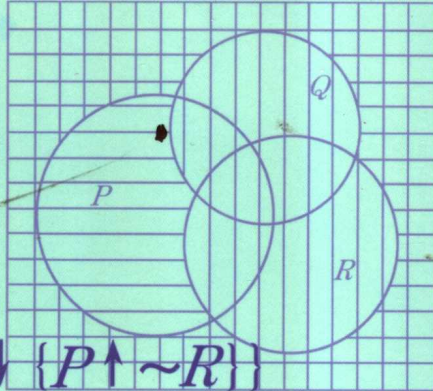


训伟 著

$$P \uparrow \{Q \downarrow R\}$$

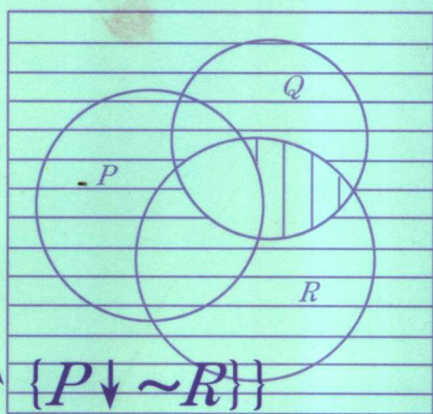
$$\stackrel{-1}{=} \sim \{ \{P \uparrow \sim Q\} \downarrow \{P \uparrow \sim R\} \}$$



互逆主义数理逻辑

$$P \downarrow \{Q \uparrow R\}$$

$$\stackrel{-1}{=} \sim \{ \{P \downarrow \sim Q\} \uparrow \{P \downarrow \sim R\} \}$$



互逆主义数理逻辑

周训伟 著

中国科学技术出版社

·北 京·

图书在版编目(CIP)数据

互逆主义数理逻辑/周训伟著. —北京:中国科学技术出版社,
2004.4

ISBN 7-5046-1431-9

I. 互... II. 周... III. 数理逻辑—研究 IV. O141

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 020289 号

中国科学技术出版社出版

北京市海淀区中关村南大街 16 号 邮政编码:100081

电话: 010-62103210 传真: 010-62183872

<http://www.kjpbooks.com.cn>

科学普及出版社发行部

北京长宁印刷有限公司印刷

*

开本:850 毫米×1168 毫米 1/32 印张:13 字数:350 千字

2004 年 4 月第 1 版 2004 年 4 月第 1 次印刷

印数:1-2000 册 定价:30.00 元



作者简介

周训伟，男，汉族，1952年9月10日出生于重庆，1987年1月北京工业大学计算机系研究生毕业，现任北京联合大学信息学院副教授，从1984年起从事逻辑学研究，创立数理逻辑的新学派——互逆主义，在国内外发表论文二十余篇，著有《互逆主义逻辑与Super-Prolog语言》一书，现为国际符号逻辑学会会员，国际逻辑程序设计学会会员，中国人工智能学会人工智能基础专业委员会委员，中国逻辑学会会员。

内 容 简 介

本书介绍了作者所创立的互逆主义——数理逻辑的第四学派。全书共分五篇,分别是互逆主义逻辑演算;互逆主义集合论;互逆主义抽象代数;互逆主义证明论与互逆主义模型论;互逆主义递归论。

本书可供逻辑、数学、计算机、人工智能、物理、科学方法和哲学专业的研究生、大学教师、科研人员阅读使用。

前 言

互逆主义数理逻辑是与逻辑主义、直觉主义和形式主义这三大学派不同的数理逻辑的第四学派。数理逻辑的三大学派都是为了克服悖论而提出,互逆主义也不例外。互逆主义用两种方法排除悖论:①把元素与集合分三层;②认为空集与全集是特异集合,对其使用加以限制。在数学与逻辑的关系方面,逻辑主义认为逻辑是数学的基础,从逻辑出发可以推导出全部数学。直觉主义认为数学不依赖于逻辑而依赖于人的直觉,逻辑反而依赖于数学。形式主义认为应同时构造数学与逻辑的形式系统。互逆主义则把眼光放到了逻辑、数学、经验科学这三大知识科学(关于知识和对知识的认识的科学,由作者所提出)的关系上。互逆主义认为,从知识的角度来看,经验科学与数学研究规律,而逻辑研究规律的规律;从认识的角度来看,数学定理与逻辑定理都需要证明,而经验科学中的定律需要证实。数理逻辑的三大学派都不成功。逻辑主义引入了像划分公理、无限公理这样的看起来不像逻辑公理的公理也没能推导出全部数学。直觉主义不承认一些久经考验的古典数学分支,其体系显得支离破碎。形式主义的希尔伯特规划也由于哥德尔不完全性定理的出现而宣告破产。互逆主义数理逻辑则有希望成为一个成功的数理逻辑学派。

