

512

北京市职工初中文化补课课本

几 何

上 册



北 京 出 版 社

北京市职工初中文化补课课本

几 何

上 册

北京市工农教育研究室编

北 京 出 版 社 出 版

(北京前门外东兴隆街 51 号)

新华书店北京发行所发行

北 京 印 刷 二 厂 印 刷

1982 年 10 月第 1 版

1984 年 4 月第 3 次印刷

书号: K 7071·837

定价: 0.26 元

说 明

这套《职工初中文化补课课本代数》(上、下册)、《职工初中文化补课课本几何》(上、下册)是根据《北京市职工初中数学补课纲要》(修订本)的要求编写而成的。

这套课本中，每两课时后都配备一个习题。习题中实线上面的题目是课堂练习题，实线下面的题目是课外作业题。各课时安排的内容多少可以根据学员实际情况灵活掌握，习题也可以做适当的调换或补充。每章之后的小结和复习题，可供复习时参考和使用。

限于编辑水平，错误在所难免，敬希批评指正。

北京市工农教育研究室

一九八二年五月

目 录

第一章	直线、相交线和平行线.....	(1)
一	直线.....	(1)
二	角.....	(6)
三	定义、公理、定理.....	(17)
四	平行线.....	(25)
第二章	三角形.....	(40)
一	三角形.....	(40)
二	三角形的全等.....	(51)
三	等腰三角形.....	(64)
四	直角三角形.....	(70)
五	线段的垂直平分线和角的平分线.....	(75)
第三章	四边形.....	(85)
一	平行四边形.....	(85)
二	梯形.....	(100)

第一章 直线、相交线和平行线

一 直 线

1.1 直线、射线、线段

直线是向两方无限伸长的。直线常用它上面的任意两点的两个大写字母来表示，如直线 AB 或直线 BA (图 1-1)；也可以用一个小写字母来表示，如直线 a (图 1-2)。



图 1-1

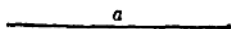


图 1-2

直线有如下的性质：**经过两点可以作一条直线，并且只可以作一条直线。也就是：两点决定一条直线。**

在直线上某一点一旁的部分叫做射线，这点叫做射线的端点。

射线常用它的端点和射线上任意一点的大写字母来表示，把表示端点的字母写在前面。例如，射线 OC (图 1-3)。

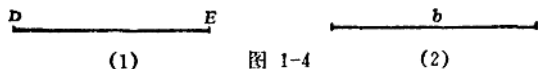


图 1-3

直线上任意两点间的部分叫做线段，这两点叫做线段的端点。

线段常用表示它的两个端点的大写字母来表示。例如，

线段 DE 或线段 ED [图 1-4(1)]; 也可以用一个小写字母来表示, 例如, 线段 b [图 1-4(2)].



已知一条线段的两个端点 A 、 B , 我们就可以用直尺画出这条线段. 连结两点的线段的长叫做这两点间的距离. 显然, 在所有连结两点的线中, 线段最短 (图 1-5).

1.2 线段的作法和计算

作一条线段等于一条已知线段, 或等于一条已知线段的几倍、几分之一, 或等于两条已知线段的和、差, 可以用刻度尺, 也可以用直尺和圆规.



图 1-5

例 1 已知: 线段 a 和 b ($a > b$) (图 1-6), 用直尺和圆规作一条线段使它等于 (1) $a + b$; (2) $a - b$.

作法:

(1) 1. 作直线 l .

2. 在 l 上取一点 A .

3. 在 l 上从 A 点起向一方顺次截取 $AB = a$, $BC = b$. 则 AC 就是所求的线段 (也就是 $AC = a + b$).

(2) 1. 作直线 l' .

2. 在 l' 上截取 $A'B' = a$.

3. 在 $A'B'$ 上从 B' 点起向

相反的方向截取 $B'C' = b$.

则 $A'C'$ 就是所求作的线段 (也就是 $A'C' = a - b$).

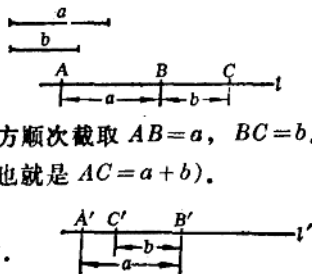


图 1-6

例 2 已知线段 a (图 1-7), 用直尺和圆规作一条线段使它等于 $3a$.

作法: 1. 作直线 l .

2. 在 l 上取一点 A .

3. 在 l 上从 A 点起向一方顺

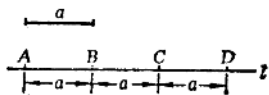


图 1-7

次截取 $AB = BC = CD = a$.

