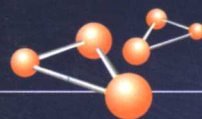




天津市高校“十五”规划教材

高等学校自动化专业教材



# 系统建模与辨识

王秀峰 卢桂章 编著

12



电子工业出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

<http://www.phei.com.cn>

高等学校自动化专业教材

# 系统建模与辨识

王秀峰 卢桂章 编著

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

## 内 容 简 介

本书比较全面、系统地介绍目前在不同领域中常用的有效建模与辨识方法。主要包括:线性系统的辨识,多变量线性系统的辨识,线性系统的非参数表示和辨识,非线性系统的辨识,时间序列建模,房室模型(多用于医学、生物工程中)的辨识,神经网络模型的辨识,模糊系统的建模与辨识,遗传算法及其在辨识中的应用,辨识的实施等。各种方法都给出具体的计算步骤或框图,并结合实例或仿真例子给予说明,尽量使读者易学会用。

本书为天津市高校“十五”规划教材,可作为高等学校自动化、系统工程、经济管理、应用数学等专业的高年级本科生和研究生的教材或参考书,也可作为有关科技工作者、工程技术和管理人员的参考书。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。  
版权所有,侵权必究。

### 图书在版编目(CIP)数据

系统建模与辨识/王秀峰等编著. —北京:电子工业出版社,2004.8

高等学校自动化专业教材

ISBN 7-121-00066-0

I. 系… II. 王… III. 系统建模—高等学校—教材 IV. N945.12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 062968 号

责任编辑:凌毅

印刷:北京大中印刷厂

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

经销:各地新华书店

开本:787×980 1/16 印张:16.5 字数:410千字

印次:2004年8月第1次印刷

印数:5000册 定价:22.00元

凡购买电子工业出版社的图书,如有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系。联系电话:(010)68279077。质量投诉请发邮件至 zts@phei.com.cn,盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

## 前 言

在中国大百科全书“自动控制与系统工程”卷中对“模型”的解释是：对于现实的事物、现象、过程或系统的简化描述，或其部分属性的模仿。模型不存在一种统一的分类方式，常见的有物理模型、数学模型和仿真模型等。

随着科学技术不断进步和社会经济的不断发展，为了提高决策的科学性和准确性，定量分析的重要性日益显现出来，这就要求对所研究对象的各种量之间建立定量的关系——数学模型。对不同的领域、对象和不同的目的，数学模型的形式和内容也有很大的不同。科学实验中依据物理规律、化学定律等建立精确机理模型比较多，生产过程中根据生产原理和实验数据相结合的半机理模型用得比较普遍，而在社会经济、管理、金融等领域内更多的是用实际数据与经济理论结合而产生的模型。总之，不同的应用需要建立不同类型的模型，建立不同类型的模型需要不同的方法。

建立模型的过程称为“建模”(Modelling)。由于模型在科学技术中的重要作用，而模型所要描述的又是涉及到各个领域的多种多样的过程。因此，在建模过程中也自然会遇到许多困难和问题。比如，有些过程的内在运动机理尚未认识清楚，只能从外在的现象去认识，并在此基础上去建模；对有些过程的内在规律虽然有所认识但又过于复杂，因此必须进行合理的简化，并在此基础上建模；有些问题的目的(如预报)并不在于了解过程的内在规律而只关心其外在综合表现的变化，因此，只需基于这种需求建模。总之，建模是一项十分重要而复杂的工作，需要从实际出发，“去粗取精，去伪存真，由表及里”，才能建立一个真正合用的模型。

在建模过程中，除了运用已有的知识对过程本身的规律进行分析外，实验数据是非常重要的依据，即使是分析过程本身的规律，往往也需要实验数据的检验。通过实验数据建模，称为“辨识”(Identification)，它是建模的一条十分重要的途径，这也是本书的主要内容。建模是更广泛的概念，建模与辨识是密不可分的两个范畴，只是在实际工作中，辨识主要依据数据，因此往往用到的算法多，工作量大，似乎是主角，实际上两者是不可或缺、相互依存的。

本书不可能广泛地涉及到建模的所有领域，只是从系统分析、仿真、预测、控制这几个最常用的方面讨论建模与辨识，并以数学模型的辨识为主线，因为这已经是现代控制工程的一个公认的分支。

作者从20世纪70年代末开始从事“建模与辨识”的教学，20多年来科学技术获得了极大的发展，新的科技成果对这一学科方向无疑要产生影响：一方面由于发展需要，建模的对象日趋复杂，一些新的内容、新方法、新理论不断地融入教学内容，如神经网络模型的辨识、模糊系统的建模、遗传算法的应用等；另一方面，一些经典的内容，如线性系统模型辨识、一般非线性系统模型辨识至今仍在辨识中占有重要的地位。本书从这两个侧面选择了作者认为最主要的、最有代表性的内容。

