

普通高等教育



“十五”

PUTONG
GAODENG JIAOYU
SHIWU
GUIHUA JIAOCAI

规划教材

运筹学

施泉生 编



中国电力出版社

<http://jc.cepp.com.cn>



209717378

022-43

S495

普通高等教育



十五

PUTONG
GAODENG JIAOYU
SHIWU
GUIHUA JIAOCAI

规划教材

运筹学



中国电力出版社

<http://jc.cepp.com.cn>

971737

内 容 提 要

运筹学是运用科学的数量方法研究各种系统的优化途径和方案,进而对人力、物力和财力进行合理筹划和运用,寻找管理及决策最优化的综合性学科。它是管理科学、经济科学和现代化管理方法的重要组成部分,也是高等院校经济管理类专业的一门重要专业基础课。本教材主要介绍了运筹学的线性规划及单纯形法、线性规划的对偶问题、运输问题、多目标线性规划、整数规划、非线性规划、动态规划、存储论、图与网络、网络计划技术、决策分析、对策论、排队论等运筹学的基本内容;在保证运筹学理论体系完整的前提下,论述力求深入浅出,文字通俗易懂,配有多媒体电子教案,并设有运筹学学习辅导园地;每章后有习题,书后附有部分习题答案,不仅适用于课堂教学,也便于读者自学。

本书是高等院校经济、管理专业的本科教材或参考书,也可供相关专业本科生、研究生及各类经济管理工作者和科研人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

运筹学/施泉生编. —北京:中国电力出版社, 2004

普通高等教育“十五”规划教材

ISBN 7-5083-2420-X

I. 运... II. 施... III. 运筹学-高等学校-教材 IV. 022

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第059746号

中国电力出版社出版、发行

(北京三里河路6号 100044 <http://jc.cepp.com.cn>)

汇鑫印务有限公司印刷

各地新华书店经售

*

2004年7月第一版 2004年7月北京第一次印刷

787毫米×1092毫米 16开本 21.25印张 493千字

印数 0001—3000 定价 29.80元

版 权 专 有 翻 印 必 究

(本书如有印装质量问题,我社发行部负责退换)

序

由中国电力教育协会组织的普通高等教育“十五”规划教材，经过各方的努力与协作，现在陆续出版发行了。这些教材既是有关高等院校教学改革成果的体现，也是各位专家教授丰富的教学经验的结晶。这些教材的出版，必将对培养和造就我国 21 世纪高级专门人才发挥十分重要的作用。

自 1978 年以来，原水利电力部、原能源部、原电力工业部相继规划了一至四轮统编教材，共计出版了各类教材 1000 余种。这些教材在改革开放以来的社会主义经济建设中，为深化教育教学改革，全面推进素质教育，为培养一批批优秀的专业人才，提供了重要保证。原全国高等学校电力、热动、水电类专业教学指导委员会在此间的教材建设工作中，发挥了极其重要的历史性作用。

特别需要指出的是，“九五”期间出版的很多高等学校教材，经过多年的教学实践检验，现在已经成为广泛使用的精品教材。这批教材的出版，对于高等教育教材建设起到了很好的指导和推动作用。同时，我们也应该看到，现用教材中有不少内容陈旧，未能反映当前科技发展的最新成果，不能满足按新的专业目录修订的教学计划和课程设置的需要，而且一些课程的教材可供选择的品种太少。此外，随着电力体制的改革和电力工业的快速发展，对于高级专门人才的需求格局和素质要求也发生了很大变化，新的学科门类也在不断发展。所有这些，都要求我们的高等教育教材建设必须与时俱进，开拓创新，要求我们尽快出版一批内容新、体系新、方法新、手段新，在内容质量上、出版质量上有突破的高水平教材。

根据教育部《关于“十五”期间普通高等教育教材建设与改革的意见》的精神，“十五”期间普通高等教育教材建设的工作任务就是通过多层次的教材建设，逐步建立起多学科、多类型、多层次、多品种系列配套的教材体系。为此，中国电力教育协会在充分发挥各有关高校学科优势的基础上，组织制订了反映电力行业特点的“十五”教材规划。“十五”规划教材包括修订教材和新编教材。对于原能源部、电力工业部组织原全国高等学校电力、热动、水电类专业教学指导委员会编写出版的第一至四轮全国统编教材、“九五”国家重点教材和其他已出版的各类教材，根据教学需要进行修订。对于新编教材，要求体现电力及相关行业发展对人才素质的要求，反映相关专业科技发展的最新成就和教学内容、课程体系的改革成果，在教材内容和编写体系的选择上不仅要有本学科（专业）的特色，而且注意体现素质教育和创新能力与实践能力的培养，为学生知识、能力、素质协调发展创造条件。考虑到各校办学特色和培养目标不同，同一门课程可以有多本教材供选择使用。上述教材经中国电力教育协会电气工程学科教学委员会、能源动力工程学科教学委员会、电力经济管理学科教学委员会的有关专家评审，推

