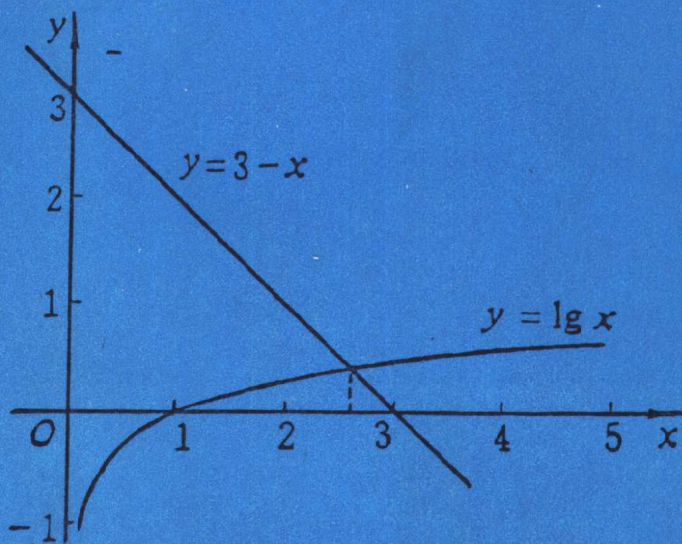


六年制重点中学

高中代数

(第一册)

教学参考资料



六年制重点中学

高中代数第一册
教学参考资料

北京教育学院数学教研室编

北 京 出 版 社

六年制重点中学
Lunlunzhi Zhongdian Zhongxue

高中代数第一册

Gaozhong Daishu Diyice

教学参考资料

Jiaoxue Cankao Ziliao

北京教育学院数学教研室编

*

北 京 出 版 社 出 版

(北京崇文门外东兴隆街51号)

新华书店北京发行所发行

北 京 印 刷 一 厂 印 刷

787×1092毫米 32开本 7.75印张 168,000字

1985年11月第1版 1985年11月第1次印刷

印数 1—22,000

书号: 7071·1044 定价: 0.86 元

前 言

为了帮助中学数学教师更好地掌握教材内容，研究教学方法，提高教学质量，我们根据人民教育出版社编写的六年制重点中学教学课本和有关的数学参考书，结合教学实际，编写了这套数学教学参考资料，供教师参考使用。

本书是六年制重点中学高中代数第一册教学参考资料。全书共分三章，每章有教学目的和要求、教材分析和课时安排。每一课时的内容有教学目的，教法建议，有的还有注意事项。个别的重点课或难点课还附有有经验教师的实际教学过程的教案。注意事项是供教师更好地领会教材内容之用，不是教学内容。

参加本书编写工作的有刘嘉琨、张克东、金岷、王长沛等同志。全书由杨大淳同志审阅。

限于我们的水平，这套数学教学参考资料一定有不足之处和错误，恳请读者提出宝贵意见和建议，以便修改。

北京教育学院数学教研室

目 录

第一章 幂函数、指数函数和对数函数	1
一、教学目的和要求	1
二、教材分析	2
三、课时安排	4
第一课时 集合	5
第二课时 子集	7
第三课时 交集	10
第四课时 并集	12
第五课时 补集	12
第六课时 集合小结	14
第七课时 映射	15
第八课时 函数	17
第九课时 函数	19
第十课时 幂函数的概念	20
第十一课时 正有理数指数的幂函数的图象和性质	22
第十二课时 负有理指数幂函数的图象和性质	23
第十三课时 幂函数小结	24
第十四课时 函数的单调性	25
第十五课时 函数的奇偶性	28
第十六课时 奇、偶函数图象的特点	29
第十七课时 一一映射	31
第十八课时 逆映射	36
第十九课时 反函数	39

