

★★★ 科学分类 名师解析 ★★★
拓展双基 跨越奥赛

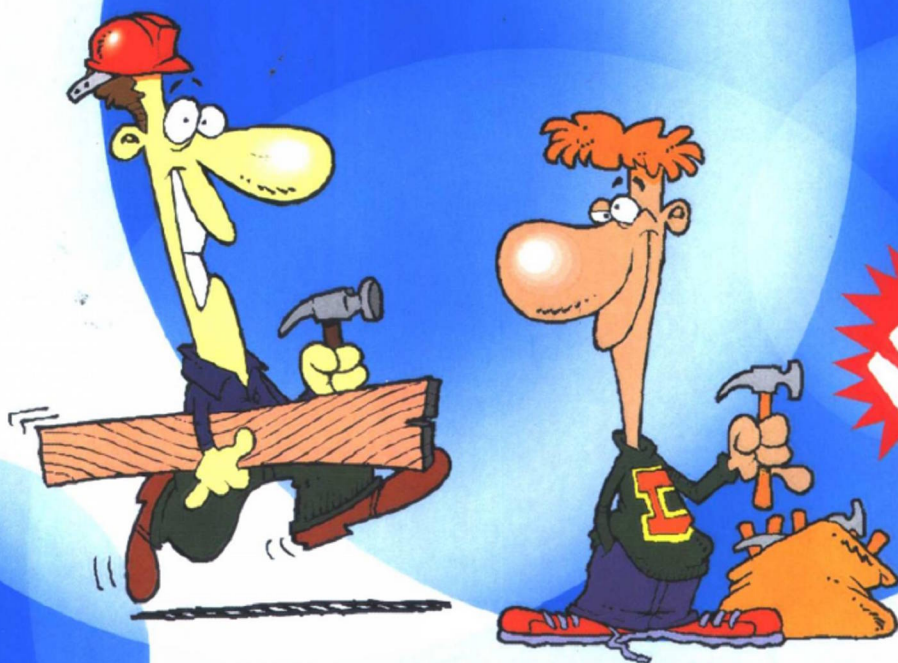


奥赛新起点丛书

最新 初中学科竞赛 热点题库

初中学科竞赛研究组 编

数学



 北京教育出版社

★★★ 科学分类 名师解析 ★★★
拓展双基 跨越奥赛

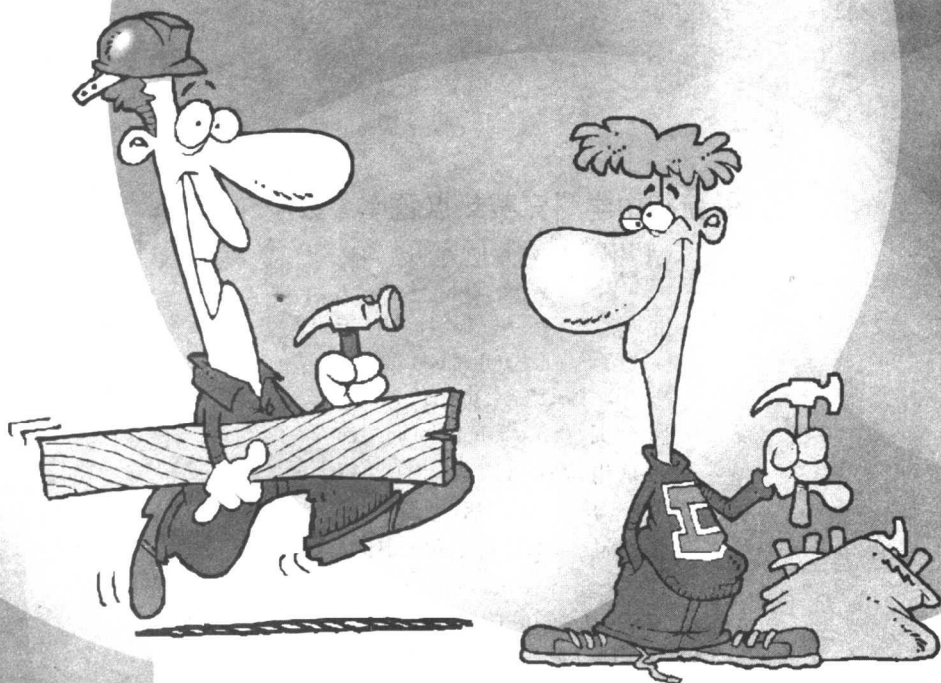


奥赛新起点丛书

最新 初中学科竞赛 热点题库

初中学科竞赛研究组 编

数学



 北京教育出版社

丛书编委会

主 编 丁连义

副主编 刘富森 甘喜武

编 委 丁连义 刘富森 甘喜武 丁雁杰 王得法
王超智 叶银胜 刘洁忱 李宏伟 李忠孝
李锦育 李和芳 李 筱 何保荣 龚 昇
郭 峰 董 磊

本册编者 丁连义 李锦育 丁雁杰

最新初中学科竞赛热点题库·数学

初中学科竞赛研究组 编

*

北 京 教 育 出 版 社 出 版

(北京北三环中路6号)

邮政编码: 100011

网 址: www.bph.com.cn

北京出版社出版集团总发行

新 华 书 店 经 销

北京颐园印刷有限责任公司印刷

*

787×1092 16开本 12.25印张

2004年7月第1版 2004年7月第1次印刷

印数 1—20 000

ISBN 7-5303-3448-4

G·3378 定价: 15.00元

致读者

中小学学科竞赛，也就是人们常说的“奥赛”，是由体育奥林匹克借鉴、引申而来，是中小學生思维、能力的综合实力竞赛，这也正是学科竞赛不分国界、不分地域，长盛不衰的魅力所在。

关于学科竞赛读物，我们想分别向学生、家长、老师说几句话：

致学生——假如你是聪明好学的好学生，我们的读物给你准备了丰富的精神大餐，让你在学有余力、学有潜力的学科上不断提高，勇攀高峰；假如你是中等生，不要着急，读一读竞赛读物，它会点亮你思维的火花，指点你解题的技巧，带你更上一层楼；假如你是不太受人注意的学生，请你看一看竞赛读物，你会觉得有些内容并不深奥、神秘，在不知不觉中你也许就会对某一学科产生浓厚的兴趣，激发出自身的潜力，信心百倍，后来居上。

