

神经肌肉俱乐部

科学画报丛书

第 3 辑



上海科学技术出版社

內 容 提 要

这是一本有趣味的数学书。内容包括诡辯問題、意外之数、智力測驗、猜数游戏和巧排图形等五类，共有三十多个問題；大多用故事形式叙述，也有用相声形式的。介绍的知識范围有代数，几何，也有一些物理知識，它能引起讀者兴趣，誘导讀者深入思考。

本书編写时曾参考“数学游戏大观”、“算术辞典”、“数学通报”、“数学通訊”等书，适合具有初中一、二年級文化水平的讀者閱讀。

动 腦 筋 俱 乐 部

(第三輯)

史 亮 編 著

*

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路450号)

上海市书刊出版业营业許可証出 093 号

新华书店上海发行所发行 各地新华书店經售

商务印书館上海厂印刷

*

开本 787×1092 1/32 印張 2 4/32 字数 46,000

1960年3月第1版 1963年3月第3次印刷

印数 42,001—72,000

統一书号：13119 · 342

定 价：(七) 0.17 元

目 录

一、詭辯問題.....	1
1. 三角形都是等腰的(相角).....	1
2. 直角等于钝角(单口相声).....	7
3. $24=25$ (幕間表演).....	10
4. $2 \times 2 = 5$ $2 = 1$ (两场哑剧).....	12
二、意外之数.....	15
1. 难以完成的工作.....	15
2. 比珠穆朗玛峰还要高.....	17
3. 把纸张切成分子.....	20
4. 环绕赤道的钢丝绳.....	22
三、智力測驗.....	25
1. 儿童分橘.....	25
2. 洗衣問題.....	29
3. 三人分油.....	30
4. 智辨帽色.....	31
5. 食堂宰猪.....	33
6. 探测枯井.....	34
7. 牧场放牛.....	35
8. 巧称兽重.....	37
9. 计算羊绳.....	38
10. 数据核实.....	39
四、猜数游戏.....	41
1. 奇数还是偶数.....	41
2. 猜数.....	42

3. 倒排的数字	43
4. 缺掉的数字	45
5. 相等的余数	48
6. 奇怪的数字	49
7. 最小的数字	50
8. 求商	50
9. 求除数	51
10. 求原数	52
五、巧排图形	55
1. 十字形拼正方形	55
2. 正方形拼十字形	57
3. 三角形拼十字形	60
4. 长方形拼十字形	61
5. 顽皮的孩子	62
6. 聪明的木工	63
7. 聪明的修地毯工人	64

一、詭辯問題

——真理是不会似是而非的——

1. 三角形都是等腰的

(相 聲)

幕后激动地在展开着爭論。启幕后，两个看来是初中的学生扛了一块黑板，拿了一个架子，以及一副尺規，几枝粉笔，气冲冲地走到台前(图1)(乙搶先的跑到話筒前)。

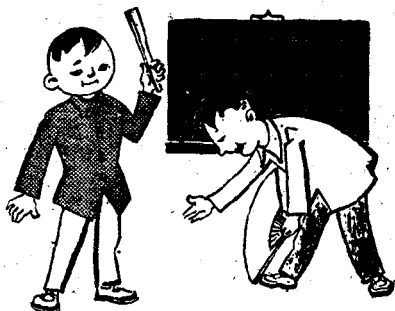


图 1

乙：各位同学，我

們剛剛在爭論一个問題。他不知怎么想到的，說：“凡是三角形都是等腰的”，后来居然也对我头头是道的证明了一遍。这真是岂有此理，他这样做法，可以說是一种极不尊重真理的行为……。

甲：(搶上來說)喂喂，你說清楚点，……。同學們，事情是这样的，我剛才給他談了一个問題，叫“凡是三角形都是等腰的”，他說什么听都不要听，可是当我一步一步地证明給他看了以后，他倒反而激动了起来，还拼命地罵我。其实，同學們，这个问题当然是不对的，那末問題出在哪里？当然是证明中有毛病，可是

