MPA

—2005—

公共管理硕士（MPA）专业学位联考

真题精解及标准化题库

数学分册

MPA联考考试研究中心　组编

中国人民大学出版社

公共管理硕士(MPA)专业学位
联考真题精解及标准化题库
数学分册

MPA 联考考试研究中心　组编

中国人民大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

公共管理硕士(MPA)专业学位联考真题精解及标准化题库
数学分册.2版
MPA联考考试研究中心组编
北京:中国人民大学出版社,2004
ISBN 7-300-06199-0

Ⅰ.公…
Ⅱ.M…
Ⅲ.高等数学-研究生-入学考试-习题
Ⅳ.G643

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第130745号

公共管理硕士(MPA)专业学位联考真题精解及标准化题库
数学分册
MPA联考考试研究中心　组编

出版发行	中国人民大学出版社		
社　址	北京中关村大街31号	邮政编码	100080
电　话	010－62511242(总编室)		010－62511239(出版部)
	010－82501766(邮购部)		010－62514148(门市部)
	010－62515195(发行公司)		010－62515275(盗版举报)
网　址	http://www.crup.com.cn		
	http://www.1kao.net (中国1考网)		
经　销	新华书店		
印　刷	北京鑫丰华彩印有限公司		
开　本	787×965毫米 1/16	版　次	2004年8月第1版
			2004年12月第2版
印　张	17.5	印　次	2004年12月第1次印刷
字　数	327 000	定　价	26.00元

目　录

第一章　微积分

第一节　函数、极限、连续

主要内容

1. 理解函数的概念、函数的定义域和值域，掌握函数的表示法及函数的运算.

2. 了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性.

3. 理解反函数、复合函数、隐函数、分段函数的概念.

4. 掌握基本初等函数的性质及其图形，理解初等函数的概念，会建立简单应用问题的函数关系式.

5. 了解数列极限与函数极限的概念.

6. 掌握两个重要的极限.

7. 理解函数的左、右极限.

8. 掌握洛比达法则.

9. 理解无穷大量和无穷小量的概念及基本性质，掌握无穷小的阶的比较方法，了解无穷大与无穷小的关系.

10. 理解函数连续性的概念(含左连续与右连续)，理解函数的间断点及其分类，掌握连续函数的性质.

考点预测

函数是微积分学的研究对象，有关函数的性质的讨论将贯穿整个微积分学. 重点题型为：求函数的定义域及值域，求反函数，求复合函数，判断函数的奇偶性. 其中分段函数的定义域是各段定义域的并集；其反函数、复合函数应分段求出.

极限理论是微积分学的基础. 有关极限的题目是必考内容之一. 重点题型有：应用函数的连续性、应用两个重要极限、应用洛比达法则、应用等价无穷小、应用极限存在准则(夹逼定理)求极限.

函数的连续性是考试的重点之一. 初等函数在其定义域内必连续. 重点题型主要涉及分段函数或带绝对值符号的函数的连续性的讨论，涉及连续函数的性质.

历年真题精解

1. (2001 年选择题 6) 设函数 $f(x)=\sqrt{16-x^2}+\frac{1}{\sqrt{x}}\ln(16-x)$，则 $f(x)$ 的定义域是(　　).

(A) $-4\leqslant x\leqslant 4$　　(B) $0<x\leqslant 4$

(C) $0\leqslant x\leqslant 4$　　(D) $-4\leqslant x\leqslant 16$

[答案] (B).

[解析] 由

$$\begin{cases}16-x^2\geqslant 0,\\ x>0,\\ 16-x>0,\end{cases}$$

解得 $0<x\leqslant 4$. 故应选(B).

2. (2001 年填空题 6) 设 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1+x}{1-ax}\right)^{\frac{1}{x}}=\mathrm{e}^3$，则 $a=$ ________.

[答案] 2.

