

PLANE GEOMETRY

By

13.132/126

SCHULTZE

SEVENOAK & SCHUYLER

三S

平面幾何學

駱承緒譯 駱師曾校訂



库存书

香港中流出版社印行

# 平面幾何學

駱承緒譯

蘇州工業學院圖書館

藏書章

香港中流出版社印行

**三 S 平 面 幾 何 學**

**駱承緒譯 駱師曾校訂**

---

出版兼發行者：

**中 流 出 版 社**

香港北角渣華道82號二樓

印 刷 者：

**嶺 南 印 刷 公 司**

香港德輔道西西安里十三號

---

一九七八年八月版      定價港幣九元

**版 權 所 有 · 不 准 翻 印**

## 譯 例

本書依美國人 Schultze, Sevenoak 及 Schuyler 三氏所著之幾何學遂譯，分爲平面與立體二冊，專供中學教科及與原書對照之用。

2. 原書爲幾何教科書之善本，雖已有譯本刊行，但名著不妨多譯以廣其傳，往時吾國對於查理斯密及溫德華士所著之算學各書，常有一書而數譯者，卽其先例。
3. 所用譯名，悉遵徵屑師頒布之課程標準，具有標準中所未詳者，則擇最通行者而用之。
4. 本書排印，悉依原書之頁數，以便檢查對照。
5. 譯書以信達雅三字爲尙，本書卽以此自期，但疏忽之處，容或難免，倘蒙賜教，毋任感激。

## 幾何學

聳立在埃及尼羅河畔著名之金字塔，爲五千年前幾何圖形之一種變裝也。具有如此古遠歷史之幾何問題，不特種類不一，變化繁多；且無一定有系統之研究方法，誠爲複雜。學者宜如何着手學習此種問題，頗費思索。茲特臚列各項心得，以爲初學者之參考。

(一) 首先須明瞭題意 學習幾何題目，先須熟讀題目，明瞭命題之意義。題目假設之條件爲何？有何要求？需何證明？凡此種種，均須於明瞭之後，方能着手解答。否則徒費腦力與時間，無補實際。事倍功半，得益淺鮮，且易發生錯誤。

(二) 次及於運用定理 幾何學之基礎，係建築於許多定理與原理之上。學者於學習幾何學之初，即須學習此種定理。不特須了解其原理，熟習其證法；且須記憶此種定理之文字，知道其運用之方法。則於着手解答題目之時，方可得心應手，運用自如。

(三) 繪出準確必需之圖形 許多幾何問題之解答，均須藉圖形以爲幫助。蓋幾何學原爲圖形

## 學習要點

之學問也。由於繪出正確之圖形，可獲得解答之領悟。於是推理及思考，亦容易取得門徑矣！

(四) 推考思索以自求解答 幾何學理之探討，較為呆板，祇須熟讀記憶，融會貫通，即可應用。但幾何習題之作答，則須細加思索，詳為推考，方能領會體味，而得思想上之進步。尤須注重自動之能力。本社將習題與解答分冊出版，俾養成讀者獨立解答之能力與自動思考之習慣。所以編印解答之作用，不過在給予暗示，作為讀者參考之資料與無法解答時之借鑑而已。

(五) 培養推論與判斷之能力 斷片之智識，不能發生有效之功用。故必須聯貫之以合應用。本書中竭力作有系統之研究，諸君讀之，常可看出習題解法之原理潛在何處，再進而求解答，乃可養成集中全部智識，以求獲得解答之推論力與判斷力。

上述五端，為個人學習幾何學時所獲得之心得。讀者若能身體力行，或可有助於學習之進步焉！

## 敬告讀者

讀者當開始學習時，宜依下列各條：

1. 預備文具儀器如鉛筆，紙，直尺，圓規等，以便應用。
2. 應有一定之時間及地點以學習之。
3. 學習須出於自己，學習時宜有程序而無愧於心。
4. 已習部分中重要諸點，宜時時複習，使深印腦中。
5. 在記錄簿中分析習得之結果，列出角相等，線平行，三角形全等之條件，分類列公式。
6. 此書切勿閱過即止，須隨時考慮，將所讀全部融會貫通。