从多年的教学和科研的实践中，作者深深感到“建模与辨识”在科技发展中日益发挥的重要作用，除了在控制工程中的广泛应用外，在经济系统、金融系统、生物医学工程系统、生态系统及其他社会人文系统等中，模型分析的方法都得到普遍的运用，而且越来越受到重视，因此建模与辨识自然也备受关注。

学习“建模与辨识”这门课程，作者认为应该本着“清楚了解背景知识，灵活分析运用方法，

实事求是检验结果”的精神把建模辨识和应用结合起来,全面准确地掌握方法和应用。

本书作为教材,力求把基本概念、基本理论和基本方法讲清楚,并尽量结合实例分析给出方法的具体步骤和应用领域,使读者易学会用。另外,对不同的学时和专业要求,在内容上可以做适当的选择(目录中用 \* 号标出)。如第 6 章多变量线性系统辨识本书讨论得比较细致,不一定作为普遍的要求;时间序列模型的辨识可能在经济及其他预测系统用得较多,房室模型则在生物、生态等系统用得较多,等等,这些都可以供内容选择时考虑。

作者期望这本教材对建模与辨识方法的学习有所帮助,从而将通过模型(特别是数学模型)分析系统的思想和方法能为更多的领域运用,同时,也衷心地希望读者在使用的过程中对本书的错误和不足提出批评和建议。

本书作为天津市高校“十五”规划教材出版,得到了天津市教委和南开大学教务处的大力支持和资助;编著过程中研究室的广大师生给予了许多具体帮助;电子工业出版社凌毅编辑为本书的出版做了大量工作,在此特向他们表示衷心的感谢!

作 者

2004 年 5 月于南开大学

# 目 录

<b>第 1 章 引论</b> .....	(1)
1.1 建模与系统辨识概述 .....	(1)
1.1.1 系统辨识研究的对象 .....	(1)
1.1.2 系统辨识 .....	(2)
1.1.3 系统辨识的目的 .....	(2)
1.1.4 辨识中的先验知识 .....	(4)
1.1.5 先验知识的获得 .....	(6)
1.1.6 系统辨识的基本步骤 .....	(6)
1.2 数学模型 .....	(7)
1.2.1 概述 .....	(7)
1.2.2 线性系统的 4 种数学模型 .....	(8)
1.3 本书的指导思想和布局 .....	(10)
<b>第 2 章 线性静态模型的辨识</b> .....	(12)
2.1 问题的提出 .....	(12)
2.2 最小二乘法(LS) .....	(13)
2.2.1 最小二乘估计 .....	(13)
2.2.2 最小二乘估计的性质 .....	(15)
2.2.3 逐步回归方法 .....	(16)
2.3 病态方程的求解方法 .....	(17)
2.3.1 病态对参数估计的影响 .....	(17)
2.3.2 条件数 .....	(18)
2.3.3 病态方程的求解方法 .....	(18)
2.4 模型参数的最大似然估计(ML) .....	(23)
2.4.1 最大似然准则 .....	(23)
2.4.2 最大似然估计 .....	(24)
2.4.3 松弛算法 .....	(25)
习题 .....	(25)
<b>第 3 章 离散线性动态模型的最小二乘估计</b> .....	(27)
3.1 问题的提法及一次完成最小二乘估计 .....	(27)
3.2 最小二乘估计的递推算法(RLS) .....	(28)
3.2.1 递推最小二乘法 .....	(29)
3.2.2 初始值的选择 .....	(30)
3.2.3 计算步骤及举例 .....	(31)
3.3 时变系统的实时算法 .....	(33)
3.3.1 渐消记忆(指数窗)的递推算法 .....	(33)
3.3.2 限定记忆(固定窗)的递推算法 .....	(34)
3.3.3 变遗忘因子的实时算法 .....	(35)
3.4 递推平方根算法 .....	(37)