荐作为高等学校教材。

在“十五”教材规划的组织实施过程中，得到了教育部、国家经贸委、国家电力公司、中国电力企业联合会、有关高等院校和广大教师的大力支持，在此一并表示衷心的感谢。

教材建设是一项长期而艰巨的任务，不可能一蹴而就，需要不断完善。因此，在教材的使用过程中，请大家随时提出宝贵的意见和建议，以便今后修订或增补。（联系方式：100761 北京市宣武区白广路二条1号综合楼9层 中国电力教育协会教材建设办公室 010-63416222）

中国电力教育协会

二〇〇二年八月

前言

运筹学是运用科学的数量方法研究各种系统的优化途径和方案,进而对人力、物力和财力进行合理筹划和运用,寻找管理及决策最优化的综合性学科,它是管理科学、经济科学和现代化管理方法的重要组成部分,也是高等院校经济管理类专业的一门重要专业基础课。本教材基于运筹学的理论体系,考虑到经济管理类专业的特点,选编了线性规划及单纯形法、线性规划的对偶问题、运输问题、多目标线性规划、整数规划、非线性规划、动态规划、存储论、图与网络、网络计划技术、决策分析、对策论、排队论等运筹学的基本内容。在本书的编写过程中,试图以各种实际问题为背景引出运筹学各分支的基本概念和模型,在保证运筹学理论体系完整的前提下,避免了繁琐而枯燥的理论推导。编写本书的指导思想是以线性规划与网络理论为重点,突出以方法为主,注重实际应用,以较大的篇幅着重介绍了经济管理类比较实用的模型和方法,配以大量的实例和案例,讲清其原理和步骤,并给出计算结果以经济解释,做到理论联系实际。为方便编写程序和上机计算,还详细介绍了目前常用的软件,如 Microsoft Excel Solver、LINDO 等,还在附录中详细介绍了 MATLAB 及其优化工具箱。同时,还注意培养学生建立数学模型、求解模型以及分析解答结果,并以大型作业的形式,提高学生进行经济评估的能力。

本书论述力求深入浅出,文字通俗易懂,配有多媒体电子教案,并设有运筹学学习辅导园地,网址 <http://www.shiep.edu.cn>。每章后面都附有习题和答案及复习思考题,方便读者自学时参考。

本书由施泉生编,中山大学特聘教授、博士生导师李仲飞教授担任主审,西安交通大学博士生导师郭菊娥教授、中远集运资讯发展部总经理陈翔高级经济师对本书提出了宝贵的意见,复旦大学的王雨雷提供了大部分的习题答案,顾群音提供了附录二的内容,徐幼成给予了很大的帮助,在此一并致以衷心的感谢。

特别感谢国际系统研究联合会(IFSR)主席、中国科学院数学与系统科学研究院系统科学研究所顾基发教授在作者成长道路上倾注的大量心血,给予的多方指导和帮助。

本书是在作者多年为经济、管理类专业学生讲授运筹学教学经验的基础上编写而成,适用于高等院校经济、管理专业本科教材及相关专业使用,也可供各类经济管理工作者和科研人员参考。

由于水平有限,书中难免有疏漏和不妥之处,恳请各方面专家、学者及广大读者批评指正。作者的电子邮箱: shiqs@126.com 或 shiqs_0921@126.com。

编 者

2004 年 3 月

目 录

序	
前言	
绪论	1
0.1 概述	1
0.2 运筹学模型	1
0.3 运筹学分析的主要步骤	2
0.4 运筹学包含的分支	2
0.5 运筹学的历史和发展	3
1. 线性规划及单纯形法	8
1.1 线性规划基本概念	8
1.2 线性规划问题的解	11
1.3 线性规划的单纯形方法	16
习题一	30
2. 线性规划的对偶理论	36
2.1 线性规划的对偶问题	36
2.2 对偶问题的基本定理	40
2.3 对偶解的经济解释	41
2.4 对偶单纯形法	42
2.5 灵敏度分析	44
2.6 线性规划案例	51
2.7 用 Microsoft Excel Solver 求解线性规划问题	55
2.8 用 LINDO 求解线性规划问题并分析其输出	63
2.9 用 MATLAB 求解线性规划问题	66
习题二	66
3. 运输问题	71
3.1 平衡的运输问题	71
3.2 非平衡调运及其他问题	78
3.3 转运问题	84
3.4 运输问题的悖论	86
习题三	88
4. 多目标线性规划	92
4.1 多目标规划问题	92
4.2 多目标规划问题的求解	96
4.3 多目标规划实例	103

