



21世纪 高等职业教育通用教材

江苏省优秀教学成果获奖教材

应用高等数学

上册 (第二版)

瞿向阳 主编

上海交通大学出版社

PDF

21 世纪高等职业教育通用教材

编 审 委 员 会

主 任 名 单

(以姓氏笔画为序)

编审委员会顾问

叶春生 詹平华

编审委员会名誉主任

李 进 李宗尧

编审委员会主任

闵光太 潘立本

编审委员会常务副主任

东鲁红

编审委员会副主任

孔宪思	王俊堂	王继东	白玉江
冯拾松	匡亦珍	朱懿心	吴惠荣
李 光	李坚利	陈 礼	赵祥大
洪申我	饶文涛	秦士嘉	黄 斌
董 刚	薛志信		

序

发展高等职业技术教育,是实施科教兴国战略、贯彻《高等教育法》与《职业教育法》、实现《中国教育改革与发展纲要》及其《实施意见》所确定的目标和任务的重要环节;也是建立健全职业教育体系、调整高等教育结构的重要举措。

近年来,年轻的高等职业教育以自己鲜明的特色,独树一帜,打破了高等教育界传统大学一统天下的局面,在适应现代社会人才的多样化需求、实施高等教育大众化等方面,作出了重大贡献。从而在世界范围内日益受到重视,得到迅速发展。

我国改革开放不久,从1980年开始,在一些经济发展较快的中心城市就先后开办了一批职业大学。1985年,中共中央、国务院在关于教育体制改革的决定中提出,要建立从初级到高级的职业教育体系,并与普通教育相沟通。1996年《中华人民共和国职业教育法》的颁布,从法律上规定了高等职业教育的地位和作用。目前,我国高等职业教育的发展与改革正面临着很好的形势和机遇:职业大学、高等专科学校和成人高校正在积极发展专科层次的高等职业教育;部分民办高校也在试办高等职业教育;一些本科院校也建立了高等职业技术学院,为发展本科层次的高等职业教育进行探索。国家学位委员会1997年会议决定,设立工程硕士、医疗专业硕士、教育专业硕士等学位,并指出,上述学位与工程学硕士、医学科学硕士、教育学硕士等学位是不同类型的同一层次。这就为培养更高层次的一线岗位人才开了先河。

高等职业教育本身具有鲜明的职业特征,这就要求我们在改革课程体系的基础上,认真研究和改革课程教学内容及教学方法,努力加强教材建设。但迄今为止,符合职业特点和要求的教材却似凤毛麟角。由泰州职业技术学院、上海第二工业大学、金陵职业大学、扬州职业大学、彭城大学、沙州工学院、上海交通高等职业技术学校、上海农学院、上海汽车总公司职工大学、江阴职工大学、江南学院、常州职业技术师范学院、苏州职业大学、锡山市职业教育中心、宁波高等专科学校、上海工程技术大学等 60 余所院校长期从事高等职业教育、有丰富教学经验的资深教师共同编写的《21 世纪高职高专通用教材》,将由上海交通大学出版社陆续向读者朋友推出,这是一件值得庆贺的大好事,在此,我们表示衷心的祝贺。并向参加编写的全体教师表示敬意。

高职教育的教材面广量大,花色品种甚多,是一项浩繁而艰巨的工程,除了高职院校和出版社的继续努力外,还要靠国家教育部和省(市)教委加强领导,并设立高等职业教育教材基金,以资助教材编写工作,促进高职教育的发展和改革。高职教育以培养一线人才岗位与岗位群能力为中心,理论教学与实践训练并重,两者密切结合。我们在这方面的改革实践还不充分。在肯定现已编写的高职教材所取得的成绩的同时,有关学校和教师要结合各校的实际情况和实训计划,加以灵活运用,并随着教学改革的深入,进行必要的充实、修改,使之日臻完善。

阳春三月,莺歌燕舞,百花齐放,愿我国高等职业教育及其教材建设如春天里的花园,群芳争妍,为我国的经济建设和社会发展作出应有的贡献!