3.5	最大似然估计(ML)	(40)
	习题	(40)
<b>第4章</b>	<b>相关(有色)噪声情形的辨识算法</b>	<b>(42)</b>
4.1	辅助变量法	(42)
4.2	增广最小二乘法(ELS)	(44)
4.2.1	增广最小二乘法	(44)
4.2.2	改进的增广最小二乘法	(44)
4.3	最大似然法(ML)	(47)
4.4	闭环系统的辨识	(49)
4.4.1	问题的提出	(49)
4.4.2	可辨识性	(50)
4.4.3	闭环条件下的最小二乘估计	(51)
	习题	(53)
<b>第5章</b>	<b>模型阶的辨识</b>	<b>(54)</b>
5.1	单变量线性系统阶的辨识	(54)
5.1.1	损失函数检验法	(54)
5.1.2	F检验法	(54)
5.1.3	赤池信息准则(AIC准则)	(56)
5.2	阶与参数同时辨识的递推算法	(57)
5.2.1	辨识阶次的基本思想和方法	(57)
5.2.2	阶的递推辨识算法	(59)
5.2.3	几点说明	(61)
5.3	仿真研究	(61)
5.3.1	辨识方法的仿真研究	(62)
5.3.2	对模型适用性的仿真研究	(62)
5.3.3	控制系统设计中的计算机仿真研究	(63)
	习题	(63)
<b>*第6章</b>	<b>多变量线性系统的辨识</b>	<b>(64)</b>
6.1	不变量、适宜选择路线及规范形	(64)
6.1.1	代数等价系统	(65)
6.1.2	适宜选择路线与不变量	(66)
6.1.3	适宜选择路线与规范形	(69)
6.2	输入/输出方程	(74)
6.2.1	输入/输出方程一般形式	(74)
6.2.2	PCF规范形对应的输入/输出方程	(76)
6.3	PCF规范形的辨识	(79)
6.3.1	结构确定及参数辨识	(80)
6.3.2	$B^*$ 和 $D^*$ 的实现算法	(87)
	习题	(93)
<b>第7章</b>	<b>线性系统的非参数表示和辨识</b>	<b>(94)</b>
7.1	线性系统的非参数表示	(94)
7.1.1	脉冲响应函数	(94)
7.1.2	Markov参数(Hankel模型)	(95)
7.2	估计脉冲响应函数的相关方法	(97)

7.2.1	相关方法的基本原理	(97)
7.2.2	伪随机二位式信号(M序列)	(98)
7.2.3	用M序列做输入信号时脉冲响应函数的估计	(101)
7.2.4	估计 $h(t)$ 的具体步骤与实施	(102)
	习题	(105)
<b>第8章</b>	<b>非线性系统辨识</b>	(106)
8.1	引言	(106)
8.2	单纯形搜索法	(107)
8.2.1	问题的提法	(107)
8.2.2	单纯形搜索法	(107)
8.3	迭代算法的基本原理	(111)
8.3.1	迭代算法的一般步骤	(111)
8.3.2	可接受方向	(111)
8.4	牛顿—拉夫森算法	(112)
8.5	麦夸特方法	(113)
8.6	数据处理的分组方法(GMDH)	(117)
8.6.1	背景	(117)
8.6.2	一般模型结构及基本原则	(118)
8.6.3	基本的GMDH方法	(119)
8.6.4	变量的预选择	(120)
8.6.5	数据的分组和部分实现检验准则	(120)
8.6.6	选择层——中间变量的选择	(122)
8.6.7	部分实现的形式	(122)
8.6.8	GMDH方法总结及应用	(122)
8.7	NARMAX模型的辨识	(123)
8.7.1	引言	(123)
8.7.2	非线性动态系统的描述	(123)
8.7.3	“新息—贡献”准则与矩阵求逆定理	(125)
8.7.4	NARMAX模型的递推辨识算法	(126)
8.7.5	小结	(129)
	习题	(129)
<b>第9章</b>	<b>房室模型的辨识</b>	(130)
9.1	问题的提出	(130)
9.2	房室模型的建模	(131)
9.2.1	房室	(131)
9.2.2	物质转移速度	(131)
9.2.3	房室模型	(132)
9.2.4	房室模型分类	(132)
9.2.5	房室模型建模示例	(133)
9.3	参数估计	(138)
9.3.1	问题	(138)
9.3.2	参数估计算法	(138)
9.3.3	参数估计中遇到的几个问题	(142)
9.4	可辨识性问题	(143)



9.4.1	问题	(143)
9.4.2	一房室模型	(144)
9.4.3	二房室模型	(144)
9.4.4	三房室模型	(145)
9.4.5	多房室模型的可辨识性问题	(146)
9.5	应用实例	(148)
	习题	(153)
<b>第 10 章</b>	<b>时间序列的建模与辨识</b>	(154)
10.1	引言	(154)
10.1.1	模型形式	(155)
10.1.2	格林函数	(156)
10.1.3	稳定性	(158)
10.2	模型的参数估计	(160)
10.2.1	AR( $n$ )模型的参数估计	(160)
10.2.2	ARMA( $n, m$ )模型的参数估计	(160)
10.2.3	初值的求法	(161)
10.3	模型阶的确定	(164)
10.4	确定性的趋向和季节性:非平稳序列	(170)
	习题	(173)
<b>第 11 章</b>	<b>神经网络模型</b>	(174)
11.1	引言	(174)
11.2	神经组织的基本特征和人工神经元	(174)
11.2.1	神经组织的基本特征	(174)
11.2.2	人工神经元的 M-P 模型	(175)
11.3	多层前馈神经网络模型	(177)
11.3.1	前馈神经网络模型的结构	(177)
11.3.2	确定网络模型权值问题的数学描述	(178)
11.3.3	BP 算法	(179)
11.3.4	神经网络的几个有关概念	(180)
11.4	神经网络在辨识中的应用	(181)
11.5	径向基函数网络及其应用	(185)
11.5.1	径向基函数网络的结构	(186)
11.5.2	RBF 网络的辨识	(187)
11.5.3	用 RBF 网络建模实例	(189)
	习题	(192)
<b>第 12 章</b>	<b>模糊建模与辨识</b>	(194)
12.1	模糊集合的基本概念	(194)
12.1.1	模糊集合及其表示	(195)
12.1.2	模糊集的运算	(197)
12.1.3	常用的隶属函数	(198)
12.1.4	模糊逻辑关系的格式	(200)
12.1.5	推理算法	(200)
12.2	基于 T-S 模型的模糊辨识	(201)
12.2.1	结论参数的辨识	(202)