习题四	104
5. 整数规划	106
5.1 整数规划	106
5.2 0-1 规划的解法	110
5.3 分枝定界法	113
5.4 割平面法	116
5.5 指派问题(分配问题)	122
5.6 用 Microsoft Excel Solver 解整数规划、0-1 整数规划和混合整数规划问题	127
5.7 整数规划案例	128
习题五	134
6. 非线性规划	137
6.1 非线性规划的基本概念	137
6.2 最优性条件	139
6.3 算法概述	141
6.4 无约束问题的优化方法	142
6.5 用 Microsoft Excel Solver 可以求解小型的非线性规划问题	148
6.6 用 MATLAB 对非线性规划求解	148
习题六	148
7. 动态规划	150
7.1 动态规划的提出	150
7.2 动态规划基本原理	151
7.3 动态规划的特点	154
7.4 动态规划应用举例	154
习题七	160
8. 存储论	164
8.1 存储论基本概念	164
8.2 确定型存储模型——需求连续均匀时一般库存问题	166
8.3 随机型存储模型——需求随机离散时一般库存问题	169
习题八	170
9. 图与网络	172
9.1 问题的提出	172
9.2 图的基本概念	174
9.3 图的矩阵表示	175
9.4 最小树问题	178
9.5 最短(通)路问题	179
9.6 中国邮递员问题	184
9.7 最大流问题	186
9.8 最小费用最大流问题	189
习题九	190

10. 网络计划技术	194
10.1 网络计划技术的基本概念、参数和算法	194
10.2 网络计划的费用优化	198
10.3 非肯定型网络	202
习题十	204
11. 决策分析	207
11.1 决策系统	207
11.2 确定型决策	209
11.3 不确定型决策	209
11.4 风险型决策	212
11.5 效用函数	226
11.6 决策分析案例	228
11.7 信贷风险综合决策模型	230
习题十一	235
12. 对策论	238
12.1 矩阵对策的基本概念	238
12.2 矩阵对策的一般解法	242
12.3 $2 \times n$ 和 $m \times 2$ 矩阵对策的图解法	245
习题十二	249
13. 排队论	253
13.1 排队论基本概念	253
13.2 排队论研究的基本问题	256
习题十三	260
附录一 MATLAB 及它的优化工具箱	262
附录二 运筹学名词词典	281
附录三 大型作业、课程设计任务书	295
附录四 部分习题参考答案	307
参考文献	330

绪 论

0.1 概述

0.1.1 什么是运筹学 (Operations Research OR)?

由于运筹学研究的广泛性和复杂性,人们至今没有形成一个统一的定义。以下给出运筹学的几种定义:

- (1) 运筹学是一种科学决策的方法。
- (2) 运筹学是依据给定目标和条件从众多方案中选择最优方案的最优化技术。
- (3) 运筹学是一门寻求在给定资源条件下,如何设计和运行一个系统的科学决策的方法。

0.1.2 运筹学研究的特点

1. 科学性

- (1) 它是在科学方法论的指导下通过一系列规范化步骤进行的;
- (2) 它是广泛利用多种学科的科学知识进行的研究。运筹学研究不仅仅涉及数学,还要涉及经济科学、系统科学、工程物理科学等其他学科。

2. 实践性

运筹学以实际问题为分析对象,通过鉴别问题的性质、系统的目标以及系统内主要变量之间的关系,利用数学方法达到对系统进行最优化的目的。更为重要的是用运筹学分析获得的结果要能被实践检验,并被用来指导实际系统的运行。

3. 系统性

运筹学用系统的观点来分析一个组织(或系统),它着眼于整个系统而不是一个局部,通过协调各组成部分之间的关系和利害冲突,使整个系统达到最优状态。

4. 综合性

运筹学研究是一种综合性的研究,涉及问题的方方面面,要应用多学科的知识,因此,要由一个各方面的专家组成的小组来完成。

0.2 运筹学模型

运筹学研究的模型主要是抽象模型——数学模型。数学模型的基本特点是用一些数学关系(数学方程、逻辑关系等)来描述被研究对象的实际关系(技术关系、物理定律、外部环境等)。一般模型有以下四种分类:

- (1) 按呈现和表达的方式可以分成:

实物模型:规模缩小和放大的由实物制成的模型,如建筑模型、飞机模型、原子模型等。

符号模型：用数学符号表示的模型。

计算机模型：模型表现为可以在计算机上执行的由计算机语言表达的程序。

(2) 按描述方法的特点可以分成：

描述性模型：这类模型仅仅描述实际发生的具体过程而不探讨过程背后的原因。许多统计模型、模拟模型和排队模型都是这类描述性模型。

规范化模型：这类模型使用规范化的方法，对影响系统的内在规律进行探索，并详细描述系统的变量、目标和约束。大部分最优化模型属于这类模型。

启发式模型：这类模型是一种经验模型，主要由一些直观的经验 and 规则构成。

(3) 按模型变量和参数性质可以分成：

确定性模型：模型的变量和参数都是确定的，如线性规划、整数规划、网络规划等模型。

随机性模型：模型的变量和参数都是随机的，如排队模型、决策模型和对策模型等。

(4) 按模型是否考虑时间因素还可以分成：

静态模型：模型只反映某一个固定时间点的系统状态，变量、参数与时间无关。

动态模型：模型反映一段时间内系统变化的状态，变量、参数与时间有关，如动态规划模型等。

运筹学模型的一个显著特点是它们大部分为最优化模型。一般来说，运筹学模型都有一个目标函数和一系列的约束条件，模型的目标是在满足约束条件的前提下使目标函数最大化或最小化。

0.3 运筹学分析的主要步骤

运筹学分析的主要步骤包括：发现和定义待研究的问题；构造数学模型；寻找经过模型优化的结果，并通过应用这些结果来改善系统的运行效率，如图 0.1 所示。

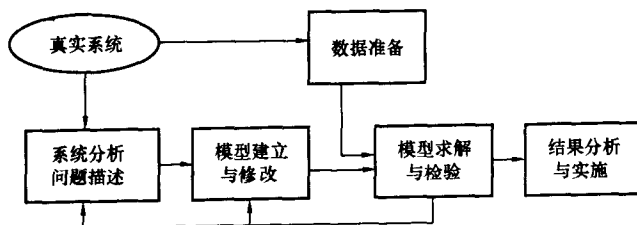


图 0.1 运筹学分析的主要步骤

0.4 运筹学包含的分支

运筹学包含的分支有：数学规划（线性规划、整数规划、目标规划、动态规划、非线性规划、网络规划、随机规划、模糊规划等）；图论与网络流；决策分析；排队论；可靠性数

学理论；库存论；对策论；搜索论；计算机模拟等。

0.5 运筹学的历史和发展

0.5.1 朴素的运筹思想

1. 都江堰水利工程

战国时期（大约公元前 250 年）川西太守李冰父子主持修建。其目标是：利用岷江上游的水资源灌溉川西平原，追求的效益还有防洪与航运。其总体构思是系统思想的杰出运用。都江堰由三大工程及 120 多项配套工程组成：

(1) “鱼嘴”岷江分水工程：将岷江水有控制地引入内江。

(2) “飞沙堰”分洪排沙工程：将泥沙排入外江。

(3) “宝瓶口”引水工程：除沙后的江水引入水网干道。

它们巧妙结合，完整而严密，相得益彰。两千多年来，这项工程一直发挥着巨大的效益，是我国最成功的水利工程。

2. 丁谓的皇宫修复工程

北宋年间，丁谓负责修复火毁的开封皇宫。他的施工方案是：先将皇宫前的一条大街挖成一条大沟，将大沟与汴水相通；使用挖出的土就地制砖，令与汴水相连形成的河道承担繁重的运输任务。修复工程完成后，实施大沟排水，并将原废墟物回填，修复成原来的大街。丁谓将取材、生产、运输及废墟物的处理用“一沟三用”巧妙地解决了。

3. 田忌赛马

齐王要与大臣田忌赛马，双方各出上、中、下马各一匹，对局三次，每次胜负 1000 金。田忌在好友、著名的军事谋略家孙臆的指导下，以表 0.1 所示安排，最终净胜一局，赢得 1000 金。