则 AD 就是所求作的线段 (也就是 $AD = 3a$).

例 3 已知线段 AB (图 1-8), 用刻度尺作一条线段使它等于 $\frac{1}{2}AB$.

作法: 1. 量得 $AB = 3.2$ cm.

2. 在 AB 上截取线段 $AC = 1.6$ cm.

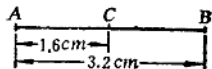


图 1-8

则 AC (或 CB) 就是所求作的线段 (也就是 $AC = \frac{1}{2}AB$

或 $CB = \frac{1}{2}AB$).

从图 1-8 中可以看到, C 点把 AB 二等分. 把一条线段二等分的点叫做 **这条线段的中点**. C 点就是 AB 的中点.

例 4 根据图 1-9 填写下面的空白:

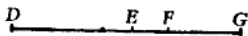


图 1-9

(1) $DF = DE + ()$; (2) $FG = DG - () - ()$;

(3) $DE + EF = DG - ()$;

(4) $DG = () + ()$.

解: (1) $DF = DE + (EF)$;

(2) $FG = DG - (DE) - (EF)$;

$$(3) DE + EF = DG - (FG);$$

$$(4) DG = (DE) + (EG) \text{ 或 } DG = (DF) + (FG).$$

例 5 如图 1-10, 从直线上一点 M 起, 截取线段 $MN = 10 \text{ cm}$, 再从 M 起向同一方向截取 $MP = 16 \text{ cm}$, 求线段 MN 的中点 A 和线段 MP 的中点 B 间的距离。

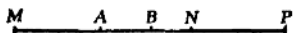


图 1-10

$$\text{解: } \because MA = \frac{1}{2}MN = \frac{1}{2} \times 10 = 5,$$

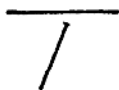
$$MB = \frac{1}{2}MP = \frac{1}{2} \times 16 = 8,$$

$$\therefore AB = MB - MA = 8 - 5 = 3.$$

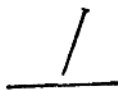
答: 所求的距离 $AB = 3 \text{ cm}$.

习 题 一

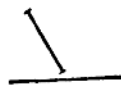
1. (口答) 下列图形中的直线、射线、线段能相交吗?



(1)



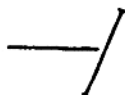
(2)



(3)



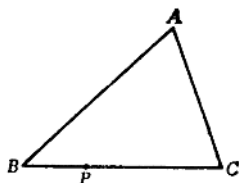
(4)



(5)

(第 1 题)

2. 量出图中 A 点和 B 点之间的距离； P 点和 C 点之间的距离； A 点与 P 点的距离。



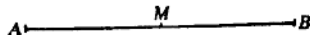
(第2题)

3. 作长是 3 cm 的线段 AB ，延长 AB 到 C ，使 $BC=2.3\text{ cm}$ ，再延长 BA 到 D ，使 $AD=1.8\text{ cm}$ 。
4. 已知线段 a 、 b 、 c ($a > b$)，用直尺和圆规作一条线段使它等于 (1) $a-b+c$ ；(2) $2a-b$ ；(3) $b+3c$ 。
5. 根据下图，填写下面的空白：



(第5题)

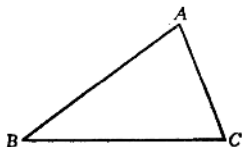
- (1) $AB = () + () + () + ()$ ；
- (2) $AE - AC = () + ()$ ；
- (3) $DB = () + () = AB - ()$ ；
- (4) $CD + DE = ()$ ；
- (5) $CB - () = CD + DE$ 。
6. 下图中 M 是线段 AB 的中点，填写下面的空白：



(第6题)

- (1) $BM = ()$ ；
- (2) $AM = \frac{1}{2}()$ ；
- (3) $AB = 2() = 2()$ 。

7. 把线段 AB 延长到 C , 使线段 BC 等于线段 AB 的 5 倍, 如果线段 AC 的长为 9 cm, 求线段 AB 和线段 BC 的长; 再反向延长 AB 到 D 使 $DA=AB$. 求 DC 的长.
8. 在长为 9 cm 的线段 AB 上取一点 C , 使 AC 的长为 8 cm, 求线段 AC 的中点 M 和线段 CB 的中点 N 之间的距离.
9. 图中, $AB+AC$ 大于 BC 吗? 为什么?
10. 两条线段的和等于 11 cm, 它们的差等于 4 cm, 求每一条线段的长.