12.2.2	前提参数的辨识	(203)
12.2.3	前提变量的选择	(204)
12.3	应用实例	(207)
12.4	小结	(209)
	习题	(210)
<b>第 13 章</b>	<b>遗传算法及应用简介</b>	(211)
13.1	引言	(211)
13.1.1	遗传算法的基本思想	(211)
13.1.2	基本遗传算法的工作步骤	(211)
13.2	遗传算法的计算机实现	(213)
13.3	遗传算法的工作过程举例	(216)
13.4	实数编码遗传算法	(224)
13.4.1	实数编码遗传算法及其在神经网络训练中的应用	(225)
13.4.2	结果与讨论	(227)
13.5	关于遗传算法的几点说明	(229)
13.5.1	模式定理	(229)
13.5.2	GA 算法的收敛性分析	(229)
13.5.3	GA 是一种优化算法的方法论	(230)
	习题	(230)
<b>第 14 章</b>	<b>辨识的实施</b>	(231)
14.1	辨识的实验设计	(231)
14.1.1	问题的提出	(231)
14.1.2	设计准则	(231)
14.1.3	输入信号的设计	(233)
14.1.4	采样区间的设计	(236)
14.2	模型适用性检验	(238)
14.2.1	通过先验知识的检验	(238)
14.2.2	通过数据的检验	(238)
14.2.3	通过对预测误差序列的检验	(238)
14.2.4	应用实例	(239)
	习题	(240)
<b>附录 A</b>	<b>矩阵运算的两个结果</b>	(241)
<b>附录 B</b>	<b>矩阵微分的几个结果</b>	(242)
<b>附录 C</b>	<b>伪随机二位式序列</b>	(244)
<b>附录 D</b>	<b>正态伪随机数</b>	(245)
<b>参考文献</b>	<b>参考文献</b>	(246)

# 第 1 章 引 论

## 1.1 建模与系统辨识概述

本节里对建模与系统辨识的一些一般性问题,诸如什么是系统辨识、系统辨识的研究对象、系统辨识与建模的关系、系统辨识能解决什么问题,以及系统辨识执行过程中的一般概况等进行一些讨论,作为全书的一个引子。

### 1.1.1 系统辨识研究的对象

将研究的对象看成是一个系统,从整体的行为上进行研究这是现代科学技术中的一种十分重要的方法论。所谓“系统”,按通常的意义去理解,就是按某种相互依赖关系联系在一起的客体的集合。

这里研究的“对象”是抽象的,重要的是其输入、输出关系,因此我们只需去处理“因果关系”,这样就可以将许多不同的问题进行统一的处理。

对一个系统,我们只着眼于其整体行为,而不一定去细究产生这些行为的内在机制。当然,这种整体行为的研究又可以启发人们对内在结构的进行更深入的认识。对系统的性能与行为进行分析、综合、控制、决策……这些就是系统科学所要研究的问题。

不论是对系统进行分析、综合、控制还是决策,都要了解或者为了达到某种目的而去改变系统的各个变量之间的因果关系。为了实现这些目的,就需要对这些因果关系给以定量的描述。将这些关系用数学关系式定量地表示出来,就是系统的数学模型。因此,只有建立合适的数学模型,才有可能对系统进行有效的定量研究。

这里要特别指出的是,数学模型的主要功能是用来模拟系统的行为,而不是去描述系统的实际结构,正如可以用一个电子系统去模拟人的心血管系统、一个假肢可以完成人的肢体功能而在结构上却完全不同一样,数学模型也有类似的特点。至于究竟要建立什么样的模型,还是要取决于建立模型的实际背景,即有多少可利用的先验知识、有什么可采用的建模方法、所建立的模型要达到什么目的等。