他一点也不仔细，找不出毛病，这又能怪谁呢？……。

乙：（态度和缓多了）好，不用说了，你现在马上再给我从头至尾证明一遍，我不相信毛病会找不出。你必须讲得慢，要注意，一点不能含糊。

甲：这种态度就对了，其实我的用意就是要叫你能找出毛病。好吧，你仔细的看。（他徒手用粉笔在黑板上画了个三角形如图 2，大声说）

已知 $\triangle ABC$ 的两腰 AB 、 AC 不相等，现在要证明： $AB=AC$ 。

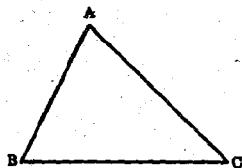


图 2

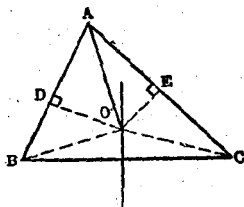


图 3

甲：（接着说下去）我先作角 A 的平分线（徒手地画了起来），再作 BC 的中垂线（又画了起来，终于得了象图 3 的一张图）。哎，我先问你：一个等腰三角形的顶角平分线与底边的中垂线有什么关系？

乙：（用手指指划了一下，动了一下脑筋）你这是什么意思？等腰三角形顶角的平分线，就是底边的中垂线，这还用问。

甲：很好，那末我们这里的三角形是不是等腰的？

乙：当然不是的。

甲：所以说顶角的平分线确实应该与底边的中垂线相交于一点，你说对吗？

乙：（迟疑一下）……，对，……，对的。

甲：从交点 O ，我作两腰的垂线（边说边画，垂足处写上了 D 、 E ），再连结 OB 与 OC 。这都有问题吗？你好检查检查。（眼睛俏皮地盯着乙）

乙：（心急地）没有、没有，你赶快往下说吧！

甲：好，你自己说没问题，那我不管了。现在我来问你， OD 是不是等于 OE ？虽然我图画得很潦草。

乙：（迟疑）……

甲：哈哈，你大概又怕上当了，是不是？但是你也总该讲道理吧！我问你： AO 是不是角平分线？（乙点点头）那末角平分线上一点到两边的距离怎么样？

乙：（仍是迟疑）……嗯，……，应该相等。

甲：好，你自己说的， $OD = OE$ （随手写在黑板上）。那末，顺便 AD 也应该等于 AE 啰（甲看着乙），你说呐？两直角 $\triangle ADO$ 、 $\triangle AEO$ ， AO 公共，直角边 $OD = OE$ ，当然 $\triangle ADO$ 与 $\triangle AEO$ 全等，因此 $AD = AE$ 就没问题。

乙：（他脾气又显得有点急躁，好象已预感到又要上当了）这个我懂，你再说下去吧。

甲：好——，又是你说的， $AD = AE$ （又写在黑板上）。我的目标是求证 $AB = AC$ ，现在已经晓得 $AD = AE$ ，下面我只要证明 $DB = EC$ 就好了。现在我叫你来注意 $\triangle BOD$ 与 $\triangle COE$ ，我说这两个 $\triangle$ 是全等的。

乙：慢一点，等一等（面向大家）。同学们，这两个三角形有多大的两样，而他却在说全等，

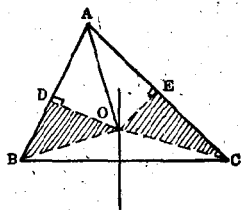


图 4

誰會相信。

甲：哦——，你不相信，那末听着（在圖4 $\triangle BOD$ 、 $\triangle COE$ 中塗上綫條，為了叫人醒目）：在 $\triangle BOD$ 、 $\triangle COE$ 中， $OD=OE$ 你已經承認了（看看乙，乙作同意狀）；但是，我說 OB 也等於 OC ，你說吶？綫段的中垂綫上每一点到兩端的距離相等（略停，甲繼續說）。這兩個很明显也是直角三角形，有了 $OD=OE$ ，又有 $OB=OC$ ，當然應該全等，誰還來騙你。我的缺點只不过是圖畫得潦草。