第二十课时	互为反函数的函数图象间的关系	46
第二十一课时	函数概念的复习	48
第二十二课时	复习指数的意义及其运算法则、无理指数	51
第二十三课时	指数函数 $y = a^x$ 的定义及其图象	54
第二十四课时	指数函数 $y = a^x$ 的性质	55
第二十五课时	对数函数及其图象	58
第二十六课时	对数函数的性质	59
第二十七课时	对数的换底公式	61
第二十八课时	自然对数与常用对数的关系	63
第二十九课时	指数方程的定义和解法	65
第三十课时	指数方程的复习及其应用	67
第三十一课时	对数方程的定义和解法	70
第三十二课时	指数方程与对数方程的练习	72
第三十三、三十四课时	第一章的复习	74
第二章	三角函数	78
一、	教学目的和要求	78
二、	教材分析	79
三、	课时安排	80
第一课时	角的概念的推广(一)	81
第二课时	角的概念的推广(二)	84
第三课时	弧度制(一)	86
第四课时	弧度制(二)	89
第五课时	弧度制习题课	91
第六课时	任意角的三角函数	92
第七课时	三角函数的符号	100
第八课时	诱导公式(一)	101
第九课时	同角三角函数的基本关系式	103
第十课时	同角三角函数的基本关系式的应用(一)	105
第十一课时	同角三角函数基本关系式的应用(二)	110

第十二课时	同角三角函数基本关系式的应用(三)	112
第十三课时	同角三角函数基本关系式练习	115
第十四课时	诱导公式(二)、(三)	117
第十五课时	诱导公式(四)、(五)	118
第十六课时	诱导公式练习课	120
第十七课时	已知三角函数值求角(一)	121
第十八课时	已知三角函数值求角(二)	124
第十九、二十课时	任意角的三角函数复习课	126
第二十一课时	用单位圆中的线段表示三角函数值	130
第二十二课时	正弦函数和余弦函数的图象	134
第二十三课时	正弦函数、余弦函数的定义域、值域	136
第二十四课时	正弦函数、余弦函数的周期性	138
第二十五课时	正弦函数、余弦函数的奇偶性和单调性	148
第二十六课时	函数 $y = A \sin x, y = A \sin \omega x$ 的图象	151
第二十七课时	$y = \sin(x + \varphi), y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象	153
第二十八课时	函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 图象的练习	159
第二十九课时	正切函数、余切函数的图象和定义域、值域	162
第三十课时	正切函数、余切函数的周期性、奇偶性、单调 性	165
第三十一、三十二课时	三角函数的图象和性质的复习	169
第三章	两角和与差的三角函数	172
一、	教学目的和要求	172
二、	教材分析	172
三、	课时安排	173
第一课时	两角和与差的三角函数(一)	174
第二课时	两角和与差的三角函数(二)	177
第三课时	两角和与差的三角函数(三)	179
第四课时	两角和与差的三角函数(四)	181

第五课时	两角和与差的三角函数(五)	183
第六课时	二倍角的正弦、余弦和正切(一)	184
第七课时	二倍角的正弦、余弦和正切(二)	187
第八课时	二倍角的正弦、余弦和正切(三)	189
第九课时	半角的正弦、余弦和正切(一)	192
第十课时	半角的正弦、余弦和正切(二)	201
第十一课时	半角的正弦、余弦和正切(三)	204
第十二课时	半角的正弦、余弦和正切(四)	206
第十三课时	复习和小结	208
第十四课时	三角函数的积化和差(一)	211
第十五课时	三角函数的积化和差(二)	212
第十六课时	三角函数的积化和差(三)	215
第十七课时	三角函数的和差化积(一)	216
第十八课时	三角函数的和差化积(二)	218
第十九课时	三角函数的和差化积(三)	221
第二十课时	三角函数的和积互化(一)	223
第二十一课时	三角函数的和积互化(二)	225
第二十二课时	三角函数的和积互化(三)	228
第二十三至二十五课时	第三章的复习与小结	233

第一章 幂函数、指数函数 和对数函数

一、教学目的和要求

1. 使学生理解集合概念和元素对集合的属于关系，并能正确运用列表法与描述法表示集合；熟悉常用数集的记号。

2. 使学生理解子集、空集、交集、并集、补集等概念，以及包含和相等关系的意义；了解全集的意义；并能正确运用有关的术语和符号。

3. 使学生理解映射、一一映射与逆映射等概念，并了解它们相互间的联系与区别；在此基础上，加深学生对函数概念的理解，切实认识到函数是一类特殊的映射，它是由函数的定义域、值域以及由定义域到值域上的对应法则所组成的，它的核心是对应法则。