表 0.1

田忌赛马对局表

齐 王	上	中	下
田 忌	下	上	中

0.5.2 早期的（军事）运筹学

1. 特拉法加尔（Trafalgar）海战和纳尔森（Nelson）秘诀

19 世纪中叶，法国拿破伦统帅大军要与英国争夺海上霸主地位，而实施这一战略的关键是消灭英国的舰队。英国海军统帅、海军中将纳尔森亲自制定了周密的战术方案。

1805 年 10 月 21 日，这场海上大战爆发了。英国是纳尔森亲自统帅的地中海舰队，由 27 艘战舰组成；另外一方是由费伦纽夫（Villeneuve）率领的法国 - 西班牙联合舰队，共有 33 艘战舰。特拉法加尔大海战的概况是：费伦纽夫率领的法国 - 西班牙联合舰队采用常规的一字横列，以利炮火充分展开，而纳尔森的战术使费伦纽夫大出意外。英国的舰队分成两个纵列：前卫上风纵列由 12 艘战舰组成，由纳尔森亲自指挥，拦腰将法国 - 西班牙联合舰队切为两段；后卫下风纵列由英国海军中将科林伍德（Collingwood）指挥，由 15 艘战舰组成。在一场海战后，法国 - 西班牙联合舰队以惨败告终：联合舰队司令费伦纽夫连同 12 艘战舰被

俘, 8 艘沉没, 仅 13 艘逃走, 人员伤亡 7000 人; 而英国战舰没有沉没, 人员伤亡 1663 人, 但是, 作为统帅的纳尔森阵亡。

秘密备忘录中的纳尔森秘诀: 预期参加战斗的英国舰队 40 艘, 法国 - 西班牙联合舰队 46 艘。预计联合舰队的战斗队形一字横列。英国舰队的战斗队形与任务: 分成两个主纵列及一个小纵列。主纵列 1: 16 艘, 由纳尔森亲自指挥, 拦腰将法国 - 西班牙联合舰队切为两段, 并攻击联合舰队的中间部分。主纵列 2: 16 艘, 由英国海军中将科林伍德指挥, 从联合舰队后半部再切断, 分割并攻击后部 12 艘。小纵列: 8 艘, 在中心部分附近攻击其先头部分的 3~4 艘。

2. 兰彻斯特 (F.W. Lanchester) 作战分析

兰彻斯特方程: 设两军对抗中一方有 x 个战斗单位 (战舰、战车、战机、步兵单位等), 另外一方有 y 个战斗单位。基本假设: 每一方战斗单位的损失率与对方战斗单位的数量成正比。于是, 双方战斗损失的微分方程为 $\frac{dy}{dt} = -ax$, $\frac{dx}{dt} = -by$ 。其中, $a > 0$ 与 $b > 0$, 表示双方的平均战斗力。因此, 可以得到

$$ax^2 = by^2$$

上式称为兰彻斯特 N^2 定律。

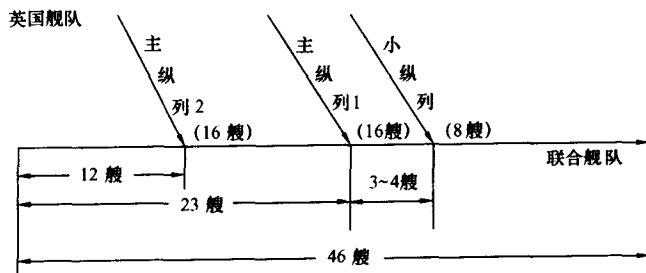


图 0.2

用兰彻斯特 N^2 定律可以对“纳尔森秘诀”进行分析: 整体战斗实力。设双方单个战斗单位的战斗力相同, 则有英国舰队 $40^2 = 1600$, 联合舰队 $46^2 = 2116$ 。此时, 联合舰队占优势, 设想联合舰队全歼英国舰队后, 联合舰队还有 $\sqrt{516} = 23$ 艘。将联合舰队拦腰切断, $23 + 23 = 46$, 是将联合舰队实力减弱的最小分割法。