在工程系统中研究的对象可以是待设计的系统,也可以是一个已运行的现有的系统。

在本书中讨论的对象都是数学模型,“模型”这个概念应用已经十分广泛,有些模型远不是一般数学表达式所能表示的,这些模型本书中都不予讨论。

建立系统的数学模型,简称“建模”(Modelling),它是研究系统的重要手段。建模是一个很广泛的概念,凡是用一个数学模型去表示系统的某种因果关系都属于建模的范畴,建模涵盖了将一个实际系统模型化的过程。至于如何去实现这一过程,可以用各种不同的手段与方法,可以通过对系统本身的运动规律的分析,可以根据已有的关于系统的知识和经验,也可以通过实验数据的处理,当然也可以同时兼用几种方法。

在科学研究和工程实践中,实验和观测总是人们研究一个系统的最重要手段之一。实验的结果是输入和输出的数据,通过这些数据去建立数学模型就是系统辨识(有时简称为辨识)。

## 1.1.2 系统辨识

系统辨识可定义为:根据输入与输出数据在指定的一类系统中选择一个系统,这个系统和所研究的实际系统等价。

从这个定义出发,辨识首先要给定一类系统  $\bar{S} = \{s\}$ ,至于对一个具体的辨识问题如何选择  $\bar{S}$ ,就必须依赖于对该系统及其所处环境的知识;其次,还需要有一类输入信号  $u$  及与之相对应的输出信号,也就是给出取得输入、输出数据的手段与途径;最后还需要选定一个判断真实系统与辨识得到的系统是否等价的准则。

以上3个方面都有各种不同的形式与内容,这样就形成了多种多样的辨识问题。由于处理的问题不同,也就带来了处理方法上的千变万化。

具体实施一个辨识问题,大致要经过以下的步骤:

- ① 模型类的选择;
- ② 实验设计;
- ③ 参数估计;
- ④ 模型核验与确认。

模型类的选择主要取决于对所辨识的对象已有的知识及建模的目的,这些对辨识而言均属于先验知识,当然现在也有讨论结构辨识的,但这只是在模型类选定之后辨识其中的一些与结构有关的参数而已。

针对所选定的模型类,选择实验条件,设计实验去取得辨识所需要的输入、输出数据。

在取到实验数据后,就要去确定模型,参数估计是确定模型的主要工作,如果有待辨识的结构参数(如模型的阶或其他的结构参数)就首先确定结构参数,然后再估计其他参数。

在确定了一个模型之后,就必须进行核验,考察所得到的模型对辨识的目的是否合用。如果不合用,则必须重新辨识(包括重新取得数据);如果是合用的,就可以将辨识得到的模型确定为最终结果。

以上这些问题就是本书所要讨论的内容。

## 1.1.3 系统辨识的目的

弄清楚系统辨识的目的是什么,对我们正确地运用辨识的工具是有重要意义的,系统辨识至少有以下几方面的作用。

### 1. 估计某些具有特定物理解释的参数

这是辨识用于很大一类对象,特别是用于非工业对象所要解决的问题。在这一类问题中,系统的分析或评价往往依赖于几个主要的参数,而这些参数又是不能直接测量的,这就需要通过一定可以直接测量的实验数据,用系统辨识的方法建立模型,从而估计到这些参数,为系统的分析和评价提供依据。

#### 【例 1.1】 地下水流模型

一个地下水的积水层的水流量可用下面的模型来描述

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = \operatorname{div} T \cdot \operatorname{grad} h + q$$

式中,  $h$  是水位,  $q$  是输入流速,  $S$  是存储系数,  $T$  是输送能力,  $S$  和  $T$  是土质特征的函数。

辨识的目的是估计  $S$  和  $T$ , 因为它们对积水层的性质提供了一个实际的观察。例如, 一个区域的  $T$  值高, 就意味着能够提供较大的水量。

**【例 1.2】 肾血流量的估计**

这里考虑的是研究肾功能的生理系统, 肾是排泄器官, 血液经过血管进入肾脏, 通过肾小球、肾小管与血液进行物质交换, 最后形成尿排出。

肾能将血液中的物质清除出去的能力是肾的主要功能, 这样的生理系统可以描述为: 系统中物质运动的关系如图 1.1 所示, 不同区域间物质转移的速度与该区域物质的浓度  $x_i$  成正比, 速度常数为  $k_{ij}$ , 这样的系统可以根据物质平衡定律写出数学模型为

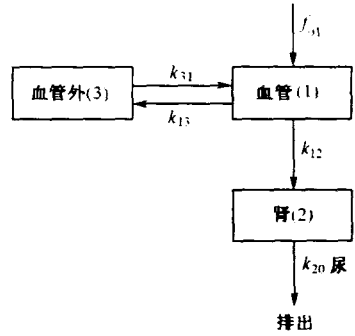


图 1.1 肾功能系统

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -(k_{13} + k_{12})x_1 + k_{31}x_3 + f_{01} \\ \frac{dx_2}{dt} = k_{12}x_1 - k_{20}x_2 \\ \frac{dx_3}{dt} = k_{13}x_1 - k_{31}x_3 \end{cases}$$