致家长——中小学时期是孩子打知识基础的阶段，在这一阶段养成良好的学习习惯和思维模式，将终身受益。“培养兴趣、开发智力、提高能力”是中小学学科竞赛的宗旨。让孩子接触一下、试一试，激发孩子的兴趣，发现他（她）们的潜能，帮助孩子在人生的起步阶段打下坚实的基础，离不开家长的引导和培养。

致老师——要教给学生一杯水的知识，老师应该准备一桶水的知识。中小学学科竞赛是当前素质教育的有机组成部分，是在课堂教学基础上的延伸，建议老师对学科竞赛给予充分的关注。

编者的话

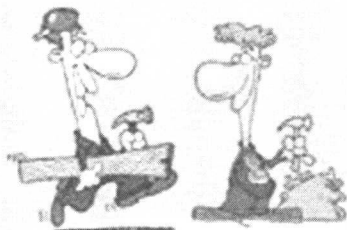
中小学教育是件非常复杂的事情。由于教育者与受教育者个人、家庭及所处的环境是千差万别的，故让上亿的中小學生采用若干种模式“齐步走”是不现实的。这也是中小学奥林匹克读物日益受到学生、家长及老师青睐的根本原因所在。国家的最高教育和科技行政部门也对中小学学科竞赛给予了足够的重视，不仅形成了规范的竞赛制度，还制定了与普通教学大纲相衔接的三级竞赛大纲，如此系统的大纲，除高考外还是第一个。

学科奥林匹克竞赛受到如此高度的重视，其根本原因是各级“奥赛”试题具有很强的创新性、开放性、综合性。而注重考查学生对知识的理解、掌握、综合应用和创新能力，也正是素质教育的核心内容。基于此，我们在精心研究近几年国内外中小学竞赛试题的基础上，邀请北京、黄冈、河南等地潜心耕耘于这一领域的优秀教师，编写了这套《最新小学学科竞赛热点题库》（数、英、信息）《最新初中学科竞赛热点题库》（数、理、化、英、信息、生物）。这套书将竞赛试题按知识点，或按能力要求分类编辑，同时，为方便学生使用，对每个专题内的习题又按题的难易度排列，并对试题进行了有针对性的解析，使读者可以清楚地了解竞赛试题的命题思路和考查方式。

教育的价值，在于启发人们对事物作多层次、多角度、多种可能性的思考，而不仅仅是为了记住某些东西。如果本书能使读者对学科竞赛的热情有所激发，对培养科学的思维方式有所启迪，那么，这正是本书的目的所在。

编者

2004年5月



目 录

	正文	答案与解析
第一章 实数	(1)	(84)
第二章 代数式	(8)	(92)
第三章 方程与方程组	(15)	(105)
第四章 不等式	(25)	(119)
第五章 函数与图象	(29)	(124)
第六章 相交线与平行线	(36)	(132)
第七章 三角形	(39)	(135)
第八章 四边形	(51)	(151)
第九章 解直角三角形	(59)	(161)
第十章 多边形	(62)	(166)
第十一章 圆	(66)	(170)
第十二章 综合题	(74)	(178)



第一章 实数

一、选择题

- (第十五届“五羊杯”初中数学竞赛) 2 003 和 3 002 的最大公约数是 ()
A. 1 B. 7
C. 11 D. 13
- (第十五届“五羊杯”初中数学竞赛) $(16 + 1.63 \times 2.87 - 125 \times 0.115 + 0.0163 \times 963) \div 0.11 =$ ()
A. 20 B. 26
C. 200 D. 以上答案都不对
- (第十五届“五羊杯”初中数学竞赛) $\left(7\frac{1}{2} + 3\frac{3}{4} - 2\frac{1}{7} - 1\frac{7}{8}\right) \div \left(15\frac{1}{2} + 7\frac{3}{4} - 4\frac{3}{7} - 3\frac{7}{8}\right) =$ ()
A. $2\frac{1}{15}$ B. $\frac{15}{31}$
C. $\frac{31}{56}$ D. 以上答案都不对
- (第十五届“五羊杯”初中数学竞赛) 已知 $(3A + 2B) : (7A + 5B) = 13 : 31$, 那么, $(13A + 12B) : (17A + 15B) =$ ()
A. 5 : 4 B. 4 : 5
C. 9 : 7 D. 7 : 9
- (第十五届“五羊杯”初中数学竞赛) 设 $A = 5^5 \times 10^{10} \times 20^{20} \times 30^{30} \times 40^{40} \times 50^{50}$, 把 A 用十进制表示, A 的末尾的零的个数是 ()
A. 260 B. 205
C. 200 D. 175
- (第十五届“五羊杯”初中数学竞赛) 化简 $\frac{-2-4}{-1-3} - \frac{-7-8}{-3-5} =$ ()
A. $-\frac{2}{13}$ B. $\frac{2}{13}$
C. $-\frac{18}{13}$ D. $\frac{18}{13}$
- (2003 年太原市初中数学竞赛) 有甲、乙、丙、丁四个蓄水池, 盛有相同量的水, 作下面的变动:
在甲池中先注入池中水量的 10% 的水, 再放出注水后池中水量的 5% 的水;
在乙池中先注入池中水量的 9% 的水, 再放出注水后池中水量的 4% 的水;
在丙池中先注入池中水量的 8% 的水, 再放出注水后池中水量的 3% 的水;
在丁池中先注入池中水量的 7% 的水, 再放出注水后池中水量的 2% 的水;
这时, 四个蓄水池中水量最大的是 () 池.
A. 甲 B. 乙
C. 丙 D. 丁
- (2003 年全国初中数学联赛第一试) $2\sqrt{3-2\sqrt{2}} + \sqrt{17-12\sqrt{2}}$ 等于 ()
A. $5-4\sqrt{2}$ B. $4\sqrt{2}-1$
C. 5 D. 1
- (2003 年全国初中数学竞赛天津赛区初赛) 化简 $2\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{21-12\sqrt{3}}$ 为 ()