叶春生

2000 年 4 月 5 日

前 言

《应用高等数学》是高等职业教育通用教材之一,全书分上、下两册。上册包括向量代数与空间解析几何,函数、极限与连续性,微分学,微分学的应用,一元函数积分学,二元函数积分学等,共6章,参考教学时数为82学时。下册包括常微分方程,级数,行列式,矩阵,线性方程组,随机事件及其概率,随机变量及其分布,随机变量的数字特征,大数定律与中心极限定理,参数估计,假设检验,数值计算,数学建模初步等,共13章,参考教学时数为72学时。学时数不含“*”部分内容,“*”部分内容供各校根据实际情况选用。

本书以“必需、够用”为度,与普通专科《高等数学》教材相比,作了较大的改革,主要特色体现在以下四个方面:

(1) 在保留高等数学核心内容的前提下,教学课时有较大幅度的压缩,以适应高职教育少学时高等数学教学的需要。

(2) 优化组合经典内容体系,将方法相同或相似的内容放在一起讲,避免相关内容的重复和割裂,也便于学生通过比较加深理解、加深印象。

(3) 以掌握概念强化应用为教学重点。本书弱化了求极限、求不定积分等复杂的计算技巧,对不定积分更多的是要求学生会使用积分表。

(4) 将工程数学与高等数学结合起来作为一门课程,节省了教学时数,并增加数值计算、数学建模两章,引入计算机软件,体现了教学改

革的方向。

本书上册由翟向阳任主编,王峰、赵焕宗任副主编(以姓氏笔画为序),朱长坤主审;下册由赵焕宗任主编,张建新、翟向阳、戴文荣任副主编(以姓氏笔画为序),刘振周主审。参加本书上、下册编写的有:丁仰章,王峰,王网喜,朱长坤,刘大瑾,张建新,张如君,赵焕宗,晏开湘,顾宗如,章朝庆,翟向阳,薛学铭,戴文荣(以姓氏笔画为序)。

本书在修订过程中得到泰州职业技术学院、上海第二工业大学、上海工程技术大学、上海农学院、上海交通高等职业技术学校、沙州工学院、徐州彭城大学、江阴职工大学、扬州职业大学、上海交通大学的大力支持和关心,并得到许多其他兄弟院校教师的关心和支持,在此一并致谢。

由于编者的水平和经验有限,书中不当之处在所难免,恳请读者指正,以俟再版时更正。

编 者

2000年5月

再版前言

本教材自 1999 年 6 月出版以来,深受高职高专院校师生的欢迎,成为“21 世纪高职高专通用教材”中最畅销的教材之一,并获得了江苏省优秀教学成果奖。为使本教材更能体现高职高专的教学规律和特点,我们在总结几年来教学实践的基础上,保留并深化原教材的特色,对部分内容作了适当的调整和修订:

(1) 在统一函数定义的基础上,进一步统一了函数的极限和连续性的定义,使概念更加简洁明了。

(2) 在一元函数积分学部分,改变过去先讲不定积分后讲定积分的教法,把不定积分放在定积分后面作为计算定积分的工具引入,突出了定积分的应用价值。

(3) 适当增加了一些适合高职高专学生的应用型实例。

(4) 把原来第 18 章“数值计算”改为“Matlab 应用”,以便达到掌握 Matlab 程序操作,巩固所学高等数学的基本知识。

(5) 重新编写了第 19 章“数学建模初步”,以便能更适合高职高专学生的学习和应用。

编 者

2004 年 5 月

目 录

1 向量代数与空间解析几何	1
1.1 空间直角坐标系	1
1.2 向量的线性运算及坐标	4
1.2.1 向量的概念	4
1.2.2 向量的加减法	5
1.2.3 向量的数乘运算	7
1.2.4 向量的坐标表示	8
1.3 两向量的数量积与向量积	12
1.3.1 两向量的数量积	12
1.3.2 两向量的向量积	14
1.4 平面与空间直线	17
1.4.1 平面及其方程	17
1.4.2 空间直线	21
1.5 二次曲面与空间曲线	25
1.5.1 曲面与方程	25
1.5.2 二次曲面	26
1.5.3 空间曲线	32
1.5.4 空间曲线在坐标面上的投影	33
习题 1	34
2 函数、极限与连续性	38
2.1 函数的有关概念	38
2.1.1 数轴上的区间, 点的邻域	38
2.1.2 平面点集和区域	39

2.1.3	映射	40
2.1.4	函数的定义	41
2.1.5	函数表示法	44
2.1.6	初等函数	46
2.1.7	经济学中的常用函数	50
2.2	数列的极限	53
2.3	函数的极限	57
2.3.1	点函数 $f(P)$ 的极限	57
2.3.2	两个重要极限	64
2.3.3	无穷小量	70
2.4	函数的连续性	74
2.4.1	函数的连续性的概念	74
2.4.2	闭域上连续函数的性质	80
习题 2		84