本书是互逆主义的第二本专著。本书共分五篇,分别介绍互逆主义的逻辑演算、集合论、抽象代数、证明论与模型论、递归论。互逆主义递归模型论尚未建立,互逆主义递归论也几乎原封不动地继承经典递归论,但是互逆主义的逻辑演算、集合论、抽象代数、证明论、模型论却有很多创新。

互逆主义逻辑演算认为,对数学定理(通常表现为充分条件,

记作 $A \Rightarrow B$)而言要先证明(建立)它,得证之后才能运用它。建立 $A \Rightarrow B$ 与运用 $A \Rightarrow B$ 是不同的一元认识过程。 $A \Rightarrow B$ 是这样证明(建立)的:令 A 为真,若能推出 B 一定为真,则就证明了 $A \Rightarrow B$ 。在得证了后我们就可以运用 $A \Rightarrow B$ 了。 $A \Rightarrow B$ 是这样运用的:一、从 $A \Rightarrow B$ 为真和 A 为真可以推出 B 为真(这叫假言推理肯定式);二、从 $A \Rightarrow B$ 为真和 B 为假可以推出 A 为假(这叫假言推理否定式)。我们称 A 和 B 为互逆特殊命题,称 $A \Rightarrow B$ 为互逆一般命题。运用已知的 A 和 B 去建立未知的 $A \Rightarrow B$ 是从特殊到一般,这样的二元认识过程叫归纳复合。运用已知的 $A \Rightarrow B$ 和 A 去建立未知的 B 或运用已知的 $A \Rightarrow B$ 和非 B 去建立未知的非 A 是从一般到特殊,这样的二元认识过程叫分解。归纳复合与分解是互逆的二元认识过程。互逆主义认为,知识分为四级:项、事实、经验或数学定理、逻辑定理。互逆主义逻辑演算分为三层五个:零层逻辑研究项与事实之间的关系,一层逻辑研究从事实到经验或数学定理的归纳复合及从经验或数学定理到事实的分解,二层逻辑研究从经验或数学定理到逻辑定理的归纳复合及从逻辑定理到经验或数学定理的分解。

互逆主义集合论系统是可判定的、一致的和完全的(见第十四章集合定理主辅代数)。互逆主义集合论提出主元和辅元的概念,研究其性质,并在互逆主义抽象代数中将辅元和主元用作代数运算符,把互逆主义的集合论和抽象代数紧密地结合起来。互逆主义抽象代数继承了经典抽象代数中的半群、独异点、群、环、域、格、布尔代数、线性代数等代数结构,发现了二元双射性、补幂等性等新的代数性质,创立了环和一环积代数、与非一或非代数、泛矩阵(包括等维矩阵与张量矩阵),集合定理主辅代数等新的代数结构,系统地对代数结构进行了分类,横向分为项空间代数与事实空间代数,纵向分为辅代数与主辅代数。互逆主义证明论建立了既一致又完全的互逆主义初等数论系统并且其一致性与完全性是系统

内部可证的,指出哥德尔的两个不完全性定理的证明过程有误。互逆主义模型论分为项空间模型论与事实空间模型论,它们分别与项空间代数与事实空间代数密切相关。

互逆主义逻辑与互逆主义数学的出现标志着逻辑与数学这两大演绎科学的重大变革。逻辑学从亚里士多德开始就是公理化的,从希尔伯特开始更是形式化的。数学从欧几里德几何开始就是公理化的,从希尔伯特开始更是形式化的。哥德尔的两个不完全性定理则指出了形式系统的局限性。与此不同,互逆主义逻辑与互逆主义数学都不是公理化的,更不是形式化的,不受哥德尔不完全性定理的局限。互逆主义认为,人类对宇宙的认识从事实开始。人类从事实归纳复合出经验或数学定理。建立经验或数学定理的目的有两个:一、是从经验或数学定理分解出事实,二是从经验或数学定理归纳复合出逻辑定理。建立逻辑定理的目的只有一个:从逻辑定理分解出经验或数学定理。根据这条认识路线,数学定理可以从事实出发归纳复合证明,也可以从逻辑定理出发分解证明;而逻辑定理只能从经验或数学定理出发归纳复合证明;根本不需要数学公理和逻辑公理,更不需要将其形式化。