最新初中学科竞赛热点题库·数学

- A. $5 - 4\sqrt{3}$ B. $4\sqrt{3} - 1$
C. 5 D. 1
10. (2003 年全国初中数学竞赛天津赛区初赛)使得 $2n(n+1)(n+2)(n+3) + 12$ 可表示为 2 个正整数平方和的自然数 n ()
A. 不存在 B. 有一个
C. 有 2 个 D. 有无数个
11. (2003 年全国初中数学联赛武汉选拔赛)有 n 个整数,其积为 n ,其和为零,则 n ()
A. 一定是偶数
B. 一定是奇数
C. 可能是偶数也可能是奇数
D. 不存在
12. (2003 年北京市中学生数学竞赛初二试题) $2\ 003 + 2\ 003 \times 2\ 003 - 2\ 003 \div 2\ 003$ 的值是 ()
A. 4 065 B. 2 003
C. 4 014 011 D. 8 014 017
13. (2002 年“希望杯”全国数学邀请赛) $2\ 002 + (-2\ 002) - 2\ 002 \times (-2\ 002) \div 2\ 002 =$ ()
A. -4 004 B. -2 002
C. 2 002 D. 6 006
14. (2002 年北京市中学生数学竞赛初赛) $\frac{1}{2\ 002} + \frac{1}{3\ 003} - \frac{1}{4\ 004} + \frac{1}{6\ 006} - \frac{1}{8\ 008} =$ ()
A. $\frac{1}{6\ 006}$ B. $-\frac{3}{7\ 007}$
C. $\frac{5}{8\ 008}$ D. $-\frac{7}{9\ 009}$
15. (2002 年北京市中学生数学竞赛初赛)若 $\underbrace{20022002 \cdots 2002}_{n\text{个}2\ 002}15$ 被 15 整除,则 n 的最小值等于 ()
A. 2 B. 3
C. 4 D. 5
16. (2002 年太原市初中数学竞赛)从 1 到 2 002 连续自然数的平方和 $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 2\ 002^2$ 的个位数是 ()
A. 0 B. 3
C. 5 D. 9
17. (2001 年重庆市初三年级数学竞赛)从 1 到 120 的自然数中,能被 3 整除或被 5 整除的数共存的个数是 ()
A. 64 个 B. 48 个
C. 56 个 D. 46 个
18. (2001 年重庆市初三年级数学竞赛)一轮船逆水航行 30 千米需 3 小时,如果把航速每小时提高 5 千米,则逆水航行 30 千米需要的时间为()小时.
A. $2\frac{2}{3}$ B. $2\frac{1}{2}$
C. 2 D. $1\frac{3}{4}$
19. (2001 年 TI 杯全国初中数学竞赛)化简 $\frac{2^{n+4} - 2(2^n)}{2(2^{n+3})}$,得 ()
A. $2^{n+1} - \frac{1}{8}$ B. -2^{n+1}
C. $\frac{7}{8}$ D. $\frac{7}{4}$
20. (2001 年 TI 杯全国初中数学竞赛)如果 a 、 b 、 c 是三个任意整数,那么, $\frac{a+b}{2}$ 、 $\frac{b+c}{2}$ 、 $\frac{c+a}{2}$ ()
A. 都不是整数 B. 至少有两个整数
C. 至少有一个整数 D. 都是整数
21. (2001 年美国犹他州初中数学竞赛) $(-8)^{-\frac{2}{3}} =$ ()
A. -12 B. $\frac{1}{4}$

第一章 实数



- C. $-\frac{1}{4}$ D. $\frac{16}{3}$
22. (2000 年第十一届“希望杯”数学邀请赛第一试初一赛题) $(-1)^{2000}$ 的值是 ()
A. 2 000 B. 1
C. -1 D. -2 000
23. (2000 年第十一届“希望杯”数学邀请赛第一试初一赛题) a 是有理数, 则 $\frac{11}{a+2\,000}$ 的值不能是 ()
A. 1 B. -1
C. 0 D. -2 000
24. (2000 年第十一届“希望杯”数学邀请赛第一试初一赛题) 若 $a < 0$, 则 $2\,000a + 11|a|$ 等于 ()
A. $2\,007a$ B. $-2\,007a$
C. $-1\,989a$ D. $1\,989a$
25. (2000 年第十一届“希望杯”数学邀请赛第一试初一赛题) 已知
$$a = -\frac{1\,999 \times 1\,999 - 1\,999}{1\,998 \times 1\,998 + 1\,998},$$

$$b = -\frac{2\,000 \times 2\,000 - 2\,000}{1\,999 \times 1\,999 + 1\,999},$$

$$c = -\frac{2\,001 \times 2\,001 - 2\,001}{2\,000 \times 2\,000 + 2\,000},$$

则 $abc =$ ()
A. -1 B. 3
C. -3 D. 1
26. (2000 年第十一届“希望杯”数学邀请赛第一试初一赛题) $\frac{1}{\sqrt{1\,999} - \sqrt{2\,000}}$ 与 $\sqrt{1\,999} + \sqrt{2\,000}$ 的关系是 ()
A. 互为倒数 B. 互为相反数
C. 互为负倒数 D. 相等
27. (2000 年第十一届“希望杯”数学邀请赛第一试初二赛题) 已知 $x \neq 0$, 则 $\frac{x - |x|}{\sqrt{x^2}}$ 的值是 ()
A. 0 B. -2
C. 0 或 -2 D. 0 或 2
28. (2000 年第十一届“希望杯”数学邀请赛第一试初二赛题) 适合 $|2a+7| + |2a-1| = 8$ 的整数 a 的值的个数有 ()
A. 5 B. 4
C. 3 D. 2
29. (2000 年第十一届“希望杯”数学邀请赛第一试初一赛题) 小明编出了一个计算程序, 当输入任一有理数, 显示屏的结果总等于所输入有理数的平方与 1 之和, 若输入 -1, 并将所显示的结果再次输入, 这时, 显示的结果应当是 ()
A. 2 B. 3
C. 4 D. 5
30. (2000 年全国初中数学联合竞赛) 计算 $\sqrt{14+6\sqrt{5}} - \sqrt{14-6\sqrt{5}}$ 的值是 ()
A. 1 B. $\sqrt{5}$
C. $2\sqrt{5}$ D. 5
31. (第十二届“五羊杯”初中数学竞赛) 已知 $689\square\square\square 20312 \approx 690$ 亿 (四舍五入), 那么, 其中的三位数 $\square\square\square$ 有 () 种填写的方法.
A. 1 000 B. 999
C. 500 D. 499
32. (第十二届“五羊杯”初中数学竞赛) $8\,642\,097\,531, 6\,420\,875\,319, 4\,208\,653\,197, 2\,086\,431\,975, 864\,219\,753$ 的平均数是 ()
A. 4 444 455 555 B. 5 555 544 444
C. 4 999 999 995 D. 5 999 999 994
33. (第十二届“五羊杯”初中数学竞赛) 化简

$$\text{繁分数} - \frac{-\frac{6}{-4-5}}{-\frac{-1-2}{-3}} =$$
 ()
A. $\frac{2}{3}$ B. $-\frac{2}{3}$