[解析] 由于

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1+x}{1-ax}\right)^{\frac{1}{x}}=\frac{\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}}{\lim\limits_{x\to 0}[(1-ax)^{-\frac{1}{ax}}]^{-a}}=\frac{\mathrm{e}}{\mathrm{e}^{-a}}=\mathrm{e}^{1+a},$$

所以　$\mathrm{e}^{1+a}=\mathrm{e}^3$，得 $a=2$.

3. (2002 年选择题 1) 如图 1—1—1，假设甲、乙两国关于拥有洲际导弹数量的关系曲线 $y=f(x)$ 和 $x=g(y)$ 的意义是：

当甲国拥有导弹 x 枚时，乙国至少需储备导弹 $y=f(x)$ 枚，才有安全感；

当乙国拥有导弹 y 枚时，甲国至少需储备导弹 $x=g(y)$ 枚，才有安全感.

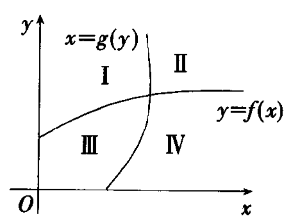

图 1—1—1

这两条曲线将坐标平面的第一象限分成四个区域 Ⅰ,Ⅱ,Ⅲ,Ⅳ,双方均有安全感的区域是(　　).

(A) Ⅰ 和 Ⅲ　　(B) Ⅲ　　(C) Ⅱ　　(D) Ⅱ 和 Ⅳ

[答案] (C).

[解析] 根据已知条件:当甲国拥有导弹 x 枚时,乙国至少需储备导弹 $y = f(x)$ 枚,所以乙国的导弹储备区域为 Ⅰ 和 Ⅱ.

类似地分析知:甲国的导弹储备区域为 Ⅱ 和 Ⅳ,故两国均有安全感的区域为 Ⅱ. 本题应选(C).

4. (2002 年填空题 1) 已知函数 $\varphi(x)$ 满足 $\lim\limits_{x\to\infty} x\varphi(x) = 3$, 则 $\lim\limits_{n\to+\infty}\varphi(n) =$ ________.

[答案] 0.

[解析] 由 $\lim\limits_{x\to\infty} x\varphi(x) = 3$,可知 $\lim\limits_{x\to\infty}\varphi(x) = 0$,

于是 $$\lim_{n\to+\infty}\varphi(n) = 0.$$

5. (2002 年计算题 1) 若函数 $f(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leqslant 1, \\ 0, & |x| > 1, \end{cases}$ 求函数 $g(x) = f(f(x))$ 及其定义域.

[解] 由已知条件,有

$$g(x) = \begin{cases} 1, & |f(x)| \leqslant 1, \\ 0, & |f(x)| > 1, \end{cases}$$

而对任意的 $x \in (-\infty, +\infty)$,总有 $|f(x)| \leqslant 1$,故 $g(x) = 1$.

其定义域为 $(-\infty, +\infty)$.

6. (2003 年选择题 1) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} a^x, & x \leqslant 0, 0 < a < 1 \\ 1 - x, & x > 0 \end{cases}$, 则 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上(　　).

(A) 连续,且单调递增　　(B) 不连续,但分段单调

(C) 连续,且单调递减　　(D) 不连续,不单调

[答案] (C).

[解析] 因为, $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^-} a^x = 1$, $\lim\limits_{x\to 0^+}(1 - x) = 1$,

所以, $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = f(0)$.

故 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处连续,在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续,可排除(B)、(D).

又在 $x \leqslant 0$ 时, $f(x) = a^x (0 < a < 1)$ 为单调递减函数;

在 $x > 0$ 时, $f(x) = 1 - x$ 为单调递减函数,故 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上单调递

减. 故本题应选(C).

7.(2003 年填空题 1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x}{x+\sin x}=$ ________.

[答案] 1.