在互逆主义数理逻辑的书中为什么要写互逆主义抽象代数呢?原因是:①互逆主义认为互逆主义集合论是互逆主义抽象代数的基础;②互逆主义抽象代数与互逆主义模型论关系密切;③早在1984年我学习离散数学时就把逻辑演算、集合论和抽象代数看作是一体的,那时我就产生了构造互逆主义离散数学的想法,而构造互逆主义的四论的想法则是2000年以后我在北大哲学系学习经典逻辑的四论后才产生的。由于第三个原因,互逆主义逻辑演算,互逆主义集合论与互逆主义抽象代数占了本书大部分篇幅。也正是由于第三个原因,本书不但可以作为互逆主义数理逻辑的书而且可以作为互逆主义离散数学的书。

本书的大部分章节后都附有习题和作者尚未解决的研究题。

本书最好在学习了经典逻辑的四论之后阅读。因为本书各理论都是从头开始介绍的,估计没有学过经典逻辑的四论的读者也能看懂本书,只是不能充分体会其价值所在。

本书与计算机关系密切,如互逆主义逻辑演算可用于知识库的知识发现,类似于 SQL 的数据库查询语言、逻辑定理的机器证明、逻辑程序设计、专家系统等领域,互逆主义集合论可为关系数据库用作关系代数,互逆主义证明论和互逆主义模型论可分别作为 Super-Prolog 语言的过程性语义和说明性语义,递归论又叫可计算性理论,从其名称就可知道其与计算机的关系,互逆主义抽象代数中的集合定理主辅代数可用于机器定理证明。互逆主义抽象代数中的布尔代数、环和一环积代数、与非一或非代数可以用于数字电路设计。

本书的出版标志着互逆主义初具规模。在互逆主义逻辑方面有三层五个演算和四论。在互逆主义数学方面有互逆主义集合论、互逆主义初等数论、泛矩阵、互逆主义抽象代数、互逆主义解析几何、在互逆主义解析几何之上还可以建立数学分析;这样,代数、几何、分析这三大数学分支互逆主义数学全都有了。现代数学研究序结构、代数结构、拓扑结构这三大结构。互逆主义集合论和互逆主义初等数论研究序结构,互逆主义抽象代数研究代数结构,互逆主义解析几何研究拓扑结构。这样,序结构、代数结构、拓扑结构这三大结构互逆主义数学全都研究。

本书可供逻辑、数学、计算机、人工智能、物理、科学方法、哲学等领域的研究生、大学教师与科研人员阅读。

逻辑为数学、哲学、语言学、计算机四方面的人员所关心。互逆主义也不例外。因此今后摆在我面前的有四个发展方向:①进一步完善互逆主义数学,将更多的数学分支纳入互逆主义;②建立

互逆主义哲学;③建立互逆主义语言学;④将互逆主义用于计算机。由于我的专业领域是计算机,因此我决定选择第四条道路。而事实上,在互逆主义的第一本专著《互逆主义逻辑与 Super-Prolog 语言》中,我已经将互逆主义用于机器定理证明、逻辑程序设计、专家系统这三个人工智能领域。

由于水平所限,错误在所难免,望读者不吝指教。电子信箱:
zhouxunwei@263.net。

中国人民大学赵总宽教授、北京师范大学陈银科教授、北京联合大学冯克清教授阅读了本书的全文并提出不少修改意见,许多意见已被我采纳,特在此表示感谢。

作 者

2004 年 3 月

目 录

第一篇 互逆主义逻辑演算

第一章 项与命题的形成、周坐标系层次、层次集合	(1)
第一节 逻辑运算符	(1)
第二节 命题与层次集合的同一	(1)
第三节 项与命题的形成	(3)
第四节 实例	(13)
第五节 周坐标系层次、层次集合	(13)
第六节 周氏图	(22)
第七节 抽象的项常元、函数符常元和谓词符常元	(22)
第二章 事实命题与准经命题、零层逻辑	(24)
第一节 零层元素	(24)
第二节 本零事命题	(24)
第三节 简繁复合	(25)
第四节 函数	(29)
第五节 准经命题	(29)
第三章 人类认识过程与互逆主义逻辑基本原理	(33)
第一节 互逆特殊命题与互逆一般命题	(33)
第二节 一元认识过程	(33)
第三节 二元认识过程	(34)
第四节 认识过程的细分	(37)
第五节 本一单经命题与本二单经命题的归纳复合 建立	(37)
第六节 归纳复合原理、分解原理、归纳复合与分 解的互逆原理	(41)

