\begin{aligned} \vec{v}_m &= \vec{v}_{mM} + \vec{v}_M \\ \text{即 } v_m^2 &= v_{mM}^2 + v_M^2 - 2v_{mM}v_M\cos\theta \end{aligned} \quad (2)$$

又系统水平方向不受外力作用, 动量守恒

$$Mv_M + m(-v_{mM}\cos\theta + v_M) = 0 \quad (3)$$

联解 (1)、(2)、(3), 可得

$$v_M = \sqrt{\frac{2m^2h\cos^2\theta}{(m+M)(M+m\sin^2\theta)g}}$$

若单就求 v_M 而言, 两种方法相比, 后者不涉及运动过程, 要简捷一些。

例 1-10 一质点沿如图 1-7 所示的四条不同路径 (oa , ab , ob , $oabo$) 运动, 作用在质点上的力为 $\vec{F} = 2y^2\vec{i} + 3x\vec{j}$ (SI), 则力 $\vec{F}$ 在各路径上对质点所做的功各为多少? 该力是否是保守力?

解 此为变力做功, 力的分量分别为

$$\begin{cases} F_x = 2y^2 \\ F_y = 3x \end{cases}$$

质点运动路径分别为

$$oa: y = 0 \quad ab: x = 3$$

$$ob: y = \frac{2}{3}x \quad cb: y = 2$$

此变力做功

$$\begin{aligned} A &= \int_r \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_x F_x \cdot dx + \int_y F_y \cdot dy \\ A_{oa} &= 0 \end{aligned}$$

$$A_{ab} = \int_0^3 2y^2 \cdot 0 + \int_0^2 3x dy = \int_0^2 9 dy = 18(\text{J})$$

$$A_{ob} = \int_0^3 2y^2 dx + \int_0^2 3x dy = \int_0^3 2 \cdot \frac{4}{9} x^2 \cdot dx + \int_0^2 3 \cdot \frac{3}{2} y \cdot dy = 17(\text{J})$$

$$A_{oabo} = A_{oa} + A_{ab} + A_{bo} = 0 + \int_3^0 2y^2 dx - A_{ob} = \int_0^3 8 dx - 17 = 7(\text{J})$$

$$A_{oabo} \neq 0 \quad A_{ob} \neq A_{ab} \neq A_{ao}, \text{做功与路径有关。}$$

此力不是保守力。

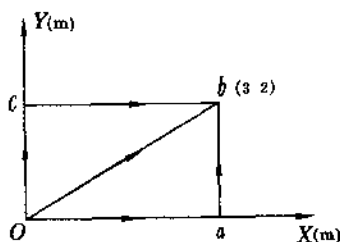


图 1-7