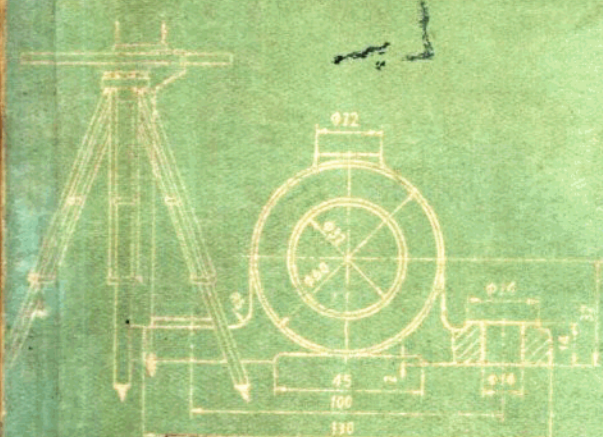


北京市中学课本

数学

SHUXUE

第四册

北京市中学课本

数 学

第 四 册

北京市教育局教材编写组编

*

北京人民教育出版社

北京市新华书店发行

北京印刷一厂印刷

*

1972年1月第1版 1978年1月第6次

1978年1月第1次印刷

书号: K7071·50 定价: 0.54元

毛主席语录

我们的教育方针，应该使受教育者在德育、智育、体育几方面都得到发展，成为有社会主义觉悟的有文化的劳动者。

第十七章 一次函数和直线方程

一 平面直角坐标系	1
1. 在数轴上表示数的范围	1
2. 一元一次不等式	4
3. 平面直角坐标系	11
习题一	17
二 一次函数	19
1. 变量和常量	19
2. 函数	21
3. 函数关系的表示法	25
4. 正比例函数和它的图象	34
5. 一次函数和它的图象	40
习题二	44
三 直线方程	46
1. 直线方程的几种形式	47
2. 直线和二元一次方程的关系	53
四 综合练习	57
1. 二元一次方程组的图象解法	57
2. 直线型的经验公式	59
习题三	64
小结	67

第十八章 圆的方程和它的应用

一 圆的方程	71
1. 有向线段	71
2. 两点间的距离	74
3. 线段的中点坐标	80
4. 圆的方程	82
5. 坐标轴的平移	87
习题一	92
二 二元二次方程组	95
1. 二元二次方程组	95
2. 二元二次方程组的解法	96
三 应用举例	101
习题二	108
小结	111

第十九章 二次函数

1. 二次函数	113
2. 函数 $y=ax^2$ 的图象和它的性质	117
3. 函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象和它的性质	120
4. 二次函数极值的应用	127
习题	131
小结	134

第二十章 三角函数

一 任意角的三角函数	135
------------	-----

1. 角的概念的扩充	135
2. 任意角的三角函数	140
3. 同角三角函数间的关系	147
4. 任意角的三角函数值的计算	151
习题一	163
二 三角函数的图象	165
1. 弧度制	166
2. 正弦函数的图象	170
3. 正弦曲线在圆形弯管中的应用	182
4. 正切函数和余切函数的图象	186
习题二	189
三 两角和与两角差的三角函数, 倍角的三角函数	191
1. 两角和与两角差的三角函数	191
2. 倍角的三角函数	199
3. 三角函数的和差化积	205
习题三	208
小结	210

第二十一章 指数与对数

一 指数	214
1. 指数概念的扩充	214
2. 指数函数和它的图象	225
二 对数	230
1. 对数的概念	231
2. 对数函数和它的图象	236
三 对数运算	241

1. 积、商、幂、方根的对数	241
2. 常用对数	247
3. 对数表和反对数表	253
4. 利用对数进行计算	259
四 对数计算尺	268
1. 对数计算尺的简单构造原理	268
2. 利用 C 、 D 尺作乘、除运算	271
3. 利用 $A(B)$ 、 D 尺作平方、开平方运算	277
习题	281
小结	283

第十七章 一次函数和直线方程

一 平面直角坐标系

1. 在数轴上表示数的范围

我们知道:任意一个实数,都可以用数轴上唯一的一个点来表示;反过来,对于数轴上的每一个点,也总能找到唯一的一个实数与它对应.