最新初中学科竞赛热点题库·数学

C. -2

D. 2

34. (第十二届“五羊杯”初中数学竞赛) 设 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数, 例如 $[3, 15] = 3$, $[3, 7] = 3$, $[3] = 3$, 则

$$\begin{aligned} & [\sqrt[3]{1 \cdot 2 \cdot 3}] + [\sqrt[3]{2 \cdot 3 \cdot 4}] + \\ & [\sqrt[3]{3 \cdot 4 \cdot 5}] + \cdots + \\ & [\sqrt[3]{2\,000 \cdot 2\,001 \cdot 2\,002}] = \end{aligned} \quad (\quad)$$

A. 2 000 000

B. 2 001 000

C. 2 002 000

D. 2 003 001

35. (第十二届“五羊杯”初中数学竞赛) 设 $A^2 = 0.012\,345\,678\,987\,654\,321 \times (1 + 2 + 3 + \cdots + 9 + \cdots + 3 + 2 + 1)$, $B^2 = 0.012\,345\,678\,9$, 则 $9 \cdot 10^9 (1 - |A|) B =$

A. 10

B. ± 10

C. 1

D. ± 1

36. (第十二届“五羊杯”初中数学竞赛) 五羊牌电视机连续两次降价 20% 后又再降价 10%, 或者连续两次降价 25%, 则前者的售价比后者的售价

A. 少 2%

B. 不多也不少

C. 多 5%

D. 多 2.4%

37. (第十三届“五羊杯”初中数学竞赛) 以下结论中有 () 个结论不正确.

① 1 既不是合数也不是质数;

② 大于 0 的偶数中只有一个数不是合数;

③ 个位数字是 5 的自然数中, 只有一个数不是合数;

④ 各位数字之和是 3 的倍数的自然数, 个个都是合数.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

二、填空题

1. (第十五届“五羊杯”初中数学竞赛) 化简

$$\begin{aligned} & 2 - \frac{1}{3} - \frac{2}{4} + \frac{1}{4} \\ & 1 - \frac{2}{3} - \frac{1}{2} \\ & \frac{168}{7} = \end{aligned}$$

$$4 - \frac{1}{2} - 2 - \frac{1}{4}$$

2. (第十五届“五羊杯”初中数学竞赛) 计算

$$\frac{1}{11 \times 13 \times 15} + \frac{1}{13 \times 15 \times 17} + \cdots + \frac{1}{29 \times 31 \times 33} =$$

3. (第十五届“五羊杯”初中数学竞赛) 计算下式, 结果要表示为循环小数:

$$\left(\frac{2\,003}{9\,900} - \frac{2\,003}{9\,990} \right) \times \frac{3}{13} =$$

4. (2003 年全国初中数学联赛) 已知正整数 a 、 b 之差为 120, 它们的最小公倍数是其最大公约数的 105 倍, 那么, a 、 b 中较大的数是

5. (2003 年四川省初中数学竞赛) 对于一切大于 2 的正整数 n , 数 $n^5 - 5n^3 + 4n$ 的最大公约数是

6. (2003 年北京市中学生数学竞赛初赛) 大、中、小三个正整数, 大数与中数之和等于 2 003, 中数减小数之差等于 1 000, 试确定这三个正整数之和

7. (2003 年北京市中学生数学竞赛初赛) 已知 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ 是彼此互不相等的正整数, 它们的和等于 159, 求其中最小数 a_1 的最大值

8. (2003 年北京市中学生数学竞赛初赛) 若 x 、 y 是实数, 且 $m = x^2 - 4xy + 6y^2 - 4x - 4y$, 确定 m 的最小值为

9. (2002 年全国初中数学联赛预赛暨 2001 年山东省初中数学竞赛题) 若 $S =$

$$\frac{1}{\frac{1}{1\,980} + \frac{1}{1\,981} + \cdots + \frac{1}{2\,001}}, \text{ 则 } S \text{ 的整数部分是}$$

10. (2002 年我爱数学初中生夏令营数学竞赛) 计算: $2\,003^3 - 2\,001^3 - 6 \times 2\,003^2 + 24 \times 1\,001 =$

11. (2002 年我爱数学初中生夏令营数学竞赛) 如果一个正整数等于它的数字和的 4



倍,那么,我们就把这个正整数叫做四合数,所有四合数的总和等于_____.

12. (2002 年北京市中学生数学竞赛初赛) 计算: $(1 + \sqrt{3})^{2002} - 2(1 + \sqrt{3})^{2001} - 2(1 + \sqrt{3})^{2000} =$ _____.

13. (2002 年北京市中学生数学竞赛复赛) 化简: $\sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2 - \sqrt{3}} =$ _____.

14. (2001 年“五羊杯”初一数学竞赛题) $\left(285 \frac{6}{7} + 181 \frac{10}{11} + 153 \frac{12}{13}\right) \div \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13}\right) =$ _____.

15. (2001 年全国初中数学联赛) 一个正整数,若分别加上 100 与 168,则可得到两个完全平方数,这个正整数为_____.

16. (2001 年全国初中数学竞赛天津赛区初赛) 计算: $(\sqrt{3} + 1)^{2001} - 2(\sqrt{3} + 1)^{2000} - 2(\sqrt{3} + 1)^{1999} + 2001 =$ _____.