（乙到現在已感到事情不妙，顯出有點局促不安）

甲：好，全等三角形的對應邊相等，所以又有 $BD=CE$ 。已經知道 $AD=AE$ ，又知道 $BD=CE$ ，那末（下面一句話講得很慢但是很重）等量加等量，就有 $AD+DB=AE+EC$ ，也就是 $AB=AC$ 。（把最後一個等式寫在黑板上）

（甲談到這裡為止，並不去看乙，在台上踱起步來）

（乙在一陣不安之後，抓起三角板，在黑板上努力地
在作圖推敲）（圖5）

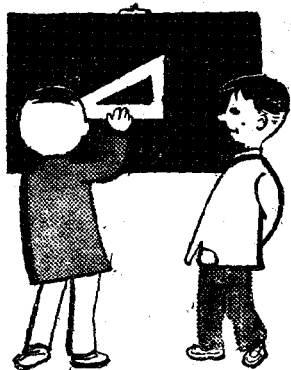


圖 5

乙：有問題，有問題，你來。
角 A 的平分綫與 BC 的
中垂綫交在哪裡？你說？

甲：你畫好了，交在哪裡？

乙：（用尺作圖，比較認真）
你看，交在外面。

甲：哦，……哦，這可能是我
圖畫得馬虎。

乙：什么馬虎，这完全是有意識的叫入上当。(显得活跃)
哈哈，这下总把你拆穿了吧。

甲：哎，你別得意呀。我不懂，交点在外面又有什么要紧呢？这还不是一样可以证明。

乙：(看到甲的自如的态度与回答，愣了一下)我才不信。

甲：好，你注意了。(他徒手画

了一个图，如图 6，的确把交点留在外面)这里AO是角平分綫，OF 是 BC 的中垂綫。我又要作輔助綫了，作 $OD \perp AB$ 、 $OE \perp AC$ 。在直角 $\triangle AOD$ 与 $\triangle AOE$

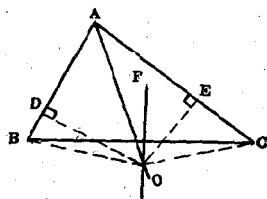


图 6

中，由于 AO 公共， $OD = OE$ ，当然又是全等，那末，自然就有 $AD = AE$ 。看样子，我又只要证明 $BD = CE$ 好了。事实上 $OB = OC$ 、 $OD = OE$ ，直角 $\triangle BOD$ 与直角 $\triangle COE$ 又是全等的，当然 $BD = CE$ 。那我又是一个等量加等量，所以 $AB = AC$ 。怎么样？交点在外面不还是一样嗎？

(甲說完又走开了。这时乙显得惶惑，但是他还没有泄气，又在作图推敲)

乙：(自言自語) 我看证明过程中用的定理倒沒有問題，

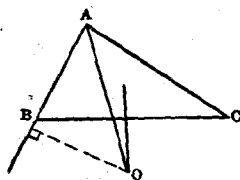


图 7

問題一定是在作图上，……。

喂，你过来，問題有了，你图作得不准。从 O 点作两腰的垂綫，垂足并不在里面，而應該落在边的延長綫上(他作了如图 7 的一个图)。(又显

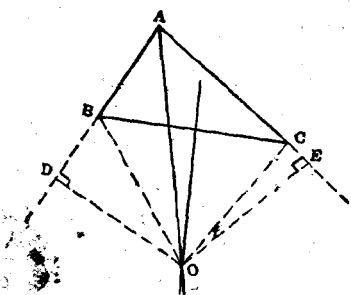


图 8

得活跃起来)

甲: (迟疑一下) 哦, 垂足在外面, 啊, 也不要紧, 你看好 (他画了如图 8 的一张图): 很清楚, 直角 $\triangle AOD$ 与直角 $\triangle AOE$ 全等, 这样就有 $AD=AE$; 另一方面,

又有 $\triangle DOB$ 与 $\triangle EOC$ 全等, 理由跟从前说的完全一样。这样, 又有 $BD=CE$ 。现在我来一个等量减等量: $AD-BD=AE-CE$, 这就是 $AB=AC$ 。你怎么说?