[解析] 由 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x}\sin x=0$,可得

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x}{x+\sin x}=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{1+\dfrac{\sin x}{x}}=1.$$

8.(2003 年计算题 1) 设 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$ 存在,$f(0)=0$,且当 $x\neq 0$ 时,有

$$(1+x)f(x)=\frac{3\sin x}{\ln(1+x)}-2\lim_{x\to 0}f(x),\text{求 } f(x).$$

[解] 由于 $f(x)$ 在 $x=0$ 处未必连续,可设 $A=\lim\limits_{x\to 0}f(x)$.

当 $x\neq 0$ 时,在已知等式两边取极限,得

$$A=\lim_{x\to 0}\frac{3\sin x}{\ln(1+x)}-2A,$$

所以

$$A=\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{\ln(1+x)}\quad\left(\frac{0}{0}\text{ 型}\right)$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\cos x}{\dfrac{1}{1+x}}=1.$$

故

$$(1+x)f(x)=\frac{3\sin x}{\ln(1+x)}-2,\text{即}$$

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{3\sin x}{(1+x)\ln(1+x)}-\dfrac{2}{1+x}, & x\neq 0,\\ 0, & x=0.\end{cases}$$

习题

单 元 一

一、选择题

1. 函数 $f(x)$ 在 (a,b) 内有反函数 $f^{-1}(x)$ 存在,则 $f(x)$ 必为(　　).

(A) 有界函数

(B) 严格单调上升

(C) 严格单调下降

(D) 以上结论都不正确

2. 设$[x]$为取整函数，则函数 $f(x)=x-[x]$ 在$(-\infty,+\infty)$上为(　　).

(A) 单调上升函数　　(B) 奇函数

(C) 偶函数　　(D) 周期函数

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x^2}e^{-\frac{1}{x^2}}$ 等于(　　).

(A) 1　　(B) $\dfrac{1}{2}$　　(C) 0　　(D) 2

二、填空题

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-1-\ln(2+x)}{x}=$ ________.

2. 设函数 $f(x)$ 在 x_0 点可导，则 $\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{f(x_0+t)+f(x_0-3t)}{t}=$ ________.

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+1}-\ln(1+e^x)}{x^2+e^{2x}}=$ ________.

三、计算题

1. 设函数 $f(x)$ 定义在$(-\infty,+\infty)$，试判别函数 $g(x)=f(x)+f(-x)$ 与 $h(x)=f(x)-f(-x)$ 的奇偶性.

2. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x^3)+2f\left(\dfrac{1}{x^3}\right)=3x$，$x\neq 0$，试求 $f(x)$.

3. 判别下列函数的奇偶性：

(1) $y=\ln\dfrac{1-x}{1+x}$；　　(2) $y=\dfrac{1}{a+x}+\dfrac{1}{a-x}$；

(3) $y=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$；

(4) $y=\dfrac{1}{a^x+1}-\dfrac{1}{2}$.

4. 求 $\lim\limits_{x\to x_0}P_n(x)$.

5. 分别求出在 x 趋于 1,0 和 ∞ 时，函数$\dfrac{x-x^3}{2x+3x^3}$ 的极限值.

6. 设 $\lim\limits_{x\to x_0}g(x)=0$，且 $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{g(x)}=A$ 存在，证明：$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=0$.

单　元　二

一、选择题

1. $\lim\limits_{x\to+\infty}x^{\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)}$ 等于(　　).

(A) ∞　　(B) 0　　(C) $\frac{1}{2}$　　(D) 1

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(2-e^x)}{1+e^{\frac{1}{x}}}$ 等于(　　).

(A) 1　　(B) 0　　(C) -1　　(D) $\ln 2$

3. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{n^2+n+1}+\dfrac{2}{n^2+n+2}+\cdots+\dfrac{n}{n^2+n+n}\right)$ 等于(　　).

(A) $\frac{1}{2}$　　(B) 1　　(C) $\frac{3}{2}$　　(D) 2

二、填空题

1. 设 $f'(1)=4$,则 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-1}{f(3-2x)-f(1)}=$ ________.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}-2)}{(e^x-1)\ln(e^x-x)}=$ ________.