17. (2000 年第十二届“五羊杯”初一竞赛题) $908 \times 501 - [731 \times 1389 - (547 \times 236 + 842 \times 731 - 495 \times 361)] =$ _____.

18. (2000 年第十二届“五羊杯”初一数学竞赛题) $(0.1 + 1.2 + 2.3 + \cdots + 7.8 + 8.9) \div (0.01 + 0.03 + 0.05 + \cdots + 0.17 + 0.19)$ 的得数的整数部分是_____.

19. (2000 年第十一届“希望杯”初一数学第一试) 用科学计数法表示 $2150000 =$ _____.

20. (2000 年第十一届“希望杯”初一数学第一试) a 的相反数是 $2b + 1$, b 的相反数是 $3a + 1$, 则 $a^2 + b^2 =$ _____.

21. (2000 年第十一届“希望杯”初一数学第一试) 有理数 $-3, +8, -\frac{1}{2}, 0.1, 0, \frac{1}{3}, -10, 5, -0.4$ 中, 绝对值小于 1 的数共有_____个; 所有正数的平方和等于_____.

22. (2000 年第十一届“希望杯”初一数学第一试) 若 a, b, c 是两两不等的非零数码, 按逆

时针箭头指向组成的两位数 $\overline{ab}, \overline{bc}$ 都是 7 的倍数, 则可组成三位数 $\overline{abc}$ 共_____个; 其中, 最大的三位数与最小的三位数的和等于_____. 如图 1-1 所示.

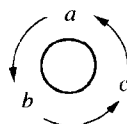


图 1-1

23. (2000 年第十一届“希望杯”数学邀请赛第一试初一赛题) 有理数 a, b, c 在数轴上的位置如图 1-2 所示.

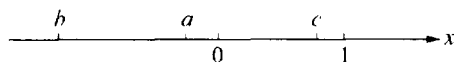


图 1-2

若 $m = |a + b| - |b - 1| - |a - c| - |1 - c|$, 则 $1000m =$ _____.

24. (2000 年第十一届“希望杯”数学邀请赛第一试初二赛题) 若实数 a, b, c 在数轴上对应点的位置如图 1-3 所示, 则 $\sqrt{c^2} - |b - a| + |b + c| =$ _____.

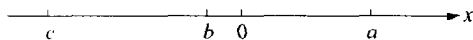


图 1-3

25. (2000 年第十一届“希望杯”数学邀请赛第一试初二赛题) 若 510 510 的所有不同的质因数按照从小到大的顺序排列为 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_k$ (k 是最大质因数的序号), 则 $(a_1 - a_2)(a_2 - a_3)(a_3 - a_4) \cdots (a_{k-1} - a_k)$ 的值是_____.

26. (2000 年第十一届“希望杯”数学邀请赛第一试初二赛题) 两个七进制整数 454 与 5 的商的七进制表示为_____.

27. (2000 年第十一届“希望杯”数学邀请赛第一试初一赛题) 某书店积存了画片若干张, 按每张 5 角出售, 无人买. 现在决定按成本价出售, 一下子全部售出, 共卖了 31 元 9



最新初中学科竞赛热点题库·数学

角 3 分. 则该书店积存了这种画片
_____ 张, 每张成本价是 _____ 元.

28. (2000 年第十一届“希望杯”数学邀请赛第一试初一赛题) 设 m 和 n 为大于 0 的整数, 且 $3m + 2n = 225$, (1) 如果 m 和 n 的最大公约数为 15, 则 $m + n =$ _____; (2) 如果 m 和 n 的最小公倍数为 45, 则 $m + n =$ _____.

29. (第十二届“五羊杯”初中数学竞赛)

$$\frac{2 \div 3 \div 7 + 4 \div 6 \div 14 + 14 \div 21 \div 49}{4 \div 7 \div 9 + 8 \div 14 \div 18 + 28 \div 49 \div 63} =$$

30. (第十二届“五羊杯”初中数学竞赛) 自然数 a, b, c, d, e 都大于 1, 其乘积 $abcde = 2\,000$, 则其和 $a + b + c + d + e$ 的最大值为 _____, 最小值为 _____.

31. (第十二届“五羊杯”初中数学竞赛) 在 1, 2, 3, ..., 2 000 这 2 000 个自然数中, 有 _____ 个自然数能同时被 2 和 3 整除, 而且不能被 5 整除.

32. (第十二届“五羊杯”初中数学竞赛) 五羊射击学校打靶训练, 得 100 环的有 2 人, 90 ~ 99 环的 9 人, 80 ~ 89 环的 17 人, 70 ~ 79 环的 28 人, 60 ~ 69 环的 36 人, 50 ~ 59 环的 7 人. 还有 1 人得 48 环, 则总平均环数介于 _____ 环(最大值) 与 _____ 环(最小值) 之间.

33. (第十二届“五羊杯”初中数学竞赛) 新穗自行车俱乐部组织训练, 运动员从训练中心出发, 以每小时 30 千米的速度沿公路骑行. 出发后 48 分钟, 队员甲接通知停下等候(队伍仍继续前进). 同时通讯员开摩托车从中心以每小时 72 千米的速度追来, 交给甲一封信即返回. 则甲至少要以每小时 _____ 千米的速度骑行才能在 25 分钟内追上队伍?(队伍的长度忽略不计).

