21世纪 高等职业教育通用教材

江苏省优秀教学成果获奖教材

应用高等数学

上册（第二版）

瞿向阳 主编

上海交通大学出版社

序

发展高等职业技术教育，是实施科教兴国战略、贯彻《高等教育法》与《职业教育法》、实现《中国教育改革与发展纲要》及其《实施意见》所确定的目标和任务的重要环节；也是建立健全职业教育体系、调整高等教育结构的重要举措。

近年来，年轻的高等职业教育以自己鲜明的特色，独树一帜，打破了高等教育界传统大学一统天下的局面，在适应现代社会人才的多样化需求、实施高等教育大众化等方面，作出了重大贡献。从而在世界范围内日益受到重视，得到迅速发展。

我国改革开放不久，从1980年开始，在一些经济发展较快的中心城市就先后开办了一批职业大学。1985年，中共中央、国务院在关于教育体制改革的决定中提出，要建立从初级到高级的职业教育体系，并与普通教育相沟通。1996年《中华人民共和国职业教育法》的颁布，从法律上规定了高等职业教育的地位和作用。目前，我国高等职业教育的发展与改革正面临着很好的形势和机遇：职业大学、高等专科学校和成人高校正在积极发展专科层次的高等职业教育；部分民办高校也在试办高等职业教育；一些本科院校也建立了高等职业技术学院，为发展本科层次的高等职业教育进行探索。国家学位委员会1997年会议决定，设立工程硕士、医疗专业硕士、教育专业硕士等学位，并指出，上述学位与工程学硕士、医学科学硕士、教育学硕士等学位是不同类型的同一层次。这就为培养更高层次的一线岗位人才开了先河。

高等职业教育本身具有鲜明的职业特征，这就要求我们在改革课程体系的基础上，认真研究和改革课程教学内容及教学方法，努力加强教材建设。但迄今为止，符合职业特点和要求的教材却似凤毛麟角。由泰州职业技术学院、上海第二工业大学、金陵职业大学、扬州职业大学、彭城大学、沙州工学院、上海交通高等职业技术学校、上海农学院、上海汽车总公司职工大学、江阴职工大学、江南学院、常州职业技术师范学院、苏州职业大学、锡山市职业教育中心、宁波高等专科学校、上海工程技术大学等60余所院校长期从事高等职业教育、有丰富教学经验的资深教师共同编写的《21世纪高职高专通用教材》，将由上海交通大学出版社陆续向读者朋友推出，这是一件值得庆贺的大好事，在此，我们表示衷心的祝贺。并向参加编写的全体教师表示敬意。

高职教育的教材面广量大，花色品种甚多，是一项浩繁而艰巨的工程，除了高职院校和出版社的继续努力外，还要靠国家教育部和省(市)教委加强领导，并设立高等职业教育教材基金，以资助教材编写工作，促进高职教育的发展和改革。高职教育以培养一线人才岗位与岗位群能力为中心，理论教学与实践训练并重，两者密切结合。我们在这方面的改革实践还不充分。在肯定现已编写的高职教材所取得的成绩的同时，有关学校和教师要结合各校的实际情况和实训计划，加以灵活运用，并随着教学改革的深入，进行必要的充实、修改，使之日臻完善。

阳春三月，莺歌燕舞，百花齐放，愿我国高等职业教育及其教材建设如春天里的花园，群芳争妍，为我国的经济建设和社会发展作出应有的贡献！

叶春生

2000年4月5日

前　言

《应用高等数学》是高等职业教育通用教材之一，全书分上、下两册。上册包括向量代数与空间解析几何，函数、极限与连续性，微分学，微分学的应用，一元函数积分学，二元函数积分学等，共 6 章，参考教学时数为 82 学时。下册包括常微分方程，级数，行列式，矩阵，线性方程组，随机事件及其概率，随机变量及其分布，随机变量的数字特征，大数定律与中心极限定理，参数估计，假设检验，数值计算，数学建模初步等，共 13 章，参考教学时数为 72 学时。学时数不含“*”部分内容，“*”部分内容供各校根据实际情况选用。