3. 已知 $f(x)=\begin{cases}-2x^3, & -1\leqslant x<1,\\ -2\sqrt{x}, & 1\leqslant x<4,\\ -x, & x\geqslant 4,\end{cases}$ 则 $y=f^{-1}(x)$ 的定义域为 ________.

三、计算题

1. 已知 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(3x)}{x}=A$,求 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}$.

2. 求 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$.

3. 求 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1-x}{1+x}\right)^{\frac{1}{x}}$.

4. 若函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 点处连续,且极限 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(3-2x)+2}{x-1}$ 存在,试求 $f(1)$.

5. 证明方程 $x^5-3x-1=0$ 在(1,2)内至少有一个实根.

6. 求极限 $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2+\ln(1-x)}{e^x+(x+1)}$.

单　元　三

一、选择题

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{n+1}+\dfrac{1}{n+2}+\cdots+\dfrac{1}{n+n}\right)$ 等于(　　).

(A) 1　　(B) 0　　(C) 2　　(D) $\ln 2$

2. 下列各选项中的两函数相等的是(　　).

(A) $y=\dfrac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x-3}}$ 和 $y=\sqrt{\dfrac{x+3}{x-3}}$

(B) $y=e^{\ln x^3}$ 和 $y=x^3$

(C) $y=\sqrt{\dfrac{2+x}{2-x}}$ 和 $v=\sqrt{\dfrac{2+u}{2-u}}$

(D) $y=x$ 和 $y=\dfrac{x^2}{x}$

3. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x+y)=f(x)+f(y)$,则 $f(x)$ 是(　　).

(A) 奇函数

(B) 偶函数

(C) 非奇非偶函数

(D) 既是奇函数,也是偶函数

4. 下列数列中收敛的是(　　).

(A) $\{n^2\}$

(B) $\{e^{-1/n}\}$

(C) $\begin{cases}2, & n<50\\ n^2+1, & n\geqslant 50\end{cases}$

(D) $\begin{cases}\dfrac{1}{n}, & n\text{ 为奇数}\\ \dfrac{n}{n+2}, & n\text{ 为偶数}\end{cases}$

二、填空题

1. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上满足 $2f(1+x)+f(1-x)=3e^x$,则 $f(x)=$ __________.

2. 设函数 $f(x)=\begin{cases}1, & |x|\leqslant 1,\\ 0, & |x|>1,\end{cases}$ 则函数 $f[f(x)]=$ __________.

3. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2^x+x^3-\ln x}{5^x+x^4+3\ln x}=$ __________.

4. $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{\dfrac{5^n+3}{n}}=$ __________.

5. 若 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\ln(1+2x)+e^{2ax}-1}{x}, & x\neq 0,\\ a, & x=0,\end{cases}$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上连续,则 $a=$ __________.

三、计算题

1. 求极限 $\lim\limits_{x\to 0^+}[1+\ln(1+x)]^{\ln x}$.

2. 求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{\sqrt{n^2+1}}+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+2}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+n}}\right)$.

3. 求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{\sqrt{n^2+1}}+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+2^2}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+n^2}}\right)$.

4. 求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n$,其中 $x_n=\underbrace{\sqrt{2\sqrt{2\cdots\sqrt{2}}}}_{n重}$.

单　元　四

一、选择题

1. 设 $f(x)=\begin{cases}-1, & x<0,\\ 0, & x=0,\\ 1, & x>0,\end{cases}$ 则 $\lim\limits_{x\to0}f(x)$ 等于(　　).

(A) -1　　(B) 1

(C) 不存在　　(D) 以上结果均不正确

2. 函数 $f(x)=\begin{cases}4-x, & 0\leqslant x\leqslant 1\\ \dfrac{\ln x}{x-1}, & 1<x\leqslant 3\end{cases}$ 在 $x=1$ 点间断是因为(　　).