34. (第十二届“五羊杯”初中数学竞赛) 陈老

师在晚上为学生们讲数学故事, 他发现故事开始时挂钟的时针和分针恰好成 90° 角, 这时是 7 点多; 故事结束时两针也是恰好成 90° 角, 这时是 8 点多. 他还发现, 讲故事当中, 两针成 90° 角的有趣图形还出现过一次, 那么, 陈老师的故事所用时间是 _____. (答案四舍五入到半分钟, 例如 3 时 17 分 18 秒 $\approx$ 3 时 17.5 分, 3 时 17 分 12 秒 $\approx$ 3 时 17 分)

35. (第十二届“五羊杯”初中数学竞赛) 已知

$$\sqrt{5} = 2.236, \text{ 则 } \frac{\sqrt{3-\sqrt{5}}}{\sqrt{9-3\sqrt{5}+2\sqrt{14-6\sqrt{5}}}} =$$

36. (第十二届“五羊杯”初中数学竞赛) 在图 1-4 算式的空格中填上合适的数字. (用字母代替)

$$a = \underline{\hspace{1cm}}, b = \underline{\hspace{1cm}}, c = \underline{\hspace{1cm}}, \\ d = \underline{\hspace{1cm}}, e = \underline{\hspace{1cm}}.$$

$$\begin{array}{r} \boxed{a} \boxed{7} \boxed{b} \boxed{9} \\ \times \boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{c} \\ \hline 5 \boxed{d} \boxed{2} \boxed{e} \boxed{2} \end{array}$$

图 1-4

37. (2004 年全国初中数学联合竞赛) 计算

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{2\,003}+\sqrt{2\,004}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

38. (2004 年北京市中学生数学竞赛) 计算

$$\frac{20\,042\,003^2 + 1}{20\,042\,002^2 + 20\,042\,004^2} \text{ 的值 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

39. (2004 年北京市中学生数学竞赛) 化简

$$\left| \frac{1}{2\,004} - \frac{1}{2\,003} \right| + \left| \frac{1}{2\,003} - \frac{1}{2\,002} \right| + \left| \frac{1}{2\,002} - \frac{1}{2\,001} \right| - \left| \frac{1}{2\,001} - \frac{1}{2\,004} \right| = \underline{\hspace{2cm}}.$$



三、解答题

1. (2002 年四川省初中数学竞赛)将最小的 31 个自然数分成 A 、 B 两组, 10 在 A 组中. 如果把 10 从 A 组移到 B 组中, 则 A 组中各数的算术平均数增加 $\frac{1}{2}$, B 组中各数的算术平均数也增加 $\frac{1}{2}$. 问 A 组中原有多少个数?

2. (第十三届“希望杯”全国数学邀请赛)我国除了用公历纪年法外, 在很多场合还采用干支纪年法表示年代. 例如: 公历 2002 年, 干支纪年为壬午.

天干有 10 个: 甲乙丙丁戊己庚辛壬癸.

地支有 12 个: 子丑寅卯辰巳午未申酉戌亥.

将天干的 10 个汉字与地支的 12 个汉字对应排列成如下两行:

……甲乙丙丁戊己庚辛壬癸甲乙丙丁戊己庚辛壬癸……

……子丑寅卯辰巳午未申酉戌亥子丑寅卯辰巳午未申酉戌亥……

同一列上下对应的两个字就是一个干支年号.

请你阅读下面的故事:

我国著名的数学家苏步青在 1983 年讲过一个学文史的也要学点数学的故事: “我有一个学生研究古典文学, 送我好几本研究

苏东坡的文集, 我翻看了一篇《赤壁赋》, 《赤壁赋》是苏东坡哪一年写的? 书上印的是 1080 年, 苏东坡生于 1037 年, 活了 66 岁. 《赤壁赋》开头几句就是: 壬戌之秋, 七月既望, 大家知道 1982 年是干支纪年法的壬戌年. 我一看苏东坡写《赤壁赋》的年代是 1080 年, 就知道一定是错的.”

请说明苏步青是通过怎样的“神机妙算”得出这个结论的? 并推算苏东坡是哪一年写的《赤壁赋》?

3. (2001 年世界城际间数学联赛) 三堆石头, 一堆 51 块, 另一堆 49 块, 最后一堆 5 块, 任何两堆可合为一堆, 也可将有偶数块石头一堆, 分为块数相等的两堆, 问能不能用这两种步骤, 将这三堆石头变为各有一块的一百零五堆?



第二章 代 数 式

一、选择题

- (2003 年“TRULY 信利杯”全国初中数学联赛) 若 $4x - 3y - 6z = 0$, $x + 2y - 7z = 0$ ($xyz \neq 0$), 则代数式 $\frac{5x^2 + 2y^2 - z^2}{2x^2 - 3y^2 - 10z^2}$ 的值等于 ()
 A. $-\frac{1}{2}$ B. $-\frac{19}{2}$
 C. -15 D. -13
- (第十五届“五羊杯”初中数学竞赛) 设 $3a : (a - b) = (3a + b) : a$, 其中 $a, b \neq 0, a \neq b$, $2a \neq \pm 3b$, 则 $\frac{2(9a^2 - 4b^2)}{4a^2 - 9b^2} - \left(\frac{3a + 2b}{2a + 3b}\right)^2 - \left(\frac{3a - 2b}{2a - 3b}\right)^2 =$ ()
 A. $-\frac{39}{64}$ B. $-\frac{25}{64}$
 C. $\frac{39}{64}$ D. $\frac{25}{64}$
- (第十五届“五羊杯”初中数学竞赛) 设 $x + y + z + u = 1$, $(2x + y) : 1 = (2y + z) : 2 = (2z + u) : 3 = (2u + x) : 4$, 则 $7x + 3y + 3z + u =$ ()
 A. 3 B. 2
 C. 1.5 D. 1.2
- (第十五届“五羊杯”初中数学竞赛) 设 $3x^3 + (4 - 3\sqrt{7})x^2 - 3\sqrt{7}x - 7 = 0$, 则 $x^4 + \sqrt{7}x^3 - 7x^2 - 3\sqrt{7}x + 2$ 的值为 ()
 A. $30\sqrt{7}$ B. 30
 C. $\sqrt{7}$ D. 0
- (2003 年全国初中数学联赛武汉选拔赛) 若 $3x^2 - kx + 4$ 被 $3x - 1$ 除后余 3, 那么, k 为 ()
 A. -2 B. 2
 C. 4 D. 9
- (2003 年全国初中数学联赛武汉选拔赛) 如果 $a + b = \sqrt{\sqrt{2002} + 2}$, $a - b = \sqrt{\sqrt{2002} - 2}$, $|b^3 + c^3| = b^3 - c^3$, 那么, $a^3b^3 - c^3$ 的值为 ()
 A. $2002\sqrt{2002}$ B. 2001
 C. 1 D. 0
- (2003 年全国初中数学联赛武汉选拔赛) 如果 $a + \frac{1}{b} = 1, b + \frac{2}{c} = 1$, 那么, $c + \frac{2}{a}$ 等于 ()
 A. 1 B. 2
 C. 3 D. 4
- (2003 年四川省初中数学竞赛) 已知 $x = \sqrt{6} + \sqrt{5}$, 则 $\left(x + \frac{1}{x}\right) : \left(x - \frac{1}{x}\right)$ 等于 ()
 A. $\sqrt{6} : \sqrt{5}$ B. $6 : 5$
 C. $x^2 : 1$ D. $1 : x$
- (2003 年北京市中学生数学竞赛初赛) 已知 $\frac{x}{a-b} = \frac{y}{b-c} = \frac{1}{c-a}$, 则 $x + y$ 的值等于 ()
 A. 0 B. -1
 C. 1 D. 0.5
- (2003 年北京市中学生数学竞赛初赛) 已知 $a - b = 5$, 且 $c - b = 10$, 则 $a^2 + b^2 + c^2 -$