(第 9 题)

二 角

1.3 圆、弧

线段 OA 绕着它的端点 O 旋转一周, 它的另一个端点 A 所经过的封闭曲线叫做 **圆** (图 1-11). 点 O 叫做 **圆心**. 连结圆心和圆上任意一点的线段 (如 OA 、 OB 、 OC) 叫做 **半径**. 显然, 同圆的半径相等. 圆可用符号“ $\odot$ ”来表示, 以 O 为圆心的圆记作“ $\odot O$ ”读作“圆 O ”.

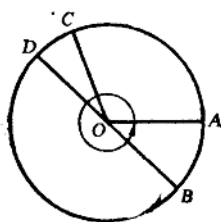


图 1-11

如果两圆的半径相等, 这两个圆叫做 **等圆**. 因此, 等圆的半径相等. 经过圆心并且两个端点都在圆上的线段 (如图 1-11 中的 BD) 叫做 **直径**. 圆的直径等于它的半径的 2 倍. 所以, 同圆 (或等圆) 的直径相等.

圆上任意两点间的部分叫做弧。这两点叫做弧的端点。弧可用符号“ $\frown$ ”来表示。以 E 、 F 为端点的弧记作 $\widehat{EF}$ 或 $\widehat{FE}$ ，读作“弧 EF ”或“弧 FE ”（图 1-12）。事实上，圆上两点把圆分成两条弧，为了区别这两条弧常在弧的两个端点间加一个小写字母 m 或 n ，或其它字母，如图 1-12 中的 $\widehat{EmF}$ 和 $\widehat{EnF}$ 。

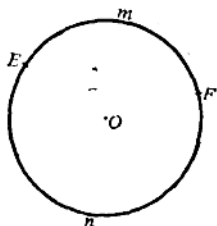


图 1-12

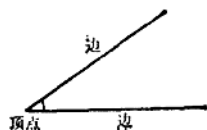
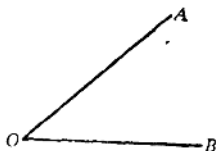


图 1-13

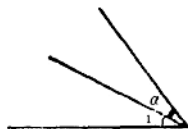
1.4 角

从一点引出的两条射线所组成的图形叫做角（图 1-13）。这两条射线叫做角的边，它们的公共端点叫做角的顶点。

角用符号“ $\angle$ ”来表示，一个角可以用三个大写字母来表示，中间的一个字母表示角的顶点，两旁的两个字母分别表示角的两边上的任意一点。如图 1-14 (1) 中的角可以记做 $\angle AOB$ 或 $\angle BOA$ 。如果以某一点为顶点的角，只有一个时，



(1)



(2)

图 1-14

这个角也可以用表示顶点的那个大写字母来表示，如图 1-14 (1) 的 $\angle AOB$ 也可记作 $\angle O$ 。角也可以用写在角里面并且靠近角的顶点的一个数字或一个小写希腊字母表示，如图 1-14 (2) 的 $\angle 1$ ， $\angle \alpha$ 。

角也可以看成是由一条射线 OA 绕着它的端点 O ，从原来的位置 OA 旋转到另一个位置 OB 而形成的。射线端点就是角的顶点，射线 OA 、 OB 就是角的边(图 1-15)。

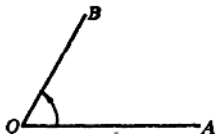


图 1-15



图 1-16

当射线旋转到两条边 OA 和 OB 成为一条直线的位置时，所成的角叫做平角(图 1-16)。

当射线旋转到它原来的位置时，所成的角叫做周角(图 1-17)。

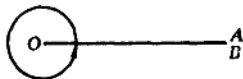


图 1-17

1.5 角的度量

把一个周角分成 360 等份，每一份是一度，记作“ 1° ”，将一度分成 60 等分，每一份是一分，记作“ $1'$ ”，将一分分成 60 等分，每一份是一秒，记作“ $1''$ ”。