(A) $f(x)$ 在 $x=1$ 点无定义

(B) $f(x)$ 在 $x=1$ 点的左极限不存在

(C) $f(x)$ 在 $x=1$ 点的右极限不存在

(D) $f(x)$ 在 $x=1$ 点的左、右极限都存在,但不相等

3. 设函数 $f(x)$ 在闭区间$[a,b]$上连续,且 $f(x)>0$,则方程 $\int_a^x f(t)\mathrm{d}t+\int_b^x\dfrac{1}{f(t)}\mathrm{d}t=0$ 在区间(a,b)内的根是(　　).

(A) 0 个　　(B) 1 个　　(C) 2 个　　(D) 3 个

4. $\lim\limits_{x\to0}[\ln(\mathrm{e}^x-x)]^x$ 等于(　　).

(A) 0　　(B) e　　(C) $\dfrac{1}{\mathrm{e}}$　　(D) 1

二、填空题

1. 设函数 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+x}{1+x^{2n}}$,则函数 $f(x)$ 的间断点为__________.

2. $\lim\limits_{x\to0^+}(\mathrm{e}^x-1)\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)=$ __________.

3. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[n\ln\left(1+\dfrac{1}{n}\right)\right]^{n}=$ ____________.

4. $\lim\limits_{x\to0^+}\left(\ln\dfrac{1}{x}\right)^{x}=$ ____________.

三、计算题

1. 试求函数 $f(x)=\dfrac{e^{-x}-e^{2}}{(x^2+x-2)(1+e^{\frac{1}{x}})}$ 的连续区间、间断点及其类型.

2. $f(x)=\begin{cases}x, & -1\leqslant x\leqslant 0,\\ x^2+1, & 0<x<2,\end{cases}$ 求定义域.

3. $f(x)=\begin{cases}\dfrac{100}{x^2}, & x\geqslant 100,\\ 0, & x<100,\end{cases}$ 求定义域.

4. 下列函数是由哪些简单函数复合而成的?

(1) $y=e^{\ln^2\frac{1}{x}}$;

(2) $y=\lg^2\sqrt{3x+1}$.

5. 求下列函数的反函数及其定义域.

(1) $y=\dfrac{x}{x+2}$;

(2) $y=\begin{cases}x^2-1, & 0\leqslant x\leqslant 1,\\ x^2, & -1\leqslant x<0.\end{cases}$

习题精解

单　元　一

一、选择题

1. [**答案**] (D).

[**解析**] 首先可知(A)不正确,例如 $y=\dfrac{1}{x}$, $x\in(0,1)$ 无界,但它有反函数

$$f^{-1}(x)=\frac{1}{x},\quad x\in(1,+\infty).$$

其次,(B),(C)也不正确,试看反例:

$$y=f(x)=\begin{cases}x, & x\in(0,1],\\ 3-x, & x\in(1,2),\end{cases}$$

有反函数 $f^{-1}(x)=\begin{cases}x, & x\in(0,1]\\ 3-x, & x\in(1,2)\end{cases}$ 存在,但显然 $f(x)$ 在(0,2) 上无单调性.

2.[答案] (D).

[解析] 由$[x]$的定义可知,$[x+1]=1+[x]$,因此,对于任一 $x\in(-\infty,+\infty)$,都有$f(x+1)=(x+1)-[x+1]=(x+1)-(1+[x])=x-[x]=f(x)$,可见 $f(x)$ 是周期 $T=1$ 的函数,它在一个周期$[0,1)$上的表达式为 $f(x)=x, x\in[0,1)$,所以易知(A),(B),(C) 都不正确. 故应选(D).

3. [答案] (C).