本书以“必需、够用”为度，与普通专科《高等数学》教材相比，作了较大的改革，主要特色体现在以下四个方面：

(1) 在保留高等数学核心内容的前提下，教学课时有较大幅度的压缩，以适应高职教育少学时高等数学教学的需要。

(2) 优化组合经典内容体系，将方法相同或相似的内容放在一起讲，避免相关内容的重复和割裂，也便于学生通过比较加深理解、加深印象。

(3) 以掌握概念强化应用为教学重点。本书弱化了求极限、求不定积分等复杂的计算技巧，对不定积分更多的是要求学生会使用积分表。

(4) 将工程数学与高等数学结合起来作为一门课程，节省了教学时数，并增加数值计算、数学建模两章，引入计算机软件，体现了教学改

革的方向。

本书上册由翟向阳任主编，王峰、赵焕宗任副主编（以姓氏笔画为序），朱长坤主审；下册由赵焕宗任主编，张建新、翟向阳、戴文荣任副主编（以姓氏笔画为序），刘振周主审。参加本书上、下册编写的有：丁仰章，王峰，王网喜，朱长坤，刘大瑾，张建新，张如君，赵焕宗，晏开湘，顾宗如，章朝庆，翟向阳，薛学铭，戴文荣（以姓氏笔画为序）。

本书在修订过程中得到泰州职业技术学院、上海第二工业大学、上海工程技术大学、上海农学院、上海交通高等职业技术学校、沙州工学院、徐州彭城大学、江阴职工大学、扬州职业大学、上海交通大学的大力支持和关心，并得到许多其他兄弟院校教师的关心和支持，在此一并致谢。

由于编者的水平和经验有限，书中不当之处在所难免，恳请读者指正，以俟再版时更正。

编　者

2000 年 5 月

再版前言

本教材自1999年6月出版以来，深受高职高专院校师生的欢迎，成为“21世纪高职高专通用教材”中最畅销的教材之一，并获得了江苏省优秀教学成果奖。为使本教材更能体现高职高专的教学规律和特点，我们在总结几年来教学实践的基础上，保留并深化原教材的特色，对部分内容作了适当的调整和修订：

(1) 在统一函数定义的基础上，进一步统一了函数的极限和连续性的定义，使概念更加简洁明了。

(2) 在一元函数积分学部分，改变过去先讲不定积分后讲定积分的教法，把不定积分放在定积分后面作为计算定积分的工具引入，突出了定积分的应用价值。

(3) 适当增加了一些适合高职高专学生的应用型实例。

(4) 把原来第18章“数值计算”改为“Matlab应用”，以便达到掌握Matlab程序操作，巩固所学高等数学的基本知识。

(5) 重新编写了第19章“数学建模初步”，以便能更适合高职高专学生的学习和应用。

编　者

2004年5月

目　录

1 向量代数与空间解析几何

在平面解析几何中，我们曾经引入平面直角坐标系，把平面上的点与一对有序数组对应起来，从而可通过代数方法来研究平面几何问题。同样，为了研究空间几何问题，我们引进空间直角坐标系。空间解析几何是平面解析几何的自然推广，是学习多元函数微积分的基础。而有着广泛应用的向量则是研究空间解析几何的重要工具。在学习这部分内容时，应与平面解析几何的知识多作比较，并不断提高空间想象能力。