4. 使学生理解函数的单调性概念和奇偶性概念，并能判断一些简单函数的单调性和奇偶性，了解单调函数、奇函数和偶函数的图象的特征。

5. 在逆映射的基础上，使学生理解反函数的概念，了解反函数存在的条件，以及互为反函数的函数图象之间的关系。

6. 使学生掌握幂函数、指数函数、对数函数的概念以及它们的图象和性质，并会解简单的指数方程和对数方程。

7. 通过对各种函数的性质的运用, 培养学生的运算能力与逻辑思维能力; 通过揭示互为反函数的两个函数之间的内在联系, 对学生进行辩证唯物主义的思想教育。

二、教材分析

本章内容可以分为三部分, 一部分是集合的初步知识、一部分是函数的一般概念, 另外一部分是几个具体函数: 幂函数、指数函数和对数函数。这里函数的一般概念是核心, 集合的初步是它的预备知识, 而几个具体函数及其性质的讨论又可以说是它的直接运用。

就中学课本来说, 集合的初步知识是讨论函数一般概念的准备, 但是集合概念在高等数学的各个领域内被广泛的应用着, 因此, 课本中, 除介绍了与建立函数概念有直接关系的内容之外, 还介绍了一些其他的内容, 如补集、全集等。这样使集合的初步知识具有一定的完整性, 以便为学生学习其他数学知识奠定初步的基础。就中学阶段来说, 集合的初步知识可以使学生对数学中所学的一些基本概念理解得更深刻, 表达得更明确。

课本首先介绍了集合的有关概念及其表示法, 然后着重介绍了子集、真子集、交集、并集与补集等基本概念以及它们的表示方法。例题、习题以及列举的一些集合运算的简单性质都是为了使理解这些基本概念安排的。课本并不研究交、并、补运算及其算律, 尽管出现了 $A \cap B = B \cap A$, 也只是作为交集概念的应用。所以教材的重点是使学生理解这些有关集合的初步概念, 教学时不必再加以引深。

为了加深学生对函数概念的理解, 剖析出函数概念的三个要点, 课本首先在集合、对应的基础上, 引入了映射的概

念，指出映射是一种对应，它由集合 A ， B 以及从 A 到 B 的对应法则 f ，这三部分组成。然后用映射的概念再来刻画函数概念，让学生认识到函数是一种特殊的映射，从而认识到函数概念的三个组成部分。为了剖析反函数的概念，课本也是先介绍了一一映射和逆映射，然后再用逆映射定义反函数，最后分析了两个互为反函数的函数图象之间的关系。所以映射、一一映射、逆映射都是为了揭示函数概念、反函数概念而安排的。因此，正确理解这些概念是顺利掌握函数概念和反函数概念的前提。

课本介绍了函数的单调性、奇偶性，并运用这些概念对一些简单的函数进行了考察。初中阶段，只要求学生根据函数图象的形状直观的了解函数的性质，而这里显然是对学生提出了进一步的要求。各种函数性质的概念是有一定的共性的，而且单调性、奇偶性是各种函数性质中比较容易掌握的概念，让学生正确理解这些概念，对以后学习函数的有界性、周期性、连续性有一定的帮助。

幂函数、指数函数和对数函数都是基本初等函数，也是研究初等函数的基础。课本叙述了它们的概念、图象和性质，对一些幂函数之间以及指数函数和对数函数之间互为反函数的研究，加深了学生对反函数概念以及互为反函数的函数图象之间的关系的理解。所以一方面在对函数概念、函数的单调性、奇偶性以及反函数概念的一定认识的基础上，可以更深刻的认识幂函数、指数函数和对数函数的概念和性质；而另一方面通过对幂函数、指数函数和对数函数的研究又可以使学生从具体事物中更深刻的理解一般性的抽象的概念。所以应注意这种从具体到抽象、又从抽象到具体的认识过程在教学中的运用。

本章的重点是集合及其有关的概念、术语和符号;映射、函数与反函数的概念;幂函数、指数函数和对数函数的概念、图象与性质。

本章的难点是映射、反函数等概念和一些代数命题的证明,如函数奇偶性一节定理1的证明。

三、课时安排

本章教学时间约需35课时,具体分配如下:

1.1	集合	1课时
1.2	子集、交集、并集、补集	5课时
1.3	映射	1课时
1.4	函数	2课时
1.5	幂函数	3课时
1.6	函数的单调性	1课时
1.7	函数的奇偶性	2课时
1.8	一一映射	1课时
1.9	逆映射	1课时
1.10	反函数	1课时
1.11	互为反函数的函数图象 间的关系	1课时
	复习课	1~2课时
1.12	指数函数	3课时
1.13	对数函数	2课时
附录	对数的换底公式	2课时
1.14	指数方程和对数方程	4课时
	复习课	2~3课时

第一课时 集合

教学目的

1. 使学生理解集合的概念,并能正确使用有关的术语和符号.
2. 使学生学会用列举法、描述法表示集合.