此时, 联合舰队的实力为 $23^2 + 23^2 = 1058$, 而英国舰队的实力为 $(16 + 16)^2 + 8^2 = 1088$, 已略占有优势。在英国舰队两个主纵列共 32 艘, 攻击联合舰队的后半部 23 艘, 此时, 英国舰队实力 $(16 + 16)^2 = 32^2 = 1064$, 而联合舰队的实力为 $23^2 = 529$, 英国舰队已占有优势。在全歼联合舰队后部后, 英国舰队两个主纵列还可以保留 $\sqrt{(1064 - 529)} = \sqrt{516} = 23$ 艘, 再与小纵列中舰队联合与联合舰队前部作战还占有优势, 即在最坏情况下, “纳尔森秘诀”也可以使英国舰队获得胜利, 详见图 0.2。

3. 鲍德西 (Bawdsey) 雷达站的研究

1935 年, 英国科学家 R. Watson-Wart 发明了雷达。丘吉尔命令在英国东海岸的 Bawdsey 建立了一个秘密雷达站。当时, 德国已拥有一支强大的空军, 起飞 17min 即到达英国本土。在如此短的时间内, 如何预警和拦截成为一大难题。1939 年由曼彻斯特大学物理学家、英国战斗机司令部顾问、战后获得诺贝尔奖的 P.M.S. Blackett 为首, 组织了一个小组, 代号

“Blackett 马戏团”。这个小组包括 3 名心理学家、2 名数学家、2 名应用数学家、1 名天文物理学家、1 名普通物理学家、1 名海军军官、1 名陆军军官、1 名测量员。研究的问题是：设计将雷达信息传送到指挥系统和武器系统的最佳方式；雷达与武器的最佳配置；对探测、信息传递、作战指挥、战斗机与武器的协调，作了系统的研究，并获得成功。“Blackett 马戏团”在秘密报告中使用了“Operational Research”，即“运筹学”。

4. 大西洋反潜战

1942 年，美国大西洋舰队反潜战官员 W.D.Baker 舰长请求成立反潜战运筹组，麻省理工学院的物理学家 P.W.Morse 被请来担任计划与监督。Morse 出色的工作之一，是协助英国打破了德国对英吉利海峡的封锁。1941~1942 年，德国潜艇严密封锁了英吉利海峡，企图切断英国的“生命线”。海军几次反封锁，均不成功。应英国要求，美国派 Morse 率领一个小组去协助。Morse 经过多方实地考察，最后提出了两条重要建议：①将反潜攻击由反潜潜艇投掷水雷，改为飞机投掷深水炸弹，起爆深度由 100m 左右改为 25m 左右，即当潜艇刚下潜时攻击效果最佳（结果效率提高 4~7 倍）；②运送物资的船队及护航舰队编队，由小规模多批次，改为加大规模、减少批次，这样，损失率将减少（由 25% 下降到 10%）。丘吉尔采纳了 Morse 的建议，最终成功地打破封锁，并重创了德国潜艇。Morse 同时获得英国和美国的最高勋章。

5.40 年代战斗机搜索潜艇

战斗机搜索潜艇，效果的衡量指标称为扫率

$$\text{扫率} = \frac{AS}{TN}$$

式中 A ——侦察到的潜艇次数；

T ——侦察所用时间 (h)；

S ——飞机侦察负责的面积 (海里²)；

N ——可能的潜艇数。

此公式中 N 很难估计，但是利用此公式记录的反潜作战效果的起伏波动，可以得知双方战术和装备的变化。这在战争中起很大的作用。

6.40 年代军用物资运输

美国参加二次大战较晚，但是早期的欧洲军用物资都是从美国用商船通过大西洋运往欧洲，但发现在公海里受到德军飞机的轰炸，后在商船上装备了高射炮，但发现打落飞机很少，是否没有达到目的？我们知道在商船上装备高射炮的目标是“打击敌人，保护自己”，后发现商船被击沉没数显著下降（由 25% 降为 10%），达到了目标。

7.40 年代英国战斗机中队援法决策

第二次世界大战开始不久，德国军队突破了法国的马奇诺防线，法军节节败退。英国为了对抗德国，派遣了十几个战斗机中队，在法国上空与德国军队作战，并且指挥、维护均在法国进行。由于战斗失败，法国总理要求增援 10 个中队，已出任英国首相的丘吉尔决定同意这个要求。英国运筹人员得知此事后，进行了一项快速研究，其结果表明：在当时情况下，当损失率、补充率为现行水平时，仅仅再进行两周时间左右，英国的援法战斗机就连一

架也不存在了。这些运筹学家以简明的图表、明确的分析结果说服了丘吉尔，丘吉尔最终决定：不仅不再增加新的战斗机中队，而且还将在法国的英国战斗机中队大部分撤回英国本土，以本土为基地，继续对抗德国，局面有了很大的改观。