3 微分学 88

3.1	导数概念	88
3.1.1	两个引例	88
3.1.2	导数的定义	90
3.1.3	利用定义求导数	92
3.1.4	导数的几何意义	94
3.1.5	可导与连续的关系	94
3.2	导数计算	96
3.2.1	常数和基本初等函数的导数公式	96
3.2.2	函数和、差、积、商的求导法则	97
3.2.3	复合函数的求导法则	99
3.2.4	一元隐函数的导数	103
3.2.5	高阶导数	106
3.3	偏导数	108
3.3.1	偏导数的概念	108

3.3.2	高阶偏导数	112
3.3.3	多元复合函数及隐函数求导法则	114
3.3.4	偏导数的几何应用	119
3.4	微分	122
3.4.1	一元函数的微分	122
3.4.2	二元函数的全微分	129
3.4.3	微分在近似计算中的应用	132
	习题 3	135
4	微分学的应用	145
4.1	中值定理	145
4.1.1	拉格朗日定理	145
4.1.2	拉格朗日定理的特例——罗尔定理	146
4.1.3	拉格朗日定理的推广——柯西定理	146
4.2	未定式的定值法	150
4.2.1	罗必塔法则 I ($\frac{0}{0}$ 型)	150
4.2.2	罗必塔法则 II ($\frac{\infty}{\infty}$ 型)	152
4.2.3	其他未定式	154
4.3	一元函数的图形	156
4.3.1	函数单调性的判定法	156
4.3.2	函数的极值	159
4.3.3	曲线的凹向和拐点	163
4.3.4	函数图形的描绘	166
4.4	函数的最大值和最小值及其应用问题	171
4.5	二元函数的极值与最值	177
4.5.1	二元函数的极值	177
4.5.2	二元函数的最大值、最小值问题	180
4.5.3	条件极值	183

4.6 弧微分, 曲率	189
4.6.1 弧长的微分	189
*4.6.2 曲率	190
*4.6.3 曲率计算公式	191
*4.6.4 曲率圆, 曲率半径	192
习题 4	194
5 一元函数积分学	203
5.1 定积分的概念	203
5.1.1 两个引例	203
5.1.2 定积分的定义	206
5.1.3 定积分的几何意义	207
5.2 定积分的基本性质	209
5.3 不定积分的概念与基本公式	211
5.3.1 原函数的概念	211
5.3.2 不定积分的概念	212
5.3.3 不定积分的基本积分公式	215
5.3.4 不定积分的性质	216
5.4 牛顿—莱布尼兹公式	219
5.4.1 积分上限的函数及其导数	219
5.4.2 牛顿—莱布尼兹公式 (微积分基本定理, 积分形式)	221
5.5 积分法	224
5.5.1 第一类换元积分法	224
5.5.2 第二类换元积分法	232
5.5.3 定积分的换元积分法	234
5.5.4 分部积分法	238
5.6 积分表的使用	242
5.7 定积分的应用	246
5.7.1 微元分析法	246

5.7.2	平面图形的面积	247
5.7.3	旋转体的体积	251
5.7.4	平面曲线的弧长	253
5.7.5	功、引力和液体的静压力	255
5.7.6	定积分在经济工作中的应用	258
5.8	广义积分	259
5.8.1	积分区间为无限的广义积分	259
5.8.2	无界函数的广义积分	261
习题 5		263
6	二元函数积分学	270
6.1	二重积分的概念与性质	270
6.1.1	二重积分的概念	270
6.1.2	二重积分的性质	273
6.2	二重积分的计算	275
6.2.1	利用直角坐标计算二重积分	275
6.2.2	利用极坐标计算二重积分	284
6.3	二重积分的应用	290
6.3.1	曲顶柱体的体积和平面薄片的质量	290
6.3.2	曲面的面积	292
6.3.3	平面薄片的重心	295
6.3.4	转动惯量	297
6.4	对坐标的曲线积分	299
6.4.1	对坐标的曲线积分的概念与性质	299
6.4.2	对坐标的曲线积分的计算法	302
6.4.3	格林公式	305
6.4.4	平面上的曲线积分与路径无关的条件	309
习题 6		312
附录 I	初等数学常用公式	319