1.1 空间直角坐标系

众所周知，过平面上一点 O 作两条互相垂直且以 O 为原点的数轴 Ox，Oy，就构成了平面直角坐标系。如果过空间某一定点 O，作三条互相垂直的数轴，它们都以 O 为原点，且一般具有相同的长度单位，就构成了一个**空间直角坐标系**。这三条轴分别称为 x **轴**(**横轴**)、y **轴**(**纵轴**)、z **轴**(**立轴**)，统称为**坐标轴**。定点 O 称为**坐标原点**。习惯上，x 轴、y 轴配置在水平面上，而 z 轴是铅垂线。它们的正方向要符合**右手法则**，即伸开右手的拇指、食指和中指，使其两两垂直时，如果拇指指向 x 轴的正向，食指指向 y 轴的正向，则中指指向 z 轴的正向(见图 1.1)。

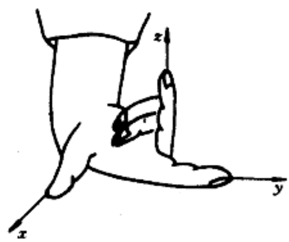

图 1.1

在空间直角坐标系中，三坐标轴 Ox，Oy，Oz 两两决定互相垂直的三平面 xOy，yOz，zOx，统称为**坐标面**。三个坐标面把整个空间分为 8 个部分，每一部分称为一个**卦限**，卦限的编号如图 1.2 所示。

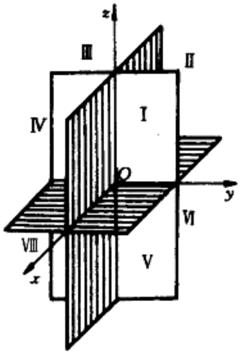

图 1.2

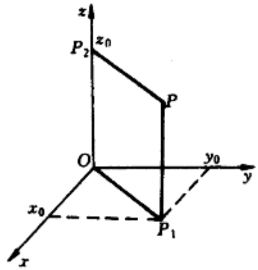

图 1.3

对于空间直角坐标系中的任意一点 P，可以用类似于平面直角坐标系中的方法来规定点 P 的空间直角坐标。如图 1.3 所示，从 P 点作 xOy 平面的垂线，垂足为 P_1（P_1 称为点 P 在 xOy 平面上的**投影**），设 P_1 在平面直角坐标系 Oxy 中的坐标为(x_0,y_0)，再过点 P 作 z 轴的垂直平面，交 z 轴于 P_2 点，P_2 在 z 轴上的坐标为 z_0。这样，空间任意一点 P 就唯一确定了一个三元有序数组(x_0,y_0,z_0)；反之，任给一个三元有序数组(x_0,y_0,z_0)，也必可确定唯一的点 P 与之对应：先在 xOy 平面上确定一点 P_1，其平面坐标为(x_0,y_0)，再过 P_1 点作 xOy 平面的垂线段 P_1P，使$\overline{P_1P}$的长度为$|z_0|$，P 在 xOy 平面的上方或下方取决于 z_0 的值为正或为负。由此可见，在空间直角坐标系中，空间的点与三元有序数组之间是一一对应的。称(x_0,y_0,z_0)为点 P 的**空间直角坐标**。x_0,y_0,z_0 依次称为点 P 的**横坐标**、**纵坐标**和**立坐标**。由图 1.2 可知 8 个卦限内的点的坐标(x,y,z)的符号依次为

Ⅰ$(+,+,+)$	Ⅱ$(-,+,+)$
Ⅲ$(-,-,+)$	Ⅳ$(+,-,+)$
Ⅴ$(+,+,-)$	Ⅵ$(-,+,-)$
Ⅶ$(-,-,-)$	Ⅷ$(+,-,-)$