乙: (觉得没有办法了) 这个……。我, ……我还有点事要做, 好, 我们回头再说 (说着要想走了)。

甲: 哎 (拉住乙), ……你怎么啦, 不要泄气啊! 来, 来。

乙: 我, ……我的确找不出毛病。(低下了头)

甲: (他收起了作弄人的神情, 换上了一种帮助人的态度) 不, 你再仔细一点就能找到的。(乙凝视着甲, 甲继续说) 交点在外面你已经发觉了, 而本来我是有意把交点画在里面的; 你又说垂足应在外面, 但是还不仔细, 你再画画, 垂足是不是都落在外面。

乙: (显出迟疑。又拿起直尺画了起来) (恍然大悟, 变得开朗起来) 啊! 原来一个垂足落在里面, 一个垂足落在外面。唉, 我真是太

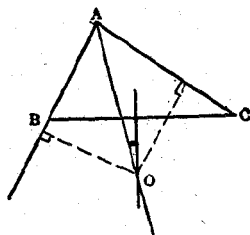


图 9

粗心了(图9)。

甲：对了，确是这样的。现在随你怎样去搞，都无法证明了。

乙：这问题的毛病全出在作图上，看样子，做几何习题，作图可实在不能马虎。

甲：(面向大家)各位同学，从我们刚才的一场“争论”中，大家可以知道，由于随便的、潦草的作图，可能会带来一个非常可笑的、荒唐的结论。(垂幕)

2. 直角等于钝角

(单口相声)

台上放着一块黑板，写着几个醒目的大字“直角=钝角”(图10)。一个初中学生走了出来，深深地向大家鞠了一个躬。

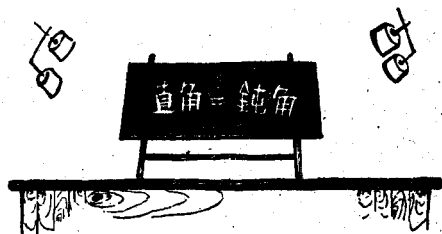


图 10

亲爱的同学们，允许我花费你们一点时间，事情是这样的：前几天，我在家里做功课，一个朋友来找我，告诉我说：“直角等于钝角”，你听说过吗？我当然说，你别打扰我，我没有空，我还有点功课要做呢。可是，不知怎的，他好象专门为了这件事来找我似的，说：“怎么样？你不要听，不过我可有办法来证明它”。哦，我想这就笑话了，直角等于 90° ，而钝角是大于 90°

的,这是再清楚不过的事了,怎么,他竟然說可以证明,倒不妨听听,看他是在玩什么花样。于是我索性把功課一推。

他弄到一張紙,就一边画一边讲起来了。他先画一条綫



图 11

段 AB,他說取 $AC=BD$ (如图 11),使 AC 垂直 AB,而让 $\angle ABD$ 为一钝角。接着他說:“现在我就要证明 $\angle BAC = \angle DBA$ 。”我听着觉得可笑,

明明画的一只是直角、一只是钝角,怎么說相等呢,让他說吧。

他又連接了 CD,并高兴的指着图說:这都有問題嗎?而且又把作图过程給我重复一遍。我有点怕上当,仔細的查了一下,觉得的确沒有問題。他又边說边画:“好,我现在分別作 AB 与 CD 的中垂綫,設它們相交在 O 点”。接着他又連接了 OA、OC、OB、OD(如图 12)。

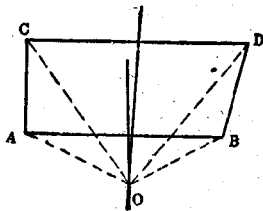


图 12

我想,这都是合情合理的事情,不知他要玩的是什麼花样。不料,他兴奋的說:“好,现在我把准备工作都做好了,下面就來着手证明。”我私下里想:甯,难道我已經上当了嗎?