附录Ⅱ 简易积分表.....	324
习题答案.....	333

1 向量代数与空间解析几何

在平面解析几何中,我们曾经引入平面直角坐标系,把平面上的点与一对有序数组对应起来,从而可通过代数方法来研究平面几何问题。同样,为了研究空间几何问题,我们引进空间直角坐标系。空间解析几何是平面解析几何的自然推广,是学习多元函数微积分的基础。而有着广泛应用的向量则是研究空间解析几何的重要工具。在学习这部分内容时,应与平面解析几何的知识多作比较,并不断提高空间想象能力。

1.1 空间直角坐标系

众所周知,过平面上一点 O 作两条互相垂直且以 O 为原点的数轴 Ox, Oy , 就构成了平面直角坐标系。如果过空间某一定点 O , 作三条互相垂直的数轴, 它们都以 O 为原点, 且一般具有相同的长度单位, 就构成了一个空间直角坐标系。这三条轴分别称为 x 轴(横轴)、 y 轴(纵轴)、 z 轴(立轴), 统称为坐标轴。定点 O 称为坐标原点。习惯上, x 轴、 y 轴配

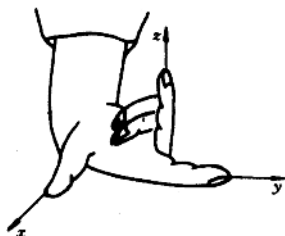


图 1.1

置在水平面上,而 z 轴是铅垂线。它们的正方向要符合右手法则,即伸开右手的拇指、食指和中指,使其两两垂直时,如果拇指指向 x 轴的正向,食指指向 y 轴的正向,则中指指向 z 轴的正向(见图 1.1)。

在空间直角坐标系中,三坐标轴 Ox, Oy, Oz 两两决定互相垂直的三平面 xOy, yOz, zOx , 统称为坐标面。三个坐标面把整个空间分为 8 个部分,每一部分称为一个卦限,卦限的编号如图 1.2 所示。

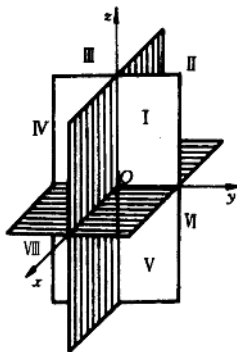


图 1.2

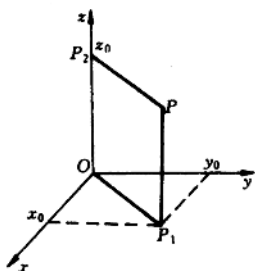


图 1.3

对于空间直角坐标系中的任意一点 P , 可以用类似于平面直角坐标系中的方法来规定点 P 的空间直角坐标。如图 1.3 所示, 从 P 点作 xOy 平面的垂线, 垂足为 P_1 (P_1 称为点 P 在 xOy 平面上的投影), 设 P_1 在平面直角坐标系 Oxy 中的坐标为 (x_0, y_0) , 再过点 P 作 z 轴的垂直平面, 交 z 轴于 P_2 点, P_2 在 z 轴上的坐标为 z_0 。这样, 空间任意一点 P 就唯一确定了一个三元有序数组 (x_0, y_0, z_0) ; 反之, 任给一个三元有序数组 (x_0, y_0, z_0) , 也必可确定唯一的点 P 与之对应: 先在 xOy 平面上确定一点 P_1 , 其平面坐标为 (x_0, y_0) , 再过 P_1 点作 xOy 平面的垂线段 P_1P , 使 $\overline{P_1P}$ 的长度为 $|z_0|$, P 在 xOy 平面的上方或下方取决于 z_0 的值为正或为负。由此可见, 在空间直角坐标系中, 空间的点与三元有序数组之间是一一对应的。称 (x_0, y_0, z_0) 为点 P 的空间直角坐标。 x_0, y_0, z_0 依次称为点 P 的横坐标、纵坐标和立坐标。由图 1.2 可知 8 个卦限内的点的坐标 (x, y, z) 的符号依次为

I (+, +, +)	II (-, +, +)
III (-, -, +)	IV (+, -, +)
V (+, +, -)	VI (-, +, -)
VII (-, -, -)	VIII (+, -, -)