$$1^\circ = 60', 1' = 60''.$$

平角的一半叫做直角，小于直角的角叫做锐角，大于直

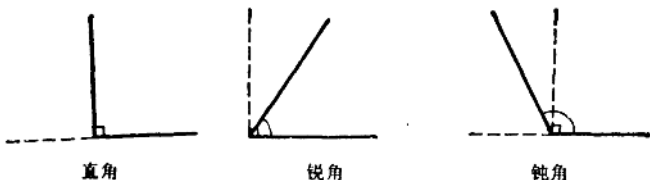


图 1-18

角而小于平角的角叫做钝角(图 1-18)。

$$1 \text{ 周角} = 2 \text{ 平角} = 4 \text{ 直角} = 360^\circ;$$

$$1 \text{ 平角} = 2 \text{ 直角} = 180^\circ;$$

$$1 \text{ 直角} = 90^\circ.$$

可以用量角器来度量一个角的大小。如图 1-19, 量得 $\angle AOB = 50^\circ$, 还可以用量角器作角。如图 1-19 所示作出 $\angle AOC = 100^\circ$ 。我们把平分一个角的射线, 叫做这个角的平分线。如图 1-19 中, OB 就是 $\angle AOC$ 的平分线。即 $\angle AOB = \angle BOC = \frac{1}{2} \angle AOC$ 或 $\angle AOC = 2\angle AOB = 2\angle BOC$ 。

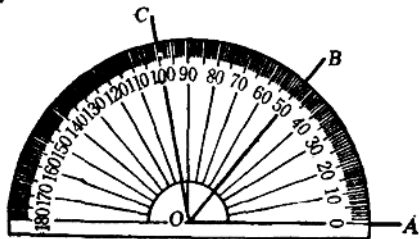


图 1-19

例 1 用度、分、秒表示 2.6° 。

解: $\because 1^\circ = 60'$, $0.6^\circ = 60' \times 0.6 = 36'$,

$$\therefore 2.6^{\circ} = 2^{\circ}36'.$$

例 2 用度表示 $20^{\circ}30'15''$.

$$\text{解: } \because 15'' = \frac{1'}{60} \times 15 = 0.25',$$

$$\therefore 30'15'' = 30.25'.$$

$$\text{又 } \because 30.25' = \frac{1'}{60} \times 30.25 \approx 0.504^{\circ},$$

$$\therefore 20^{\circ}30'15'' \approx 20.504^{\circ}.$$

例 3 计算下列各题:

$$(1) 32^{\circ}15'6'' + 21^{\circ}40'57'', \quad (2) 180^{\circ} - 128^{\circ}13'28'',$$

$$(3) 15^{\circ}6'14'' \times 5, \quad (4) 19^{\circ}23'18'' \div 2.$$

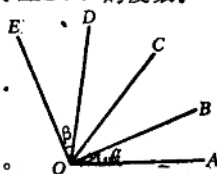
$$\text{解: } (1) 32^{\circ}15'6'' + 21^{\circ}40'57'' = 53^{\circ}55'63'' = 53^{\circ}56'3'',$$

$$(2) 180^{\circ} - 128^{\circ}13'28'' = 179^{\circ}59'60'' - 128^{\circ}13'28'' \\ = 51^{\circ}46'32'',$$

$$(3) 15^{\circ}16'14'' \times 5 = 75^{\circ}80'70'' = 75^{\circ}81'10'' \\ = 76^{\circ}21'10'',$$

$$(4) 19^{\circ}23'18'' \div 2 = 9^{\circ} + 83'18'' \div 2 = 9^{\circ} + 41' + 78'' \div 2 \\ = 9^{\circ}41'39''.$$

例 4 图 1-20 中, 若 $\angle AOE = 110^{\circ}$, $\angle \alpha = 20^{\circ}$, $\angle \beta = 30^{\circ}$, OC 是 $\angle BOD$ 的平分线, 求 $\angle BOC$ 的度数.

$$\text{解: } \because OC \text{ 是 } \angle BOD \text{ 的平分线,}$$


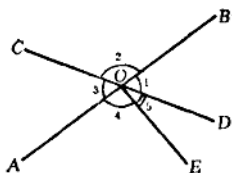
$$\therefore \angle BOC = \angle COD = \frac{1}{2} \angle BOD.$$

$$\because \angle BOD = \angle AOE - \angle \alpha - \angle \beta \\ = 110^{\circ} - 20^{\circ} - 30^{\circ} = 60^{\circ},$$

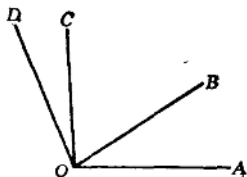
$$\therefore \angle BOC = \frac{1}{2} \angle BOD = \frac{1}{2} \times 60^{\circ} = 30^{\circ}. \quad \text{图 1-20}$$

习 题 二

1. 把图中数字表示的角，各用三个大写字母来表示。



(第 1 题)

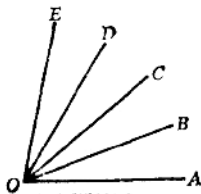


(第 2 题)

2. 根据图形，填写空白：

- (1) $\angle DOB = (\quad) + (\quad)$;
- (2) $\angle AOD = (\quad) + (\quad) + (\quad)$;
- (3) $\angle COD + \angle BOC = \angle AOD - (\quad)$;
- (4) $\angle BOD - (\quad) = \angle COD$;
- (5) $\angle COD = (\quad) - \angle AOC$.