果然——,他叫我留心 $\triangle AOC$ 与 $\triangle BOD$,接着就說:“在这两个三角形中間,首先 $OC=OD$,这是因为中垂綫上的每一点到綫段两端的距离相等。有問題嗎?”我不愿装出一副愚蠢的样子,我說:“沒問題”。

他又說:“同样理由, $OA=OB$,有問題嗎?”我又点点头,他說:“好,这都是你自己說的。那末 $AC=BD$ 你也該承认啰,因为这是我們所設的条件。”他边說边用一种俏皮的眼光看着

我。接着又說：“三边对应相等的两个三角形是全等的，也就是 $\triangle AOC$ 与 $\triangle BOD$ 全等。这样就有对应角相等： $\angle OAC = \angle OBD$ 。”

到了这里，我感觉到糟了，已經上当了。这时他可高兴哩：“另外，由于等腰 $\triangle AOB$ 的底角相等，当然就有： $\angle OAB = \angle OBA$ ，那末等量减去等量 $\angle OAC - \angle OAB = \angle OBD - \angle OBA$ ，就有 $\angle BAC = \angle ABD$ ，怎么样？直角=鈍角”。

各位同学們，不瞞大家說，在学校里，我的几何成績还不算坏呢，但是，我那个可恶的朋友却使我摔了个筋斗，我觉得很不安。当时我真的愣住了，从头至尾又仔細地檢查了一遍，可实在看不出有什么毛病。那个人看着我不行，想替我說穿了，当时我坚持說：我自己会揭穿的。就这样，我悶了两天，后来終於給我找出問題来了，說来可笑，揭穿了真是‘一文不值’。那末毛病在哪里呢？当然，我現在要說穿它是很方便的，但是，这样对大家來說沒多大意思。让大家先想想吧！以后有机会的話，我会来告訴大家的。（鞠躬下）

[解答] 这个問題的毛病也是出在作图上面，如果你比較仔細和准确地去作图，可以看到正确的图形大概象图 13。

这样，我們就可发觉問題出在哪里了。讀者不妨試驗一下，对这个图形，用前面的詭辯方法是否能推得“直角等于鈍角”的結論。

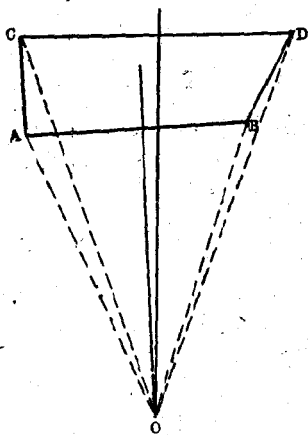


图 13

3. $24 = 25$

(幕間表演)



图 14

某学校举行了一次文娱演出晚会，晚会有许多生动有趣的节目。节目一个接着一个的往下演，当一个优美的舞蹈表演结束后，报幕员以清晰、嘹亮的声音告诉大家：下一个节目是学校戏剧组准备很久的多幕话剧。现在趁他们正在准备的时

候，我们来表演一个短小的节目，名字叫“ $24 = 25$ ”。

这时，场内非常活跃，大家都猜不透这倒底是怎样的一种表演。演员上来了，他左手朝后拖了一把尺，右手两个手指间拊了一枝粉笔，这种仪态引起了场内一片笑声。舞台的工作人员为他扛来了两块黑板。他一声不响的在一块黑板上尽可能大的画了一个正方形，接着对大家说：同学们，现在我要从这个正方形着手，给大家来证实“ $24 = 25$ ”(图14)。

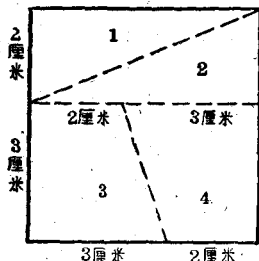


图 15

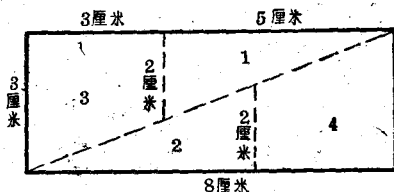


图 16

这个正方形，我們当它每边长 5 厘米。現在我把它看做是一张馬糞紙，按照图 15 指出的尺寸，把这个正方形剪成‘1’、‘2’、‘3’、‘4’四块。好，現在我再把这剪下来的四块拼成另一个图形（这时，他在另一块黑板上画上了拼成的另一图形，如图 16）。大家看得很清楚，这个图形正好是矩形。