我们以前学过用不等号“ $>$ ”或“ $<$ ”来表示两个数 a 、 b 的大小关系,如 3 比 1 大,就用 $3>1$ 或 $1<3$ 来表示; a 比 b 大,就用 $a>b$ 或 $b<a$ 来表示.

像这样,把两个代数式用不等号连结起来所成的式子,叫做不等式. 例如

$$5>3, x-2>5, 6x>-7,$$

$$\frac{x}{4}<-1, \frac{2x-7}{x-5}\leq 0, a^2-1\geq 0$$

等等,都是不等式. 符号“ $\leq$ ”和“ $\geq$ ”分别读做“小于或等于”和“大于或等于”,意思是“不大于”和“不小于”.

对于 $a<c$, $c<b$ 这样两个不等式,可以连写成 $a<c<b$, 它表示实数 c “大于 a 而小于 b ”.

当要求我们在数轴上把所有“大于 a 而小于 b ”(这

里 $a < b$) 的实数表示出来时, 我们就会发现这些实数在数轴上的对应点是连在一起的, 它们形成了从 a 所对应的点到 b 所对应的点的一条线段 (但不包括两个端点). 例如, 所有大于 -1 而小于 3 的实数, 即所有适合不等式 $-1 < x < 3$ 的实数 x , 可以在数轴上表示为:

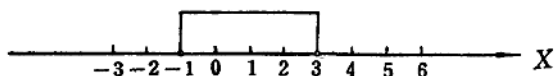


图 17-1

这里, 在线段两端各画上一个圆圈, 以表示这条线段不包括两个端点.

如果我们在数轴上表示出来的某一线段, 包括它的一个或两个端点, 这时, 我们就用黑点表示应该包括进去的端点. 例如, 所有大于 $\sqrt{2}$ 而小于或等于 4 的实数, 即所有适合不等式 $\sqrt{2} < x \leq 4$ 的实数 x , 可以在数轴上表示为:

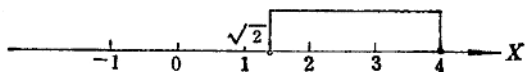


图 17-2

其中 4 处是黑点, 表示包括这个点.

用同样的方法, 所有大于或等于 1 的实数, 即所有

适合 $x \geq 1$ 的实数 x , 可以在数轴上表示为:

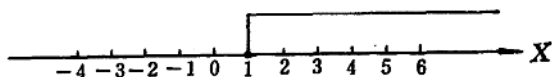


图 17-3

全体正数和负数 (也就是全体不等于零的实数), 可以在数轴上表示为:

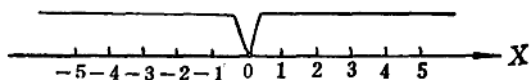


图 17-4

由图 17-4 可以看出: 正如恩格斯所说的, 零“作为一切正数和负数之间的界线, 作为能够既不是正又不是负的唯一真正中性数, 零不只是一个非常确定的数, 而且它本身比其他一切被它所限定的数都更重要。”

通过以上的分析, 我们知道, 在数轴上不仅可以表示数, 还可以表示数的范围. 至于在数轴上所表示的这种范围, 是连在一起的, 还是不连在一起的, 这要由具体问题而定.

练习

1. 用不等号“ $>$ ”或“ $<$ ”连结下列各题中的两个数:

(1) 8 和 -6;

(2) -8 和 -6;

- (3) -8 和 6 ; (4) $|8|$ 和 $|6|$;
 (5) $|-8|$ 和 $|-6|$; (6) -8 和 $|-6|$;
 (7) $|-8|$ 和 6 ; (8) $|8|$ 和 6 .

2. 根据下列数量关系列出不等式:

- (1) x 的 3 倍减去 2 大于 1;
 (2) a 的 2 倍与 5 的和是负数;
 (3) a 的 $\frac{2}{3}$ 与 1 的和是正数;
 (4) 8 与 x 的和的一半不大于 10.