当系统的输入是一脉冲时,  $f_{01} = 0$ , 初始状态是  $x_1(0) = 1, x_2(0) = x_3(0) = 0$ 。研究肾功能的主要参数是  $k_{12}$ , 通过它可以直接算出肾血浆流量, 通过系统辨识可得到参数  $k_{12}$ 。

类似的例子在生物系统中是很多的, 通过系统辨识, 可以估计一些无法直接测量到的生理参数, 关于本例中的系统将在第 9 章详细讨论。

2. 得到仿真模型

为了研究不同的控制策略或待设计变量对所研究的系统的影响或分析对系统进行某些扰动后可能产生的影响, 这样的工作最好是对系统本身进行实验研究, 但这往往是很难做到的, 原因是多方面的, 比如:

- ① 实验费用可能太昂贵;
- ② 系统可能是不稳定的, 实验将破坏系统的平衡, 可能会造成危险;
- ③ 系统的时间常数很大, 使实验进行得很慢, 以至于效果不明显;
- ④ 系统不可能在设计控制系统时运行, 如所研究的是一个待设计的系统。

在这样的情况下, 只能寻求另外的途径, 途径之一就是建立一个描述系统的数学模型, 用这个模型的运算结果来模仿真实系统的行为。仿真技术已经是现代工程技术中的一种十分重要的、不可或缺的手段, 下面举例来说明。

**【例 1.3】 生物甲烷化过程**

生物甲烷化是一个绝氧发酵过程, 由于细菌的分解作用而产生甲烷这样的一个生物反应, 可用下述非线性状态模型来描述

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -(k + g)x + \frac{\mu s}{k + s} \\ \frac{ds}{dt} = \frac{\mu s}{\alpha(k + c)} - gs + pq_u \end{cases}$$

输出变量是

$$q = \alpha \cdot \frac{\mu s}{k + s}$$

式中,  $x$  为产生甲烷的细菌的浓度;  $s$  为作用物的浓度;  $q$  为产生的气体;  $g$  为稀释速度;  $u$  为在流体中的酸浓度;  $k$  为细菌的衰减系数;  $p$  为在反应中氢化的酸的未知部分;  $\mu$  为给定的细菌生长速度;  $\alpha$  和  $\alpha^*$  为生产系数。

这个模型是根据生物化学的知识得到的, 其中一些参数是通过测量数据估计而得到的。也就是说, 这个模型就是辨识的结果, 利用这个模型可以寻求最优稳态值, 并且可以研究各种起动方法, 而这些研究几乎不可能在系统自身上完成, 因为目前技术水平很难保持过程处于稳定。此外, 生物甲烷化反应的起动过程需要几个星期的时间, 而利用这个模型在计算机上仿真就非常快。

凡是所研究的系统是一个待设计的系统时, 无论是进行分析还是设计, 只有进行仿真。例如, 核反应的控制系统就是如此, 这时要求仿真所用的模型能真实反映系统的特性。对于设计参数, 则要求能正确地符合其本身的物理意义。

### 3. 预测

在许多应用中, 要求用现在和过去系统可测量的输入、输出数据实时预测系统输出未来的演变。例如, 最常见的气象预报、洪水预报, 工程系统中的状态预测, 经济学领域中市场价格预测, 环境系统中污染情况的预测……, 总之, 预测问题涉及到许多领域, 预测问题的研究有着广泛的应用前景。

建立预测模型主要是依据预测误差最小的原则, 一般来说, 只要能有一定的预测误差, 就是一个好的预测模型, 对模型的结构及参数上很少有其他要求, 这就使得建立一个预测模型有可能会比建立其他的模型要简单一些。

例如, 常常用输入、输出的一个线性函数去预测未来的输出, 甚至当系统是时变和非线性时也是如此。只要对预测模型的系数以适当的方式不断进行修正, 就可能获得很好的预测效果。

### 4. 控制

要对一个系统设计控制器, 就需知道系统的传递函数或状态方程。对于一个实际系统, 传递函数或状态方程一般要通过建模和辨识来得到。在这些应用中, 建立模型是为了控制, 特别是在工业应用中, 目的就是要设计一个控制器。随着设计方法和采用的控制策略的不同, 对模型也将提出不同的要求。

以上 4 个方面是建模和辨识最常见的应用, 明确应用的目的对模型的选择是很重要的, 因为这样就知道辨识会带来什么问题及需要用什么样的先验知识。当然, 有时同一问题中可以同时有几个目标, 在这种场合下建立什么样的模型及采用什么方法就需要具体分析。