第七节	归纳复合真值表与分解真值表	(43)
第八节	同名变元	(48)
第九节	分解不确定性与归纳复合不确定性	(49)
第十节	命题的周氏图表示	(50)
第十一节	互逆等价命题的真值表证明法	(52)
第十二节	特异集合的有意义——无意义二象性 原理	(54)
第十三节	简繁复合与归纳复合之异同	(55)
第四章	单经命题与准逆命题、一层单准逻辑	(56)
第一节	一层元素	(56)
第二节	本一单经命题	(56)
第三节	无义事实子空间与有义事实子空间	(58)
第四节	项域的选取原则	(58)
第五节	相干项变元、传递项变元与附加项变元	(59)
第六节	自由的与约束的本一单经命题	(61)
第七节	自由事实子空间与约束事实子空间	(61)
第八节	一层集合与一层否定集	(62)
第九节	单细胞本一单经命题与单细胞本二单 逆命题的显式归纳复合建立	(62)
第十节	多细胞本一单经命题与多细胞本二单逆命 题的显式归纳复合建立	(67)
第十一节	负本命题中的谓词符与联符	(71)
第十二节	本一单经命题与本二单逆命题的隐式 归纳复合建立	(74)
第十三节	必然性、或然性、可能性、现实性、中国模 态逻辑	(76)
第十四节	一层分解运算	(78)
第十五节	二单经命题的简繁复合	(79)
第十六节	初等代数中的单经定理	(79)

第十七节	一层大独、一层小独,再论经验或数学充分条件	(80)
第十八节	准超命题	(82)
第十九节	基于一层分解运算的一层分解证明系统	(86)
第五章	单逻辑命题与准超逻辑命题、二层单准逻辑	(93)
第一节	二层元素	(93)
第二节	本二单逻辑命题	(93)
第三节	无义单经子空间与有义单经子空间	(95)
第四节	事实域的选取原则	(95)
第五节	相干事实变元、传递事实变元与附加事实变元	(96)
第六节	自由的与约束的本二单逻辑命题	(98)
第七节	自由单经子空间与约束单经子空间	(99)
第八节	二层集合与二层否定集	(99)
第九节	本二单逻辑命题的显式归纳复合建立	(100)
第十节	本二单逻辑命题的隐式归纳复合建立	(100)
第十一节	二层分解运算	(110)
第十二节	二层大独、二层小独,再论逻辑充分条件	(111)
第十三节	周坐标系层次小结	(113)
第十四节	准超逻辑命题	(114)
第十五节	基于二层分解运算的二层分解证明系统	(117)
第六章	复经命题、一层复逻辑	(122)
第一节	特事命题段与非特事命题	(122)
第二节	周氏复图	(122)
第三节	成功图与失败图	(125)
第四节	最小成功图	(125)
第五节	命题链与特性命题段链	(129)

第六节	复经命题示例	(131)
第七节	有义的与约束的复经命题	(133)
第八节	复经命题的周氏复图	(134)
第九节	复经命题的命题链与最小成功图	(136)
第十节	一层复分解证明系统	(136)
第七章	复逻辑命题、二层复逻辑	(151)
第一节	有义的与约束的复逻辑命题	(151)
第二节	互逆蕴涵命题的隐式归纳复合建立	(152)
第三节	矛盾命题的隐式归纳复合建立	(152)
第四节	上反对命题的隐式归纳复合建立	(156)
第五节	下反对命题的隐式归纳复合建立	(159)
第六节	复联符命题逻辑方阵	(160)
第七节	连续项空间中的复联符命题	(161)
第八节	二层复分解证明系统	(162)
第八章	互逆主义逻辑与其他学科的关系	(164)
第一节	解析几何是互逆主义逻辑的一部分	(164)
第二节	互逆蕴涵对其他逻辑的继承	(165)
第三节	公理系统、自然推理系统、隐式归纳复合	(166)
第四节	归纳复合与分解、归纳与演绎	(168)
第五节	互逆主义逻辑与古典逻辑	(169)
第六节	互逆主义逻辑与相干逻辑	(178)
第七节	中国模态逻辑与西方模态逻辑	(179)
第八节	互逆主义逻辑与形式逻辑	(182)
第九节	互逆主义逻辑与多值逻辑	(187)
第十节	中国模态逻辑与辩证逻辑	(188)