特别地，原点的坐标为$(0,0,0)$，x 轴，y 轴，z 轴上点的坐标分别为

$(x,0,0),(0,y,0)(0,0,z)$，三个坐标面 xOy，yOz，zOx 上的点的坐标分别为 $(x,y,0),(0,y,z),(x,0,z)$。

例 1.1 求空间中的任意两点 $P_1(x_1,y_1,z_1)$，$P_2(x_2,y_2,z_2)$ 之间的距离 d。

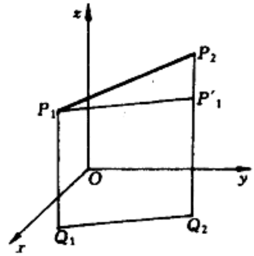

图 1.4

解 设点 Q_1,Q_2 分别为点 P_1,P_2 在 xOy 平面上的投影(见图1.4)。显然，在 xOy 平面上的点 Q_1,Q_2 的坐标分别为 (x_1,y_1) 及 (x_2,y_2)，按照平面上两点间距离公式，有

$$|Q_1Q_2|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}。$$

连接 P_1,P_2 及 Q_1,Q_2，过点 P_1 作 Q_1,Q_2 的平行线交 P_2Q_2 于 P_1'，由图 1.4 可知，

$$|P_1P_2|^2=|P_1P_1'|^2+|P_1'P_2|^2。$$

而
$$|P_1P_1'|=|Q_1Q_2|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2},$$
$$|P_1'P_2|=|z_2-z_1|。$$

于是得 $|P_1P_2|^2=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2$，

即 $d=|P_1P_2|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$。 (1.1)

此即空间直角坐标系中的**两点间距离公式**。显然，它是平面直角坐标系中两点间距离公式的直接推广。

例 1.2 若球面的球心在点 $P_0(x_0,y_0,z_0)$，其半径为 R，求该球面的方程。

解 设 $P(x,y,z)$ 为球面上任意一点，则 P 到球心 P_0 的距离恒等于半径 R，即

$$|P_0P|=R。$$

由公式(1.1)，有

$$|P_0P|=\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2}=R,$$

故

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2。\tag{1.2}$$

此即为球面上点的坐标所满足的方程，而满足方程(1.2)的点一定在球

面上。所以方程(1.2)就是以 $P_0(x_0,y_0,z_0)$ 为球心,R 为半径的**球面方程**。

特别地,球心在原点(0,0,0)半径为 R 的球面方程为

$$x^2+y^2+z^2=R^2,$$

其图形如图 1.5 所示。

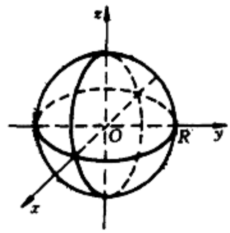

图 1.5

1.2 向量的线性运算及坐标

1.2.1 向量的概念

在中学物理中所遇到的量,可以分为两类。其中一类是仅由其数值决定的量,例如质量、温度、时间、面积等,称为**数量**或**标量**。另外一类量,不但要由它的大小,还要由它的方向来决定,例如力、位移、速度等,这样的量称为**向量**或**矢量**。

向量常用一条带有箭头的有向线段来表示,此线段的长度表示该向量的大小,而箭头表示向量的方向。始点为 A、终点为 B 的有向线段所表示的向量记为$\overrightarrow{AB}$。向量(或矢量)在书本上用印刷体黑体字母表示,如 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ 等;而在手写字母中,则常用带箭头的小写字母$\vec{a}$,$\vec{b}$等表示。

向量的大小称为向量的**模**。图 1.6 中的向量$\overrightarrow{AB}$,$\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ 的模分别记为$|\overrightarrow{AB}|$,$|\boldsymbol{a}|$,$|\boldsymbol{b}|$。模为 1 的向量称为**单位向量**。模为 0 的向量称为**零向量**,记作$\vec{0}$。零向量的方向规定为任意的。

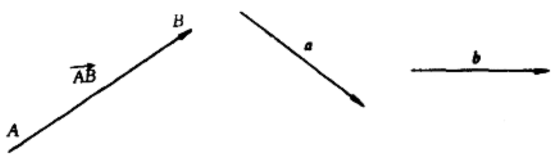

图 1.6

根据向量的定义,如果两个向量的模相等,而且方向相同,则两向量相等。如图 1.7 中,$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{B_1C_1}$,$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{A_1C_1}$。对于与始点无关的自