特别地, 原点的坐标为 $(0, 0, 0)$, x 轴, y 轴, z 轴上点的坐标分别为

$(x, 0, 0), (0, y, 0), (0, 0, z)$, 三个坐标面 xOy, yOz, zOx 上的点的坐标分别为 $(x, y, 0), (0, y, z), (x, 0, z)$ 。

例 1.1 求空间中的任意两点 $P_1(x_1, y_1, z_1), P_2(x_2, y_2, z_2)$ 之间的距离 d 。

解 设点 Q_1, Q_2 分别为点 P_1, P_2 在 xOy 平面上的投影 (见图 1.4)。显然, 在 xOy 平面上的点 Q_1, Q_2 的坐标分别为 (x_1, y_1) 及 (x_2, y_2) , 按照平面上两点间距离公式, 有

$$|Q_1Q_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

连接 P_1, P_2 及 Q_1, Q_2 , 过点 P_1 作 Q_1, Q_2 的平行线交 P_2Q_2 于 P_1' , 由图 1.4 可知,

$$|P_1P_2|^2 = |P_1P_1'|^2 + |P_1'P_2|^2.$$

而 $|P_1P_1'| = |Q_1Q_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2},$

$$|P_1'P_2| = |z_2 - z_1|.$$

于是得 $|P_1P_2|^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2,$

$$\text{即 } d = |P_1P_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}. \quad (1.1)$$

此即空间直角坐标系中的两点间距离公式。显然, 它是平面直角坐标系中两点间距离公式的直接推广。

例 1.2 若球面的球心在点 $P_0(x_0, y_0, z_0)$, 其半径为 R , 求该球面的方程。

解 设 $P(x, y, z)$ 为球面上任意一点, 则 P 到球心 P_0 的距离恒等于半径 R , 即

$$|P_0P| = R.$$

由公式 (1.1), 有

$$|P_0P| = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2} = R,$$

故

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2. \quad (1.2)$$

此即为球面上点的坐标所满足的方程, 而满足方程 (1.2) 的点一定在球

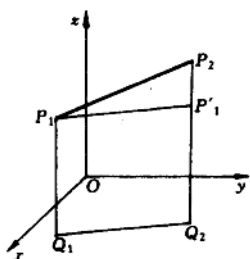


图 1.4

面上。所以方程(1.2)就是以 $P_0(x_0, y_0, z_0)$ 为球心, R 为半径的球面方程。

特别地, 球心在原点 $(0, 0, 0)$ 半径为 R 的球面方程为

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2,$$

其图形如图 1.5 所示。

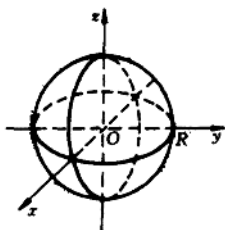


图 1.5

1.2 向量的线性运算及坐标

1.2.1 向量的概念

在中学物理中所遇到的量, 可以分为两类。其中一类是仅由其数值决定的量, 例如质量、温度、时间、面积等, 称为**数量**或**标量**。另外一类量, 不但要由它的大小, 还要由它的方向来决定, 例如力、位移、速度等, 这样的量称为**向量**或**矢量**。

向量常用一条带有箭头的有向线段来表示, 此线段的长度表示该向量的大小, 而箭头表示向量的方向。始点为 A 、终点为 B 的有向线段所表示的向量记为 $\overrightarrow{AB}$ 。向量(或矢量)在书本上用印刷体黑体字母表示, 如 a, b 等; 而在手写字母中, 则常用带箭头的小写字母 $\vec{a}, \vec{b}$ 等表示。

向量的大小称为向量的模。图 1.6 中的向量 $\overrightarrow{AB}, a, b$ 的模分别记为 $|\overrightarrow{AB}|, |a|, |b|$ 。模为 1 的向量称为**单位向量**。模为 0 的向量称为**零向量**, 记作 $\vec{0}$ 。零向量的方向规定为任意的。

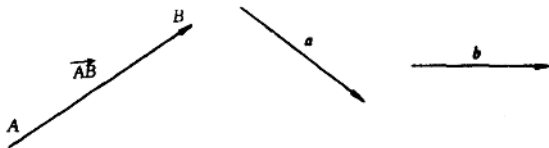


图 1.6

根据向量的定义, 如果两个向量的模相等, 而且方向相同, 则两向量相等。如图 1.7 中, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{B_1C_1}, \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A_1C_1}$ 。对于与始点无关的自