我从正方形上剪下来的四块，不多不少的正好拼成矩形，那就说明这两个图形的面积应该是相等的。但是，正方形的面积是 25 平方厘米，而那个矩形的面积却是 $3 \times 8 = 24$ 平方厘米。这岂不是說“ $24 = 25$ ”嗎？

他說完了最后一句話，略頓一会，向大家行个礼，拖着尺，从容不迫地下去了。

这个幕間表演給大家带来了愉快，同时也留給了大家一个问题——这个謬論，怎样去揭穿它？

[解答] 这个表演只有在黑板上画画，还可能“騙”过观众，如果你真的把一块正方形的馬糞紙，象上面指出的尺寸剪成四块，这四块是并不能恰好拼成一个矩形的。这是因为，比如“1”、“3”拼在一起（如图 17），A、B、C 三点并不在一条直线上。

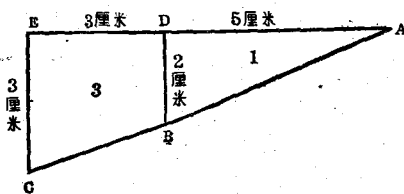


图 17

这样，也就揭穿了“ $24 = 25$ ”这个謬論。

如果你学过“相似三角形”，那末我們从理論上也可知道 A、B、C 三点的确不在一条直线上，因为 $BD \parallel CE$ ，而

$$\frac{AD}{BD} \neq \frac{AE}{CE}$$

所以，A、B、C 三点不在一条直线上。

4. $2 \times 2 = 5$ $2 = 1$

(两场哑剧)

(一) $2 \times 2 = 5$

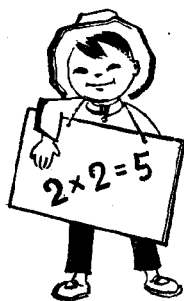


图 18

演員出来了。他脖子上横挂着好几块用硬紙做成的板，蹒跚地走向台前。这时观众们才看清他胸前挂的第一块紙板上有着醒目的大字—— $2 \times 2 = 5$ (图18)。

演員略停一会，卸下了第一块紙板，放在旁边；随即将后面的一块紙板挂到預先准备好的架子上，在观众面前呈現出一个显然成立的等式：

$$16 - 36 = 25 - 45 \quad \textcircled{1}$$

不一会，他在紧接着上面一块紙板的下面，挂上了第三块紙板：

$$\begin{aligned} &\text{两边加上 } 20\frac{1}{4}, \text{ 得} \quad \textcircled{2} \\ &16 - 36 + 20\frac{1}{4} = 25 - 45 + 20\frac{1}{4} \end{aligned}$$

后来挂上去的两块是：

$$\begin{aligned} &\text{这就是說:} \quad \textcircled{3} \\ &4^2 - 2 \cdot 4 \cdot \frac{9}{2} + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot \frac{9}{2} + \left(\frac{9}{2}\right)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{也就是} \quad \textcircled{4} \\ &\left(4 - \frac{9}{2}\right)^2 = \left(5 - \frac{9}{2}\right)^2 \end{aligned}$$

然后,演員挂上了第六块紙板:

两边开平方,得

⑤

$$4 - \frac{9}{2} = 5 - \frac{9}{2}$$

接着架子上又出現了一块紙板:

也就是 $4 = 5$

⑥

这时,他胸前只剩下一块了:

所以 $2 \times 2 = 5$

⑦

演員从容地把挂在胸前的所有紙板,全都展示在观众的眼前。他大概感觉到演出任务完成了,于是,他把那些紙板仍旧挂到了胸前,向大家行过礼,蹣跚地下去了。

(二) $2 = 1$

表演的方法完全相同,挂到架子上去的几块紙板,有着下面的内容:

假设 $a = b$

①

两边乘以 a ,得

②

$$a^2 = ab$$

两边减去 b^2 ,得

③

$$a^2 - b^2 = ab - b^2$$

也就是

④

$$(a+b)(a-b) = b(a-b)$$