# 記

# 號

|     |          |
|-----|----------|
| +   | 加        |
| [ ] | 減        |
| =   | 等於，或等積   |
| ≡   | 全等       |
| ≠   | 不等       |
| >   | 大於       |
| <   | 小於       |
| ∴   | 所以       |
| ⊥   | 垂直線，或垂直於 |
| ⊥s  | 諸垂直線     |
|     | 平行線，或平行於 |
| s   | 諸平行線     |

|     |        |
|-----|--------|
| ~   | 相似     |
| ∠   | 角      |
| ∠s  | 諸角     |
| △   | 三角形    |
| △s  | 諸三角形   |
| □   | 平行四邊形  |
| □s  | 諸平行四邊形 |
| ⊙   | 圓      |
| ⊙s  | 諸圓     |
| ⌒   | 弧      |
| rt. | 直      |
| st. | 平      |

# 目 錄

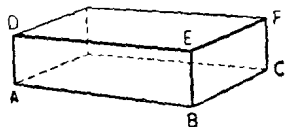
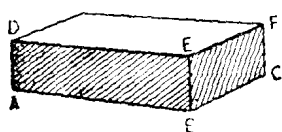
|                 |     |
|-----------------|-----|
| 導 言.....        | 1   |
| 定義.....         | 1   |
| 角.....          | 4   |
| 幾何畫之練習.....     | 11  |
| 普通名詞.....       | 13  |
| 公理及公設.....      | 14  |
| 第一編 直線與直線形..... | 17  |
| 初步定理.....       | 17  |
| 三角形——部分 I.....  | 21  |
| 作圖題.....        | 37  |
| 平行線.....        | 43  |
| 三角形——部分 II..... | 58  |
| 不等線與不等角.....    | 67  |
| 四邊形.....        | 76  |
| 定理的分析.....      | 93  |
| 第二編 圓——作圖題..... | 102 |
| 初步定理.....       | 103 |
| 作圖.....         | 134 |

|                            |            |
|----------------------------|------------|
| 問題之解析.....                 | 141        |
| 軌跡.....                    | 144        |
| 軌跡定理.....                  | 143        |
| <b>第三編 比例 相似多邊形</b> .....  | <b>153</b> |
| 比例線.....                   | 162        |
| 相似多邊形.....                 | 169        |
| <b>第四編 多邊形之面積</b> .....    | <b>205</b> |
| <b>第五編 正多邊形 圓之度量</b> ..... | <b>230</b> |
| 正多邊形.....                  | 234        |
| <b>附 錄</b>                 |            |
| 用代數解析法之問題解法.....           | 263        |
| 平面形之極大及極小.....             | 265        |
| 對稱.....                    | 273        |
| 根據極限上不可通約之情形.....          | 275        |
| 平面幾何應用題.....               | 281        |
| 三角函數.....                  | 301        |
| 幾何學歷史概要.....               | 305        |
| 數值計算法.....                 | 308        |
| 重要公式表.....                 | 310        |
| 線值公式.....                  | 311        |
| 平面形之面積.....                | 311        |
| 英漢名詞對照表.....               | 315        |

# 導 言

## 定 義

1 凡自然的物體，如木塊鐵條等，皆佔空間之一定部分，此所佔空間之部分，名爲**幾何立體**或**立體**。



2. 定義. **立體**是空間之有限部分，具有三向度，即長，闊及厚。

3. 定義. **面**是立體之界；如  $ABED$  或  $BEFC$  (§1 之圖)，具有二向度，即長及闊。

窗戶玻璃與空氣之界即爲面 可見如此之界無厚。

4. 定義. **線**是面之界；如  $AB$ ,  $AD$  (§1 之圖)，僅有一向度，即長。

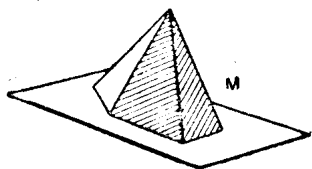
如右邊黑線  $AB$  非幾何學上之線，因其有關故也。但其黑白中間之界，始可代表真正幾何學上之線。



5. 定義. **點**是線之界或端，無向度，而僅有位置。

面可視作不屬於其所圍成之立體而獨立存在。同理，線與點亦可獨立存在於空間。

6. 定義. **幾何圖形**是點,線,面,或立體,或其中任何幾種所組成之圖形,如  $M$  或  $N$ .



**直線形**是完全用直線所組成之圖形。

7. 定義. **幾何學**是研究幾何圖形性質之科學。

8. 最簡單之線是**直線**. 約略可用兩點中間之緊張絲線代表之;如  $AB$ . 通常稱線,皆指直線。



直線之觀念既如此簡單而又為基本的,故實難下一完美之定義。

9. 定義. **曲線**是無一部分為直之線;如 §8 之  $CD$ .