#### 1.1.4 辨识中的先验知识

无论是出于哪一种应用目的, 完全从输入和输出的数据去确定模型总是很困难的。要确定模型, 如何利用有关系统的先验知识是十分重要的, 特别是模型类的选择往往要用到有关系统的先验知识, 下面就这个问题做进一步的讨论。

##### 1. 从先验知识如何选择—一个模型类

在建模和辨识中, 存在一个客观的现实系统, 一般地说, 对它的完全准确的描述并不清楚。

尽管如此,还是假定研究者感兴趣的那部分客观现实有一个精确的描述,这个描述(它是研究者对现实的近似)就称为是“真实系统”。为了使这一概念具体化,假定真实系统如图 1.2 所示。

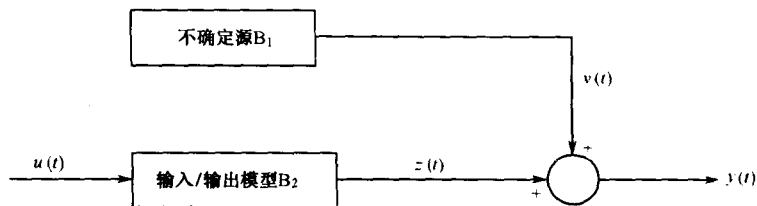


图 1.2 真实系统

研究者的先验知识就是关于  $B_1$  和  $B_2$  的知识,极端情况可以没有任何先验知识。

建模和辨识的任务是选择一个模型类并估计参数,选择模型类是整个建模和辨识过程中最困难的部分之一,为了清楚起见,将模型分成两类。

### (1) 预测模型

$$\hat{y}(t+1 | \theta) = f_p(U^t, Y^t, \theta) \quad (1.1)$$

用所有到  $t$  时刻为止的输入、输出数据去预测将来的输出  $y(t+1)$ 。

### (2) 仿真模型

$$\hat{y}(t+1 | \theta) = f_s(U^t, \theta) \quad (1.2)$$

仅用输入数据预测  $y(t+1)$ 。

注意:这两类模型的参数都可以用预测误差最小的方法来辨识。

## 2. 先验知识在各类模型的辨识中的作用

### (1) 预测模型

其目的是构造一个模型,从输入、输出数据来得到预测  $\hat{y}(t+1)$ 。这样的模型不需要多少真实系统的知识,就可以辨识并对其性能进行评价。这种评价的准则和辨识准则是一致的。当然,有关  $B_1$  和  $B_2$  的任何知识,将有助于选择模型集,而且将会改进预测性能。

### (2) 仿真模型

这里的问题是构造一个模型能模仿真实系统的行为,甚至在与收集数据时不同的环境中也能做到这一点。这样的模型要求就比较高。当然,可以考虑先辨识一个预测模型(这样的模型要求较少的先验知识),然后将预测模型中的  $Y^t$  用其预测值  $\hat{Y}^t$  代替,于是模型就转化为仿真模型(见式(1.2))。但是,这种做法是很危险的。因为一个最好的预测模型并不总是一个最好的仿真模型。出现这种现象的原因是预测模型的选择准则与辨识准则是一致的,即使预测误差的某个函数最小。而对仿真模型来说,模型选择的准则与辨识准则不一致,辨识准则不能判别一个仿真模型的好坏,这时只有用先验知识或大量的仿真研究才能确认一个仿真模型的好坏。

### (3) 估计具有物理解释的参数

选择模型是为了估计某些参数,而这些参数是不能直接测量的,选择模型类的准则是估计值  $\hat{\theta}$  必须尽可能接近真值  $\theta$ 。这里又出现模型选择的准则与辨识准则不一致的情况。因此,参数和模型结构关系的先验知识是本质的,研究者必须知道或假定一个“真实系统”(至少是包含有关参数的部分真实系统);另一方面,模型集必须选得使  $\hat{\theta}_N$  收敛到真值  $\theta$ 。因此,它必须包含这个真实系统并且必须是可辨识的。粗略地说,这意味着所选的模型对某一  $\theta$  必须有同

真实系统同样的输入、输出关系,这里输入理解为包含确定性输入和随机输入。

可以通过预测误差去讨论参数估计的收敛性,并用估计误差协方差阵去讨论估计的精确度,当然这仅在真实系统的结构等事先已知时才有意义,如果关于 $\theta$ 的某些先验知识可利用,则可以提高估计的精度。