3. 在数轴上表示出下列数的范围:

- (1) 所有适合不等式 $-2 < x < 4$ 的实数 x ;
 (2) 所有适合不等式 $\lg 45^\circ < x \leq \sqrt{3}$ 的实数 x ;
 (3) 所有适合不等式 $x \leq \sin 30^\circ$ 的实数 x ;
 (4) 所有适合不等式 $x > 5$ 或 $x < -5$ 的实数 x .

2. 一元一次不等式

在学习一元一次不等式之前, 先介绍不等式的几个重要性质. 现在我们分别举例来说明.

(1) 不等式的两边同时加上(或减去)同一个数(或整式), 不等号的方向不变(也就是原来大的一边仍大, 原来小的一边仍小). 用字母表示, 就是:

如果 $a > b$, 那么 $a + c > b + c$.

例如, 在不等式 $6 > 5$ 的两边同时加上 4, 左边得 10, 右边得 9, 而 $10 > 9$, 即

$$6+4>5+4.$$

又如, 在不等式 $-8<-2$ 的两边同时减去 4(就是加上 -4), 左边得 -12 , 右边得 -6 , 而 $-12<-6$, 即

$$-8-4<-2-4.$$

根据性质(1), 如果 $a+b>c$, 那么

$$a+b+(-b)>c+(-b),$$

即

$$a>c-b.$$

这就是说, 不等式中任何一项, 都可以改变符号后, 由不等式的一边移到另一边. 如在不等式 $8-5>2$ 中, 我们可以把 8 改变符号后, 移到不等式的右边, 从而得到 $-5>2-8$; 也可以把 2 改变符号后, 移到不等式的左边, 从而得到 $8-5-2>0$ 等等.

(2) 不等式的两边同时乘以(或除以)同一个正数, 不等号的方向不变. 就是:

如果 $a>b$, $c>0$, 那么 $ac>bc$.

例如, 在不等式 $6>5$ 的两边同时乘以 3, 左边得 18, 右边得 15, 而 $18>15$, 即

$$6\times 3>5\times 3.$$

又如, 在不等式 $-8<-2$ 的两边同时除以 2(就是乘以 $\frac{1}{2}$), 左边得 -4 , 右边得 -1 , 而 $-4<-1$, 即

$$\frac{-8}{2} < \frac{-2}{2}.$$

(3) 不等式的两边同时乘以(或除以)同一个负数,不等号的方向改变(也就是原来大的一边变成了小的一边,原来小的一边变成了大的一边). 就是:

如果 $a > b$, $c < 0$, 那么 $ac < bc$.

例如, 在不等式 $6 > 5$ 的两边同时乘以 -3 , 左边得 -18 , 右边得 -15 , 但 $-18 < -15$, 不等号的方向改变了, 即

$$6 \times (-3) < 5 \times (-3).$$

又如, 在不等式 $-8 < -2$ 的两边同时除以 -2 (就是乘以 $-\frac{1}{2}$), 左边得 4 , 右边得 1 , 但 $4 > 1$, 不等号的方向改变了, 即

$$\frac{-8}{-2} > \frac{-2}{-2}.$$

下面我们来学习一元一次不等式.

与一元一次方程类似, 只含有一个未知数, 而且未知数的最高次数是一次的不等式, 叫做一元一次不等式. 如 $x > 5$, $2x - 3 < x + 2$ 等都是一元一次不等式. 能使不等式成立的未知数的数值范围, 叫做不等式的解. 求不等式的解的过程, 叫做解不等式.

例1 解不等式 $\frac{5x}{0.8} > 100$.

解: 不等式的两边同时乘以 0.8, 得

$$5x > 80.$$

不等式的两边同时除以 5, 得

$$x > 16.$$

例2 解不等式 $5x + 8 > 7x$, 并把它的解在数轴上表示出来.