10. 定義. **折線**是由不同方向諸直線連接而成之線;如 §8 之  $EF$ .

折線之連接的二部分,不在同一直線上。

11. 通常稱直線,皆用以表示無限直線或其一部分。

定長之直線,稱為**線分**,或**線段**,用兩端有記號之直線表之;如  $AB$ . 此直線之長,亦稱為  $A$  與  $B$  中間之距離。



直線之兩端無記號者,表示無限直線;如  $CD$ .

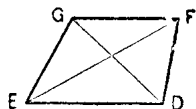
12. 直線  $AB$  之**方向**，即爲從  $A$  至  $B$  的方向；又  $BA$  之方向，即爲從  $B$  至  $A$  之方向。



13. 延長直線  $AB$ ，意謂使其經過  $B$  而延長；延長  $BA$ ，意謂使其經過  $A$  而延長。

14. 定義。連結一面中任何二點之直線，皆在此面上者，則此面稱爲**平面**。

15. 定義。**平面圖形**是一幾何具全部各圖形，點皆在同一平面上者；如  $EDFG$ 。



16. 定義。**平面幾何學**專研究平面圖形。

17. 定義。**立體幾何學**是研究不在同一平面上之圖形。**球面幾何學**是一種表面幾何學。

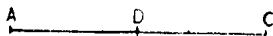
【註】表面幾何學研究在同一曲面上的圖形。

18. 一圖形置於他圖形上而各點能互相密合時，此二圖形稱爲**重合**。

19. 定義。能使其重合之二圖形稱爲**全等形**。因此，全等線常稱等線。同理，全等角常稱等角。（參看 205 頁之註）

20. **疊合證法**是將兩個圖形重合而證明其爲全等之方法。

21. **平分一線**，意謂分此線爲相等二部分。



例如設  $AD = DC$ ，則  $AC$  即被平分。我們假定每一線段 ( $AC$ ) 僅有一平分點，則此平分點是一點；如  $D$ 。

習題 1. 一動點所經過之路如何？

習題 2. 在普通情形，移動一線，發生何種幾何圖形？移動一面則如何？

習題 3. 一直線移動，能否不成為一面？

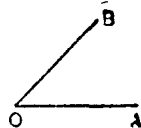
習題 4. 石匠如何用直尺以決定面之是否為平面？

習題 5. 室中牆壁代表何種面？

習題 6. 煤氣管外面代表何種面？

## 角

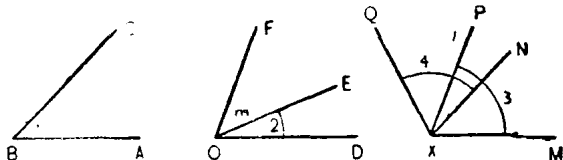
22. 設一直線  $OA$  環繞其中一點  $O$  而旋轉至  $OB$  之位置，此旋轉所生之量，稱為角  $AOB$ 。可見此旋轉之量即角之大小，與旋轉時線之長短並無關係。



線  $OA$  及  $OB$  稱為角  $AOB$  之邊，點  $O$  稱為角之頂點。

我們可下一定義，角是由一公共點發出二射線或二半直線所成之圖形。

23. 記法。設用三字母表一角，則頂點一字母應置在其他兩字母之中間；如角  $ABC$ ，角  $EOF$ 。在



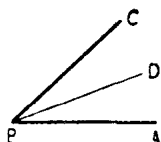
頂點處之單獨字母，常表在此頂點之最大角（設在此點有不同之數角）。如角  $DOF$  可讀作“角  $O$ ”，角  $ABC$  可讀作“角  $B$ ”。

有時亦可用一數字，或一小寫字母記在角內以表示一角；如角 1，角 2，角  $m$ 。

角  $FOD$  是角 2 與角  $m$  之和。角 2 是角  $FOD$  與角  $m$  之差。

有時在點以外畫一曲線，意在使所指之角愈覺明顯；如角 2 及角 3。如畫弧須接近於指角之數字。如角  $MXP$  可讀作“角 3”，又角  $NXQ$  可讀作角“4”。