第二篇 互逆主义集合论

第九章	元素、集合与命题、周坐标系层次	(189)
第一节	集合运算符	(189)

第二节	元素、集合与命题	(189)
第三节	周坐标系层次	(197)
第四节	互逆主义逻辑演算与互逆主义集合论 小结	(206)
第十章	集合运算与集合定理	(212)
第一节	周氏图	(212)
第二节	简繁复合运算	(213)
第三节	联系运算	(215)
第四节	幂集	(218)
第五节	特异集合的有意义一无意义二象性 原理	(219)
第六节	集合定理	(219)
第七节	悖论	(221)
第八节	互逆主义集合论与朴素集合论、 公理化集合论的比较	(223)
第九节	互逆主义与数理逻辑三大学派的比较	(223)
第十节	序数和基数是错误的理论	(224)
第十一章	主常元	(226)
第一节	二元关系	(226)
第二节	经验或数学联符	(234)
第三节	互逆主义集合论中主常元与朴素集合论中 二元关系	(237)
第十二章	辅常元	(240)
第一节	函数	(240)
第二节	复 符	(244)
第三节	自反性与幂等性、对称性与可交换性	(249)
第四节	互逆主义集合论中辅常元与朴素集合论中 函数	(250)
第五节	关系、函数与映射	(250)

第三篇 互逆主义抽象代数

第十三章 辅代数	(251)
第一节 代数结构	(251)
第二节 结合辅代数	(253)
第三节 二元双射辅代数	(254)
第四节 幂等辅代数	(265)
第五节 补幂等辅代数	(267)
第六节 各个具有两个二元运算的代数之间的比较 ..	(271)
第七节 各个具有一个二元运算的辅代数之间的 关系	(272)
第八节 辅代数与经典抽象代数的比较	(272)
第九节 逆运算	(273)
第十四章 主辅代数	(275)
第一节 格	(275)
第二节 布尔代数	(279)
第三节 集合定理主辅代数	(284)
第四节 主辅代数与经典抽象代数的比较	(304)
第十五章 泛矩阵(1)——等维矩阵	(305)
第一节 体阵	(305)
第二节 体阵加法	(307)
第三节 体阵乘法	(309)
第四节 么体阵 Λ	(315)
第五节 数乘、数量体阵	(316)
第六节 体阵转置、转置群	(317)
第七节 单位体阵	(323)
第八节 体阵的逆	(325)
第九节 $n > 3$ 的高等维矩阵	(333)
第十六章 泛矩阵(2)——张量矩阵	(335)

第一节	张量	(335)
第二节	张量矩阵	(345)
第三节	泛矩阵	(348)
第四节	坐标系、运算表与矩阵的统一	(351)

第四篇 互逆主义证明论与互逆主义模型论

第十七章	互逆主义证明论	(352)
第一节	公理系统、形式化的公理系统和形式系统 ..	(352)
第二节	一层形式系统	(354)
第三节	二层形式系统	(358)
第四节	可证性与可判定性	(362)
第五节	互逆主义初等数论系统	(363)
第六节	哥德尔不完全性定理	(369)
第七节	关于数学的无矛盾性	(377)
第八节	关于形式系统	(378)
第十八章	互逆主义模型论	(380)
第一节	项空间模型论	(381)
第二节	事实空间模型论	(382)
第十九章	证明论与模型论之间的关系	(385)
第一节	互逆主义证明论与互逆主义模型论之间 的关系	(385)
第二节	经典模型论与经典证明论之间的循环论证 ..	(385)

第五篇 互逆主义递归论与经典递归模型论

第二十章	互逆主义递归论与经典递归模型论	(390)
第一节	互逆主义递归论	(390)
第二节	经典递归模型论	(390)
参考文献		(392)
后记		(395)