- $ab - bc - ac$ 等于 ()
- A. 105 B. 100
C. 75 D. 50
11. (2003 年北京市中学生数学竞赛初赛) 存在这样的有理数 a, b, c , 满足 $a < b < c$, 使得分式 $\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c} + \frac{1}{c-a}$ 的值等于 ()
- A. -2 003 B. 0
C. 2 003 D. $-\sqrt{2\ 003}$
12. (2003 年河北省初中数学创新与知识应用竞赛) 如果 $\frac{t_1}{|t_1|} + \frac{t_2}{|t_2|} + \frac{t_3}{|t_3|} = 1$, 则 $\frac{|t_1 t_2 t_3|}{t_1 t_2 t_3}$ 的值为 ()
- A. -1 B. 1
C. ± 1 D. 不确定
13. (2003 年太原市初中数学竞赛) 已知 $m^2 + 2mn = 384$, $3mn + 2n^2 = 560$, 则 $2m^2 + 13mn + 6n^2 - 444$ 的值是 ()
- A. 2 001 B. 2 002
C. 2 003 D. 2 004
14. (2002 年江苏省初中数学竞赛题) 已知 $b > a > 0$, $a^2 + b^2 = 4ab$, 则 $\frac{a+b}{a-b}$ 等于 ()
- A. $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ B. $\sqrt{3}$
C. $\sqrt{2}$ D. $-\sqrt{3}$
15. (2002 年江苏省初中数学竞赛题) 已知 $\frac{2x-3}{x^2+x} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x}$, 其中 A, B 为常数, 则 $A - B$ 的值为 ()
- A. -8 B. 8
C. -4 D. 4
16. (2002 年第十七届江苏省数学竞赛) 已知 $a + \frac{1}{b} = \frac{2}{a} + 2b \neq 0$, 则 $\frac{a}{b}$ 为 ()
- A. -1 B. 1
C. 2 D. 不能确定
17. (2002 年第十七届江苏省数学竞赛) 已知 $\frac{3x+4}{x^2-x-2} = \frac{A}{x-2} - \frac{B}{x+1}$, 其中 A, B 为常数, 则 $4A - B$ 的值为 ()
- A. 7 B. 9
C. 3 D. 5
18. (2002 年湖北省黄冈市初中数学竞赛) 若 x, y, z 是正实数, 且满足 $xyz = 1$, 则代数式 $(x+1)(y+1)(z+1)$ 的最小值是 ()
- A. 64 B. 8
C. $8\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2}$
19. (2002 年“希望杯”全国数学邀请赛) 当 x 取 1 到 10 之间的质数时, 四个整式 $x^2 + 2$, $x^2 + 4$, $x^2 + 6$ 和 $x^2 + 8$ 的值中, 共有质数 () 个.
- A. 6 B. 9
C. 12 D. 16
20. (2002 年“希望杯”全国数学邀请赛) If “ a ” is an odd number, then there must exist an integer “ n ” such that $a^2 - 1 =$ () (英汉小字典: odd number 奇数; there must 一定存在; such that 使得)
- A. $3n$ B. $5n$
C. $8n$ D. $16n$
21. (2002 年北京市中学生数学竞赛初赛) $a^4 + 4$ 分解因式的结果是 ()
- A. $(a^2 + 2a - 2)(a^2 - 2a + 2)$
B. $(a^2 + 2a - 2)(a^2 - 2a - 2)$
C. $(a^2 + 2a + 2)(a^2 - 2a - 2)$
D. $(a^2 + 2a + 2)(a^2 - 2a + 2)$
22. (2002 年全国初中数学联合竞赛) 若 $m^2 = n + 2$, $n^2 = m + 2$ ($m \neq n$), 则 $m^3 - 2mn + n^3$ 的值为 ()
- A. 1 B. 0
C. -1 D. -2
23. (2002 年四川省初中数学竞赛) 若 $x < 1$, 则 $|\sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(2-x)^2}|$ 等于 ()