教学建议

1. 讲解集合的概念时,除了课本中的例子之外,还可以举一些初中数学中见过的集合的例子.结合例子描述集合的含义,要突出“集合是一组对象的全体”.可以用“班”、“组”的概念进行类比.班、组通常是指一些人为了工作或学习组织在一起的全体.不过班、组通常由人组成,而组成集合的可以是任何事物、东西等.

2. 讲解集合的元素,要指出:在集合 A 里的对象才能叫做集合 A 的元素,不能这样说“元素 m 是不是集合 M 的元素?”而应该说“ m 是不是集合 M 的元素?”或说“某对象是不是这个集合的元素?”

有限集和无限集只要从字面上结合例子说明一下就可以了.

3. 要讲清集合中元素的确定性和互异性.向学生指出:确定性就是对给定的集合来说,任何一个对象,总可以制定这个对象属于这个集合或是不属于这个集合,二者必居其一,且仅居其一;不能有模棱两可的情况.如“高个子的人”“美丽的图案”这类日常用语不能给定数学意义上的集合.因为找不到用来判别的明确标准.互异性就是集合中的任何两个元素都是不同的.相同的对象归入一个集时,只算一个元素,也就是集合中没有重复元素.今后只要说某集合中的两

个元素，那么就意味着这两个元素是不同的。

初步明确了集合概念之后，可以让学生举出一些集合的例子，作为对集合概念的巩固。

4. 讲解列举法时，应指出：不管元素的排列顺序如何，只要所列的元素完全相同，它们表达的就是同一个集合；为了表现元素的互异性，正确的写法是一个元素在表示法中只出现一次。列举法把集合的元素明显地列在大括号内，这样对集合中包含哪些元素可以一目了然，这就表现了集合中元素的确定性，而大括号则表现了把所列对象看成一个整体的含义。

除了课本中的例子之外还可以给出一些集合，让学生用列举法表示，如：

(1) 方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的解集；

(2) 绝对值小于 5 的偶数；

(3) 中心在原点，边与坐标轴平行，且边长为 $2a$ 的正方形的顶点。

5. 在学生对集合与元素的概念有了初步认识之后，提出 a 与 $\{a\}$ 各是什么意思，让学生自己区分它们的不同。可用实例来说明，如 a 表示张三，而 $\{a\}$ 表示仅由张三组成的代表团，这是两个不同的概念。

6. 讲描述法时，可以先让学生思考如何表示一个平面上的所有直角三角形构成的集合。使学生感到只用列举法表示集合有时是困难的，然后再介绍描述法。课本第 3 页指出“有些集合用描述法表示时，可以省去竖线及其左边部分。例如，由所有的直角三角形组成的集合，可以表示为： $\{\text{直角三角形}\}$ 。”注意这里的大括号表示着“所有”的意思，不能写成 $\{\text{所有直角三角形}\}$ ，同样，不能用 $\{\text{有理数集}\}$ 表示有理数

集.

可选一些题目让学生用列举法和描述法表示集合. 如:

(1) 小于 100 的自然数;

(2) 不等式 $x^2 - x + 4 < 0$ 的解集;

(3) 代数式 $\frac{\sqrt{2-x}}{x-1}$ 的允许值范围;

(4) 所有与 A 、 B 两点等距离的点 $P(x, y)$ 的全体.

一般来说, 描述法比列举法难掌握, 所以应多作些练习. 另外, 用列举法给出的集合的元素可一目了然, 而用描述法给出的集合辨认其元素就需要费一些思考, 所以可用描述法给定一些集合让学生说出它的元素.

最后介绍集合、元素、属于或不属于的表示法, 并让学生熟记各种常用数集的代表字母.

7. 作业: 第 4 页练习 (选一部分), 习题一第 1 题.