0.5.3 现代的（军事）运筹学

1. 美国的曼哈顿（原子弹计划）（50年代初）

40年代后期50年代初，美国由物理学家奥本海默主持的原子弹工程。美国动用了全国1/3的电力，集中了15000名各种专业的科学家和工程技术人员进行合作。奥本海默在执行计划的过程中，从总体出发，把研究项目层层分解，组织相应的小组来负责各项课题的研究工作，他很重视各课题间联系，随时进行协调使全部课题组合起来达到整个计划最优结构。

2. 海湾战争中的作战模拟（1990年8月）

《The Commanders》一书描述了美国最高当局如何策划入侵巴拿马和如何策划海湾战争。书中透露美国国防部长切尼在海湾战争准备阶段曾因拿不准美国在这场战争付出多大代价和费用而困扰。在海湾战争爆发前，美国采用CEM“作战方案评价模型”和相关的支持模型制订战争计划。CEM由美国研究分析公司（RAC）与陆军概念分析局在1980年合作开发，应用于北大西洋公约组织与华沙条约集团之间的战区战役仿真。CEM的特征：全自主运行，确定型，装甲旅级战斗分辨率。过程由战区司令官决策控制，新一轮仿真准备时间为数月，在CRAY II巨型计算机上运行一次仿真时间不超过2h。1990年8月，美国陆军概念分析局用CEM为“沙漠盾牌”行动提供分析支持，包括战略步骤，部队、人力、弹药需求，以及评估防空与战区导弹防御和联军的潜力。从1990年8月中旬到地面战争结束，CEM共运行了500个回合。美军投入“沙漠盾牌”和“沙漠风暴”行动应用另一计算机仿真模型为C³I SIM模型，它为美军空中行动提供头24h的损耗分析。1991年12月9日~11日，在美国海军分析中心支持了美国军事运筹学会“分析海湾战争教训的研讨会”。美国军事运筹学会主席Vernon M. Bettencourt, JR指出：海湾战争的遗产，将继续对国防系统分析和美国军事运筹学会的活动产生影响。国防系统分析模型如何表达直接影响战斗力的电子战、战场探测器、情报汇集以及通信、指挥和控制，仍然是薄弱环节；人的因素的影响，如士气、突击、领导能力和疲劳，也有待更好的表达。

0.5.4 运筹学的发展

菲律宾的San Miguel公司：5年中，运筹学发挥了重要作用…，1987年开始公司启动了一项10亿美元的扩建和现代化项目。根据这个项目，公司建立了22个生产工厂。没有运筹学，公司根本不敢启动这个项目。每年的战略规划会议上，无论哪个部门和哪个经营单位的经理不管何时提出一个方案，公司总是要求运筹学小组已审核过这个方案。在完成公司的目标、实施使公司长足增长并让公司的各类股东获得满意回报的策略过程中，OR发挥了重要作用，对此我们甚感欣慰。

ABB电力公司：ABB电力公司的首席执行官丹尼尔·埃尔文说：管理科学（运筹学）既非一个项目，也不是一些技术；它是一个过程，一种思考和管理的方式。

美国航空公司：美国航空公司1982年雇佣了8名运筹学方面的员工，但到1993年却增加到400人。美国航空公司的招聘广告：（运筹学咨询专家，项目领导者与管理）基于过去

的成就,美国航空公司的运筹学部门正在以每年 40 人的速度增长。作为世界上“最频繁的飞行者”,美国航空公司比其他竞争者每天提供更多班次的航班,在这个需求旺盛的行业产生了一些最具挑战性的运筹学问题。该部门现有的 37 名专家为航空公司的所有部门提供管理咨询和决策技术……公司增加人员,正在为一些最复杂的现实问题寻找对策。业务过程重组;运输时间与路线;预测与市场营销;收益管理;运作与维修计划。我们诚聘外界相关专业的有实力的专家加入我们这个极具潜力的团体。报酬视解决问题的能力 and 在基础方面所作的努力而定。应聘者需具备运筹学(或统计学或工业工程)的硕士或博士学位,有专业经验的、编程能力强和交际能力强的人士优先考虑。美国航空公司为你提供丰厚的底薪、优惠的福利、慷慨的旅行优先权等,最重要的是提供一个鼓励创造杰出成就激励环境。