#### (4) 控制

对多数的控制应用,如最小方差控制等,要求有一个好的预测,甚至模型类是否包含真实系统都是不重要的。然而,如果目的是去模拟控制策略,则必须要有一个仿真模型。

总之,系统辨识必须提出所追求的目标及关于真实系统可用的先验知识,追求的目标决定最少需要多少先验知识,先验知识是十分重要的,它是建模的重要依据。因此,工作中要十分重视先验知识,要重视正确的先验知识的搜集和利用。

### 1.1.5 先验知识的获得

先验知识有两种不同的含义。其一是有关模型结构、参数或者数据的实际知识或信息,而这些知识或信息是研究者已知的或是从数据中收集到的;其二是研究者在从事辨识工作之前所做的假定(这样的先验假定往往是为了保证可辨识性而要求的),这种假定是关于模型结构、参数或数据的某些限定或约定。下面分别进行讨论。

#### 1. 关于模型结构的先验知识

模型结构可以从本质上不同的两条途径来得到:一条是从过程本身的运动(物理的、化学的等)规律来得到的,通过这种途径建模,一般称为理论建模;另一条途径是通过对数据分析得到的,如判断线性、时变性、噪声的相关性等。

#### 2. 关于数据的先验知识

关于数据的先验知识有两种:一种是对数据限制,例如流量必须是正的,控制输入有一定的幅度限制;另一种限制是要求噪声服从某种事先指定的分布,最常见的是要服从正态分布,因为许多分析、估计算法都是以正态噪声为基础的。如果数据不满足要求,就要对数据进行处理,如做变换、取对数就是常用的一种。

#### 3. 关于参数的先验知识

这种先验知识有3种形式:①给出参数的区域或者给出少数决定参数变化范围(常常是高维的)的约束变量(常常是低维的);②提供参数的先验估计,这种估计可以作为估计算法的初值;③给定或假定参数的先验分布密度,这种分布将有助于改进估计的精度。

### 1.1.6 系统辨识的基本步骤

一个实际的辨识过程究竟应该如何去做呢?辨识的主要步骤可以用如图1.3所示的流程图来表示。

先验知识和建模的目的前面已经讨论,这里对其他部分做一简单的说明。

#### 1. 实验设计

安排实验的目的是为了获得输入和输出数据。设计实验原则是所获得的数据(对研究目



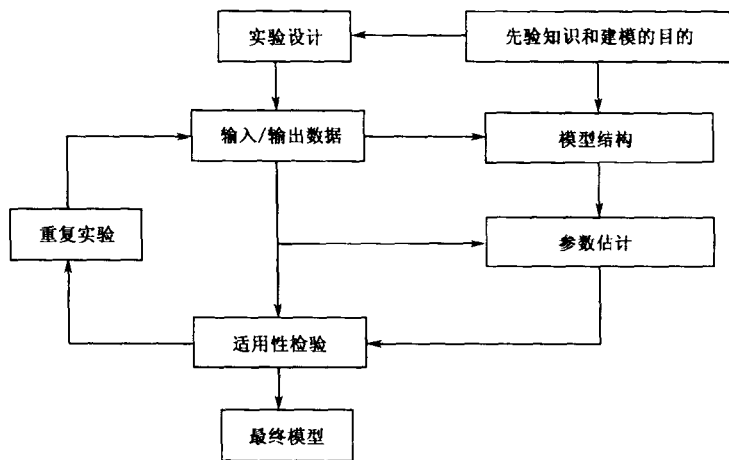


图 1.3 辨识过程框图

的来说)包含的信息要尽可能地多。当然,还要考虑到实现的可能性及实验费用等。

实验设计中要考虑的问题包括:在系统输入允许的情况下,如何选择输入信号、采样速度、实验期限及做哪些预备性实验等。

## 2. 模型结构

除了单变量线性系统的阶、多变量线性系统的结构不变量(见第 6 章)和一些逼近算法的近似模型外,模型的结构主要是依靠先验知识来决定的。

## 3. 参数估计

模型结构确定后,辨识主要就是通过实验数据去估计未知参数。因此,参数估计是辨识工作中非常重要的内容。一般来说,参数估计是一个具体的辨识过程中工作量最大的部分,也是以后各章讨论的主要内容之一。

## 4. 模型适用性的检验

一个模型被辨识出来之后,检验模型是否达到建模的目的是一个很重要的问题。解决这个问题目前还没有什么系统的方法,只是随着问题的不同而提出具体的解决办法。

# 1.2 数学模型

## 1.2.1 概述

分类就是根据事物的特征将具有某种共性的对象归为同一类。这样归并的目的当然可以是多种多样的。一般来说,分类要有助于某种研究目的的实现,对数学模型的分类也是如此。从不同的目的出发,就可能得到不同的分类,如常见的线性与非线性、集中参数与分布参数、定常与时变、确定性与随机、参数与非参数、连续与离散、单变量与多变量、模糊与非模糊、神经网络模型与符号逻辑模型等。