[解析] 本题是"$0\cdot\infty$"型未定式的极限,可用洛必达法则. 但首先应将其化为"$\frac{0}{0}$"型或"$\frac{\infty}{\infty}$"型未定式,究竟化为哪一种,要视具体情况而定,如本题必须化为"$\frac{\infty}{\infty}$"型,即

$$\lim_{x\to0}\frac{1}{x^2}e^{-\frac{1}{x^2}}=\lim_{x\to0}\frac{\frac{1}{x^2}}{e^{\frac{1}{x^2}}}\xlongequal[\text{法则}]{\text{洛必达}}\lim_{x\to0}\frac{-2x^{-3}}{-2x^{-3}e^{\frac{1}{x^2}}}=\lim_{x\to0}\frac{1}{e^{\frac{1}{x^2}}}=0.$$

二、填空题

1.[答案] ∞.

[解析] 因为

$$\lim_{x\to0}\frac{e^{2x}-1}{x}=2,\quad \lim_{x\to0}\frac{\ln(2+x)}{x}=\infty,$$

所以应填 ∞.

2.[答案] 不能确定.

[解析] 因为

$$\lim_{t\to0}\frac{f(x_0+t)+f(x_0-3t)}{t}$$
$$=\lim_{t\to0}\left[\frac{f(x_0+t)-f(x_0)}{t}+\frac{f(x_0-3t)-f(x_0)}{t}+\frac{2f(x_0)}{t}\right],$$

由于 $$\lim_{t\to0}\frac{f(x_0+t)-f(x_0)}{t}=f'(x_0),$$

$$\lim_{t\to0}\frac{f(x_0-3t)-f(x_0)}{t}=-3f'(x_0)$$

可知,当 $f(x_0)=0$ 时,有

$$\lim_{t\to0}\frac{f(x_0+t)+f(x_0-3t)}{t}=f'(x_0)-3f'(x_0)=-2f'(x_0),$$

当 $f(x_0)\neq0$ 时,有

$$\lim_{t\to 0}\frac{f(x_0+t)+f(x_0-3t)}{t}=\infty,$$

所以该极限值不存在.

3.[**答案**] $1-\ln 2$.

[**解析**] 因为函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}-\ln(1+e^x)}{x^2+e^{2x}}$ 是初等函数,且在 $x=0$ 点处有定义,可知 $f(x)$ 在 $x=0$ 点连续,即有 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=f(0)=\left.\dfrac{\sqrt{x+1}-\ln(1+e^x)}{x^2+e^{2x}}\right|_{x=0}=1-\ln 2$.

三、计算题

1.[**解**] 对于$(-\infty,+\infty)$上的任一点 x,有

$$g(-x)=f(-x)+f[-(-x)]=f(x)+f(-x)=g(x),$$

所以函数 $g(x)$ 为偶函数. 又因

$$h(-x)=f(-x)-f[-(-x)]=f(-x)-f(x)=-h(x),$$

所以函数 $h(x)$ 为奇函数.

2.[**解**] 作换元 $t=x^3$,则有

$$f(t)+2f\left(\frac{1}{t}\right)=3\sqrt[3]{t},\quad t\neq 0,$$

可知 $$f\left(\frac{1}{t}\right)+2f(t)=3\sqrt[3]{\frac{1}{t}},\quad t\neq 0.$$

由以上两式,解方程可得

$$f(t)=2\sqrt[3]{\frac{1}{t}}-\sqrt[3]{t},\quad t\neq 0,$$

即有 $$f(x)=2\sqrt[3]{\frac{1}{x}}-\sqrt[3]{x},\quad x\neq 0.$$

3.[**解**] (1) 对于$(-1,1)$内任一点 x,有

$$y(-x)=\ln\frac{1-(-x)}{1+(-x)}=\ln\frac{1+x}{1-x}=-\ln\frac{1-x}{1+x}=-y(x),$$

所以为奇函数.

(2) 对于任意不等于 $\pm a$ 的 x 点,有

$$y(-x)=\frac{1}{a+(-x)}+\frac{1}{a-(-x)}=\frac{1}{a-x}+\frac{1}{a+x}=y(x),$$

所以为偶函数.

(3) 对于$(-\infty,+\infty)$内任一点 x,有

$$y(-x)=\ln(-x+\sqrt{x^2+1})$$