美国劳工统计局:美国劳工统计局 1992 年预测到 2005 年期间运筹学人才需求(见表 0.2)将成为美国第三位增长最快的行业。

表 0.2 1992 ~ 2005 年运筹学人才需求状况

职 业	1990 年工作数量	2005 年工作数量	增长百分比 (%)
家庭医生	287000	550000	92
系统分析人员	463000	829000	79
运筹学应用分析人员	57000	100000	73
计算机设备维修人员	83000	134000	60
计算机程序员	565000	882000	56
管理分析人员	151000	230000	52
市场/公共关系管理人员	427000	630000	47
会 计	985000	1325000	34
兽 医	47000	62000	31
急诊维护人员	89000	116000	30
金融管理人员	701000	894000	28
警察与侦探	655000	815000	24
教育管理人员	348000	434000	24
预算分析人员	64000	78000	22
经济学家	37000	45000	21
航空工程师	73000	88000	20
建筑师	108000	134000	20

近 20 年来,信息科学、生命科学等现代高科技对人类社会产生了巨大影响,运筹学从中起了一定的作用。例如,将全局最优化、图论、神经网络等运筹学理论及方法应用于分子生物信息学中的 DNA 与蛋白质序列比较、芯片测试、生物进化分析、蛋白质结构预测等问题的研究;在金融管理方面,将优化及决策分析方法,应用于金融风险控制与管理、资产评估与定价分析模型等;在网络管理上,利用随机过程方法,研究排队网络的数量指标分析;在供应链管理问题中,利用随机动态规划模型,研究多重决策最优策略的计算方法等。运筹学作为一门年轻的学科,现有的分支、理论和方法还远远满足不了描述复杂的管理运动过程和规律的需要。可以预期,管理科学的发展必将为运筹学的进一步发展开辟更加广阔的领域。而运筹学的发展必将进一步研究和解决管理学中越来越多的问题,并对其他学科产生一定的影响。

1. 线性规划及单纯形法

线性规划 (Linear Programming, LP) 是运筹学的一个重要分支。1939 年, 苏联数学家康脱洛维奇研究并发表了《生产组织与计划的数学方法》一书, 首次提出线性规划问题, 以后美国学者希奇柯克 (F.L. Hitchcock, 1941) 和柯普曼 (T.C. Koopman, 1947) 又独立地提出了运输问题。特别是美国学者丹捷格 (G.B. Dantzig, 1947) 提出了单纯形算法 (Simpler) 之后, 线性规划在理论上趋向成熟, 1963 年 Dantzig 写成了《Linear Programming and Extension》一书。1979 年, 苏联年轻的科学家 Khachian 提出了多项式算法——“椭球法”, 1984 年印度的科学家 N. Karmarkar 提出了一个新的多项式算法——“投影梯度法”, 也称 Karmarkar 算法, 使得线性规划问题无论在理论上还是算法上都取得了重大的进展。从数学上讲, 线性规划是研究线性不等式组的理论, 或者说是研究线性方程组非负解的理论, 或者说是研究 (高维空间中) 凸多面体的理论, 是线性代数的应用和发展。

1.1 线性规划基本概念

1.1.1 问题的提出——生产计划问题

在研究生产计划问题时, 一般有下列两种提法:

- (1) 如何合理地使用有限的人力, 物力和资金, 收到最好的经济效益。
- (2) 如何合理地使用有限的人力, 物力和资金, 达到以最经济的方式, 完成生产计划的要求。

【例 1.1】 生产计划问题 (资源利用问题)。

胜利家具厂生产桌子和椅子两种家具, 桌子售价 50 元/张, 椅子售价 30 元/张, 生产桌子和椅子都需要木工和油漆工两种工种。生产一张桌子需要木工 4h, 油漆工 2h; 生产一张椅子需要木工 3h, 油漆工 1h。该厂每个月可用木工工时为 120h, 油漆工工时为 50h。问该厂如何组织生产才能使每月的销售收入最大?

解 将一个实际问题转化为线性规划模型有以下几个步骤:

- (1) 确定决策变量 (decision variable): x_1 = 生产桌子数量, x_2 = 生产椅子数量;
- (2) 确定目标函数 (objective function): 家具厂的目标是销售收入最大

$$\max S = 50x_1 + 30x_2$$

- (3) 确定约束条件 (constraint conditions)

$$4x_1 + 3x_2 \leq 120 (\text{木工工时限制})$$

$$2x_1 + x_2 \leq 50 (\text{油漆工工时限制})$$

- (4) 变量非负限制 (nonnegative constraint):

一般情况, 决策变量只取正值 (非负值): $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ 。