最新初中学科竞赛热点题库·数学

- A. 1 B. $3-2x$
C. $2x-3$ D. -2
24. (2002 年四川省初中数学竞赛) 设 a, b 都是正实数, 且 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{a-b} = 0$, 那么, $\frac{b}{a}$ 的值为 ()
A. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ B. $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$
C. $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$
25. (2002 年全国初中数学竞赛) 设 $a < b < 0$, $a^2 + b^2 = 4ab$, 则 $\frac{a+b}{a-b}$ 的值为 ()
A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{6}$
C. 2 D. 3
26. (2002 年全国初中数学竞赛) 已知 $a = 1999x + 2000$, $b = 1999x + 2001$, $c = 1999x + 2002$, 则多项式 $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$ 的值为 ()
A. 0 B. 1
C. 2 D. 3
27. (2001 年第十六届江苏省初中数学竞赛) 已知 $a = \frac{1}{\sqrt{5}-2}$, $b = \frac{1}{\sqrt{5}+2}$, 则 $\sqrt{a^2 + b^2 + 7}$ 的值为 ()
A. 3 B. 4
C. 5 D. 6
28. (2001 年第十六届江苏省初中数学竞赛) 12 块规格完全相同的巧克力, 每块至多被分为 2 小块, (可以不相等), 如果这 12 块巧克力可以平均分给 n 名同学, 则 n 可以为 ()
A. 26 B. 23
C. 17 D. 15
29. (2001 年重庆市初三年级数学竞赛) 已知 $\frac{1}{x} = \frac{3}{y+z} = \frac{5}{z+x}$, 则 $\frac{x-2y}{2y+z}$ 的值为 ()
A. 1 B. $\frac{3}{2}$
C. $-\frac{3}{2}$ D. $\frac{1}{4}$
30. (2001 年全国初中数学联赛) a, b, c 为有理数, 且等式 $a + b\sqrt{2} + c\sqrt{3} = \sqrt{5+2\sqrt{6}}$, 则 $2a + 999b + 1001c$ 的值是 ()
A. 1999 B. 2000
C. 2001 D. 不能确定
31. (2001 年全国初中数学联赛) 若 $ab \neq 1$, 且有 $5a^2 + 2001a + 9 = 0$ 及 $9b^2 + 2001b + 5 = 0$, 则 $\frac{a}{b}$ 的值是 ()
A. $\frac{9}{5}$ B. $\frac{5}{9}$
C. $-\frac{2001}{5}$ D. $-\frac{2001}{9}$
32. (2001 年 TI 杯全国初中数学竞赛) 如果 a, b 是质数, 且 $a^2 - 13a + m = 0$, $b^2 - 13b + m = 0$, 那么, $\frac{b}{a} + \frac{a}{b}$ 的值为 ()
A. $\frac{123}{22}$ B. $\frac{125}{22}$ 或 2
C. $\frac{125}{22}$ D. $\frac{123}{22}$ 或 2
33. (2000 年黄冈市初中数学竞赛题) 若 $x - \frac{1}{x} = 1$, 则 $x^3 - \frac{1}{x^3}$ 的值为 ()
A. 3 B. 4
C. 5 D. 6
34. (2000 年全国初中数学竞赛题) 若 $\frac{x}{3y} = \frac{y}{2x-5y} = \frac{6x-15y}{x}$, 则 $\frac{4x^2-5xy+6y^2}{x^2-2xy+3y^2}$ 的值是 ()
A. $\frac{9}{2}$ B. $\frac{9}{4}$
C. 5 D. 6



35. (2000 年第十一届“希望杯”初一数学第一试) 已知 $a=2, b=3$, 则 ()

A. ax^3y^2 和 bm^3n^2 是同类项
 B. $3x^ay^3$ 和 bx^3y^3 是同类项
 C. $bx^{2a+1}y^4$ 和 ax^5y^{b+1} 是同类项
 D. $5m^{2b}n^{5a}$ 和 $6n^{2b}m^{5a}$ 是同类项

36. (2000 年第十一届“希望杯”初二数学第一试) 设 a, b, c 均为正数, 若 $\frac{c}{a+b} < \frac{a}{b+c} < \frac{b}{c+a}$, 则 a, b, c 三个数的大小关系是

A. $c < a < b$ B. $b < c < a$
 C. $a < b < c$ D. $c < b < a$

37. (2000 年第十一届“希望杯”数学邀请赛第一试初二赛题) When $1 \leq x \leq 2$, simplifying

(化简) a formula $\sqrt{x+2} \sqrt{x-1} - \sqrt{x-2} \sqrt{x-1}$ is

A. 0 B. 2
 C. $2\sqrt{x-1}$ D. $-2\sqrt{x-1}$

38. (2000 年第十一届“希望杯”数学邀请赛第一试初二赛题) 已知 $\sqrt{7} = a, \sqrt{70} = b$, 则 $\sqrt{4.9}$ 等于

A. $\frac{a+b}{10}$ B. $\frac{b-a}{10}$
 C. $\frac{b}{a}$ D. $\frac{ab}{10}$

39. (2000 年山东省初中数学竞赛) 某工厂第二季度的产值比第一季度的产值增长了 $x\%$, 第三季度的产值又比第二季度的产值增长了 $x\%$, 则第三季度的产值比第一季度的产值增长了

A. $2x\%$ B. $1+2x\%$
 C. $(1+x\%)x\%$ D. $(2+x\%)x\%$

40. (第十五届江苏省初中数学竞赛) 多项式 $x^2 - x + 1$ 的最小值是

A. 1 B. $\frac{5}{4}$
 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{4}$

41. (第十五届江苏省初中数学竞赛) 自然数 n 满足 $(n^2 - 2n - 2)^{n^2+47} = (n^2 - 2n - 2)^{16n-16}$, 这样的 n 的个数是

A. 2 B. 1
 C. 3 D. 4

42. (2000 年太原市初中数学竞赛) 已知

$$a+b = \sqrt{\sqrt{2\,000} + \sqrt{2\,001}},$$

$$a-b = \sqrt{\sqrt{2\,001} - \sqrt{2\,000}}, \text{ 则 } a^4 - b^4 =$$

A. 2 000 B. 2 001
 C. $\sqrt{2\,000}$ D. $\sqrt{2\,001}$

43. (第十二届“五羊杯”初中数学竞赛) 化简分式:

$$1 - \frac{\left(1 + \frac{2mn}{m^2 + n^2}\right) \div \left(\frac{m+n}{m-n}\right)^2}{\left(1 - \frac{2mn}{m^2 + n^2}\right) \div \left(\frac{m-n}{m+n}\right)^2} =$$

A. $\frac{4mn}{(m+n)^2}$ B. $\frac{2mn}{(m+n)^2}$
 C. 0 D. 2

44. (第十二届“五羊杯”初中数学竞赛) 已知 $x+y \neq 0, x \neq z, y \neq z$, 且

$$1 + \frac{yz}{(x+y)(x-z)} + \frac{xz}{(x+y)(y-z)} =$$

$$\frac{xy}{(x-z)(y-z)}, \text{ 则必有}$$

A. $x=0$ B. $y=0$
 C. $z=0$ D. $xyz=0$

45. (第十二届“五羊杯”初中数学竞赛) 设 $x = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, 则 $x^7 + 3x^6 - 10x^5 - 29x^4 + x^3 - 2x^2 + x - 1$ 的值是

A. $23 + \sqrt{3} - \sqrt{2} - 10\sqrt{6}$
 B. $23 + \sqrt{3} + \sqrt{2} + 10\sqrt{6}$