解: 移项, 得

$$5x - 7x > -8,$$

即

$$-2x > -8.$$

不等式的两边同时除以 -2, 得

$$x < 4.$$

(注意: 不等号的方向改变了.)

这个不等式的解可以在数轴上表示为:

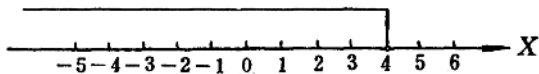


图 17-5

例3 解不等式 $3(1-x) \leq 2(x+9)$, 并把它的解在数轴上表示出来.

解: 去括号, 得

$$3 - 3x \leq 2x + 18.$$

移项, 得

$$-3x - 2x \leq 18 - 3.$$

合并同类项, 得

$$-5x \leq 15.$$

不等式的两边同时除以 -5 , 得

$$x \geq -3.$$

(注意: 不等号的方向改变了.)

这个解可以在数轴上表示为:

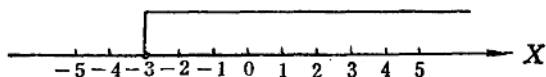


图 17-6

例4 解不等式 $\frac{2(4x-3)}{3} < \frac{2x+1}{2}$.

解: 不等式的两边同时乘以 6, 得

$$4(4x-3) < 3(2x+1).$$

去括号, 得

$$16x - 12 < 6x + 3.$$

移项并化简, 得

$$10x < 15.$$

不等式的两边同时除以 10, 得

$$x < \frac{3}{2}.$$

通过以上几个例题可以看出，解一元一次不等式的步骤和解一元一次方程类似，一般都是通过去分母、去括号、移项、合并同类项，最后求出不等式的解。但是，解一元一次方程是根据等式的性质；而解一元一次不等式则是根据不等式的性质。要特别注意的是：不等式的两边同时乘以(或除以)同一个负数后，要把不等号改变方向。

例 5 解不等式 $|x| > 5$ ，并把它解在数轴上表示出来。

解：我们知道，一个数的绝对值，就是表示这个数在数轴上所对应的点与原点的距离。因此，解不等式 $|x| > 5$ ，就是求数轴上与原点的距离大于 5 的点所对应的数的范围。从图 17-7 可以看出，在 5 所对应的点的右方和 -5 所对应的点的左方(不包括 5 和 -5 所对应的两个点)，任何一个点同原点的距离都大于 5。从而得出不等式 $|x| > 5$ 的解是 $x > 5$ 或 $x < -5$ 。

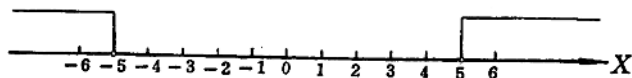


图 17-7

例 6 解不等式 $|x| < 4$ ，并把它解在数轴上表示出来。

解：解不等式 $|x| < 4$ ，就是求数轴上与原点的距

离小于 4 的点所对应的数的范围。从图 17-8 可以看出, 从 4 所对应的点向左, 经过原点, 一直到 -4 所对

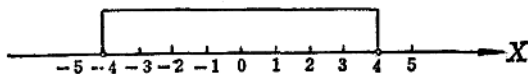


图 17-8

应的点 (不包括 4 和 -4 所对应的两个点), 在这一范围内的任何一个点同原点的距离都小于 4. 从而得出不等式 $|x| < 4$ 的解是 $-4 < x < 4$.

通过例 5、例 6 可以知道, 解这类含有绝对值的不等式时, 一般地,

(1) 如果 $a > 0$, 那么 $|x| < a$ 的解是 $-a < x < a$.

在数轴上可以表示为:

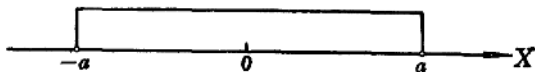


图 17-9

(2) 如果 $a > 0$, 那么 $|x| > a$ 的解是 $x < -a$ 或 $x > a$.

在数轴上可以表示为:

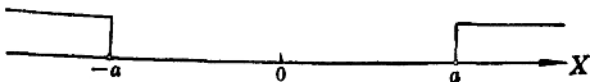


图 17-10