24. 平分一角，意謂分此角為相等之二部分。我們假定每一角僅有一平分線。



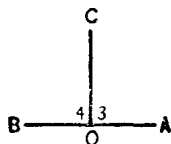
例如，設角  $ABD =$  角  $DBC$ ，則  $BD$  即平分角  $ABC$ 。而  $BD$  名為角  $ABC$  之平分線。

25. 定義。平角是角之一邊在同一直線上而依反對方向伸展者；如  $ABC$ 。

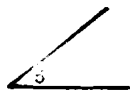


26. 定義。直角是等於平角一半之角。

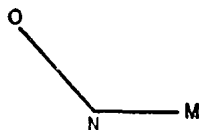
例如，設  $OC$  二等分平角  $AOB$ ，則角 3 與角 4 皆為直角。



直角



銳角



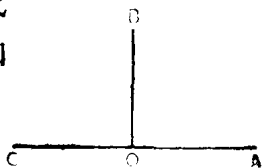
鈍角

27. 定義。銳角是小於直角之角；如角 5。

28. 定義。鈍角是大於直角而小於平角之角；如角  $MNO$ 。

29. 定義. 銳角及鈍角皆稱為**斜角**.

30. 定義. 設二直線相交成直角, 則此二直線稱為**互相垂直**; 如  $AC$  與  $BO$ .

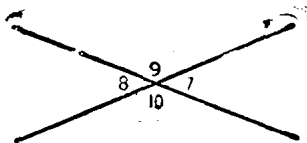
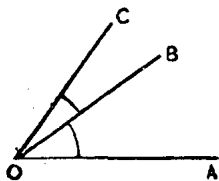


其交點( $O$ )稱為**垂足**.

從一點至一直線之距離, 即為從此點至此直線所作垂線之長; 如  $BO$ .

31. 量角之大小, 即求其包含某單位之若干倍. 尋常所用之單位是度, 即一直角九十分之一. 一度等分為六十份, 每份名為分; 一分又等分為六十份, 每份名為秒. 度, 分, 秒常用記號表示, 如  $6^{\circ}50'12''$ , 讀作六度五十分十二秒. 其他單位為直角與平角.

32. 定義. **鄰角**是有一公共頂點, 及其間有一公共邊之二角; 如角  $AOB$  與角  $BOC$ .

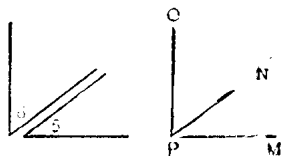


33. 定義. 設一角之二邊, 是他角二邊過公共頂點之延長線, 則此二角名為**對頂角**; 如角 7 與角 8, 或角 9 與角 10.

34. 定義. 欲將二角相加, 可置之使成鄰角. 其非公共二邊所成之角, 稱為此二角之**和**.

**35. 定義.** 設二角之和等於一直角, 則此二角互爲餘角.

各角稱爲他角之餘角, 如角 5 與角 6, 或角  $MPN$  與角  $NPO$  皆互爲餘角.



**36. 設二角之和等於一平角(或二直角), 則二角互爲補角.**



各角稱爲他角之補角. 如角 1 與角 2, 或角 3 與角 4, 皆互爲補角.

**習題 1.** 一直角有若干度? 一平角有若干度? 半直角有若干度?

**習題 2.** 三點鐘時, 鐘面上兩針成何種角? 六點鐘時則如何? 兩點鐘時則如何? 五點鐘時又如何?

**習題 3.** 一點鐘時, 鐘面上兩針成何種角? 兩點三十分時則如何? 五點三十分時又如何?

**習題 4.** 車輪旋轉  $\frac{1}{4}$  周時, 其輻旋轉若干度之角? 旋轉  $\frac{1}{2}$  周時則如何? 旋轉 2 周時則如何?

**習題 5.** 設將月餅分作 5 等分, 其在中心每角之大小如何? 分作六等分則如何?

**習題 6.** 使作二直線一向北, 一向東北, 則成何角? 若一向南一向東南則如何? 又若一向西北一向西南則如何?

**習題 7.** 鐘面上長針行 10 分鐘時, 旋轉成何角? 行 15 分鐘時則如何? 行 30 分鐘時則如何? 行 45 分鐘時則如何? 行一點鐘時則如何?

**習題 8.** 在習題 9 之圖中, 試用三字母讀出:  $\angle a$ ,  $\angle b$ ,  $\angle c$ ,  $\angle d$ ,  $\angle(a+b)$ ,  $\angle(b+c+d)$ .