3. 图中，如果 $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle DOE$ ，那么，哪一个角等于 $\angle BOC$ 的四倍？哪些角等于 $\angle AOB$ 的三倍？哪些角等于 $\angle AOE$ 的二分之一？



(第 3 题)

4. 上题图中，哪一条射线是 $\angle AOC$ 的平分线？哪一条射线是 $\angle COE$ 的平分线？哪一条射线是 $\angle AOE$ 的平分线？哪一条射线是 $\angle BOD$ 的平分线？
5. 在直线 MN 上任取一点 O ，过 O 作一条直线 PQ ，则 $\angle MOP + \angle PON$ 是怎样的角？等于多少度？ $\angle MOP$ 、

$\angle PON$ 、 $\angle NOQ$ 、 $\angle MOQ$ 的和是怎样的角？等于多少度？

6. 用量角器作出： 45° 、 60° 、 90° 、 105° 的角。
-
7. 用一副三角板画出： 45° 、 60° 、 30° 、 90° 、 75° 、 105° 、 135° 、 15° 的角。
8. 计算：(1) $45^\circ 36' + 78^\circ 57'$ ；
(2) $95^\circ 35' 18'' - 43^\circ 52' 37''$ ；
(3) $12^\circ 56' 19'' \times 4$ ；
(4) $163^\circ 40' \div 8$ 。
9. 已知两个角的和等于一个直角，它们的差等于 $25^\circ 1'$ ，计算这两个角的大小。
10. 从 80° 角的顶点引一条射线，把它分成两个角，其中一个角是另一个角的三倍，求这两个角的度数。

1.6 余角、补角

两个角的和等于 90° 时，这两个角叫做互为余角（简称互余）。两个角的和等于 180° 时，这两个角叫做互为补角（简称互补）。如果 $\angle\alpha + \angle\beta = 90^\circ$ ，那么 $\angle\alpha$ 、 $\angle\beta$ 互为余角；如果 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，那么 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 互为补角。

例 1 求 $38^\circ 52'$ 的余角和补角。

解，它的余角是 $90^\circ - 38^\circ 52' = 51^\circ 8'$ ；

它的补角是 $180^\circ - 38^\circ 52' = 141^\circ 8'$ 。

例 2 一个角比它的余角大 20° ，求这个角的度数。

解，设所求角为 x 度。由题意可得

$$x - (90 - x) = 20.$$

$$2x = 110,$$

$$x = 55.$$

答：所求的角是 55° 。

1.7 对顶角

如果一个角的两边分别是另一个角的两边的反向延长线，那么这两个角叫做对顶角。例如，两条直线 AB 和 CD 相交于 O 点，组成四个角，其中 $\angle AOD$ 和 $\angle COB$ 、 $\angle AOC$ 和 $\angle DOB$ 都是对顶角(图 1-21)。

图 1-21 中， $\angle AOD$ 和 $\angle COB$ 是同一个 $\angle DOB'$ (或 $\angle AOC$) 的补角，所以 $\angle AOD + \angle DOB = 180^\circ$ ； $\angle COB + \angle DOB = 180^\circ$ ，即 $\angle AOD = 180^\circ - \angle DOB$ ， $\angle COB = 180^\circ - \angle DOB$ 。由此可知 $\angle AOD = \angle COB$ 。

因此，我们得到对顶角的一个重要性质：对顶角相等。

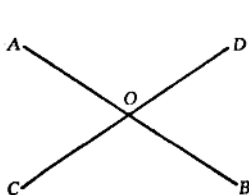


图 1-21

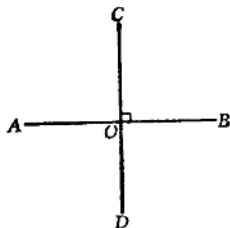


图 1-22

1.8 垂线

两条直线相交成直角，这两条直线叫做互相垂直(图 1-22)，其中的一条叫做另一条的垂线，它们的交点叫做垂足。如图 1-22，直线 AB 与 CD 互相垂直， CD 是 AB 的垂线， AB 也是 CD 的垂线， O 是垂足。

垂直用符号“ $\perp$ ”来表示， AB 和 CD 垂直记作“ $AB \perp CD$ ”，读作“ AB 垂直于 CD ”。