注意事项

课本中集合的提法与原来的十年制学校课本对集合的提法有一些差别. 原十年制课本“把具有某种属性的对象所形成的一个整体”作为集合, 而现在的课本只提“一组对象的全体形成一个集合”这些对象并不要求它们具有某种属性. 因此, 由一个点 P 、一个数字 3 和一张桌子组成的全体, 尽管很难说出它们具有的某种属性, 但是仍旧可以认为它们构成一个集合. 虽然这样的集合没有什么研究的价值, 但是符合集合的定义.

第二课时 子集

教学目的

1. 使学生理解子集、真子集与集合相等的概念.

2. 使学生理解两个集合之间的包含关系和相等关系,并能正确使用有关术语和符号.

教学建议

1. 复习集合概念可参考下列问题:

(1) 怎样理解集合, 试举例说明.

(2) 集合有几种表示法? 把你所举的集合用适当的方法表示出来.

(3) 下列集合是由哪些元素构成的,

① $\{x | x^2 - 3x - 4 = 0\}$;

② $\{x | |x| < 10, \text{ 且 } x \in \mathbb{Z}\}$;

③ $\{x | x^2 - 2x - 15 < 0, \text{ 且 } x \in \mathbb{Z}\}$.

(4) 把下列集合用另外一种方法表示,

① $\{x | |x - 2| = 3\}$;

② $\{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$;

③ $\{x | |x| \leq 4, \text{ 且 } \frac{x}{2} \in \mathbb{Z}\}$;

④ $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}\right\}$;

⑤ $\{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81\}$.

2. 讲解子集概念时, 可以上述集合为例, 概括出子集的定义, 并应指明这个概念是描述两个集合之间的包含关系的. 讲解这个定义时, 应注意“任何”二字. 为了使学生进一步理解子集的概念, 可提出下面的问题:

(1) 判断 $\{x | x^2 - 3x - 4 = 0\} \subseteq \{x | |x| < 10, \text{ 且 } x \in \mathbb{Z}\}$ 是否正确.

(2) 设 N : {自然数}、 $\mathbb{Z}$: {整数}、 $\mathbb{Q}$: {有理数} 试用符号“ $\subseteq$ ”或“ $\supseteq$ ”表示任意两个集合之间的包含关系.

(3) 是否对任意一个集合 A , 都有 $A \subseteq A$, 为什么?

最后可以提出命题“如果 $A \subseteq B$ 、 $B \subseteq C$, 那么 $A \subseteq C$ ”.
应引导学生思考子集的定义.

3. 介绍空集的概念, 并指明规定: $\phi \subseteq A$. 可以让学生指出集合 $\{a, b\}$ 的全部子集. 注意这里, 除了集合 $\{a\}$, $\{b\}$, $\{a, b\}$ 是子集之外, 还有空集 ϕ .

4. 讲述了真子集的定义之后, 除画出课本中图 1-1 作直观说明之外, 还可以让学生思考: 要说明 $A \subset B$, 应该是: 第一步说明 $A \subseteq B$; 第二步在 B 中至少找出一个元素 b , 且 $b \notin A$.

例 说明 $\{\text{以第一象限为内部的角的平分线上的点}\} \subset \{(x, y) | x=y\}$. (只要求学生口述理由, 即可)

5. 为了引出集合相等的概念, 可以先让学生说明 $\{\text{到 } O \text{ 点距离等于 } 1 \text{ 的点}\} \subseteq \{\text{以 } O \text{ 为圆心, 以 } 1 \text{ 为半径的圆上的点}\}$. 可以再问: 前一集合是否是后一集合的真子集; 是否有: $\{\text{以 } O \text{ 为圆心, 以 } 1 \text{ 为半径的圆上的点}\} \subseteq \{\text{到 } O \text{ 点距离等于 } 1 \text{ 的点}\}$ 成立. 然后, 引出集合相等的定义, 并让学生思考如何说明集合 A 等于集合 B .

根据定义说明 $A = \{x | x^2 + 3x + 2 = 0\}$, $B = \{-1, -2\}$,
则 $A = B$.

讲解例 2. 第 9 页练习第 5, 6 题.

6. 作业: 第 9 页练习第 2, 3 题; 习题一第 2, 4, 5 题.

注意事项

1. 引入符号“ $\subseteq$ ”之后, 说明它与“ $\leq$ ”是不同的. 后者表示两数之间的大小关系, 而前者表示两个集合之间的包含关系.

2. 引入符号“ $\subseteq$ ”之后, 可再次提出 a 与 $\{a\}$ 的区别. a