

◎丛书总主编 吴康

◎本册主编 吴康

# 奥赛金牌

# 题典

AOSAI JINPAI TIDIAN

小学五年级数学



彩虹策划

GUANGXI NORMAL UNIVERSITY PRESS  
广西师范大学出版社

奥赛金牌之路丛书

本册主编 吴 康

Aosai Jinpai Tidian

# 奥赛金牌

# 题典

小学五年级数学



GUANGXI NORMAL UNIVERSITY PRESS

广西师范大学出版社

· 桂 林 ·

## 编委会名单

总 主 编:吴 康

副 总 主 编:黄照欣 莫海洪 王正询

编 委:(以姓氏笔画为序)王向东 冯 杰 苏文龙

吴 毅 张学荣 赵荻帆 骆慧明 殷志学

梁中波 黄文斐

本 册 主 编:吴 康

本 册 副 主 编:赵荻帆

本 册 编 者:(以姓氏笔画为序)古伟清 刘 虹 沈海斌

何家仁 张广荣 单志龙 范四清 林 冬

钟进均 钱昌本 翁抗生

## 奥赛金牌题典 小学五年级数学

主 编 吴 康

副 主 编 赵荻帆

责任编辑:杨小雪

装帧设计:杨 琳

广西师范大学出版社出版发行

广西桂林市育才路15号 邮政编码:541004

网址:<http://www.bbtpress.cn>

广西师范大学印刷厂印刷

\*

开本:890×1240 1/32 印张:8.875 字数:264千字

2004年6月第2版

2004年6月第1次印刷

ISBN 7-5633-1477-6/G·1190

定价:9.80元

# 前 言

数学是古老而又年轻、庞大而又简捷的学科。数学既是一门科学，又是所有科学的工具。数学应用极为广泛，所有的科学都因应用了数学而得到极大的发展。学好数学是 21 世纪中小學生义不容辞的责任、光荣而又艰巨的目标。

数学竞赛源远流长，可以追溯到 16 世纪求解三次方程的“擂台赛”。现代数学竞赛，可以追踪到 1894 年匈牙利的全国中学数学竞赛。中国大陆现代意义下的数学竞赛活动根源于 1956 年的北京、天津、上海、武汉四地的高中数学竞赛，复兴于 1978 年的全国和京、沪、津、陕、皖、川、辽、粤八省市中学数学竞赛。1959 年起举办的国际数学奥林匹克，是国际上最重要的、水平最高的、影响最大的数学竞赛。小学数学竞赛的兴起可以追溯到 20 世纪 50 年代。中国最早的国家级小学数学竞赛是 1986 年创办、至今每 2 年举行一次的“华罗庚金杯”少年数学邀请赛。


数学竞赛帮助广大学生激发学习兴趣、启迪思维、培养能力、提高知识水平。数学竞赛试题和解答为我们展现了一幅幅比中小学数学教材更绚丽多姿的画卷，其鲜艳夺目的花朵，琳琅满目的果实，其气象万千的景致，峰回路转的情形，使人目不暇接、流连忘返。本卷的题解、分析、讨论和点评，为读者带来对问题的深入思考、细致评述，让我们理解问题的实质和变化、缘由和关系，A、B 类题适合各种需要，内容既依据新教学大纲、数学竞赛大纲，又适当超前、综合和提高；既按照代数、几何、初等数论等数学分支分开出题，又别出心裁地从数学问题求解方法入手，精选若干专题，混合编排、照顾不同的需求——“源于解题，高于解题”，让有志于参加奥林匹克活动的学生可用、会用、易用、乐用。

本卷由华南师范大学数学系硕士生导师吴康副教授任主编，广州市中学数学奥林匹克学校校长、曾任广州市教研室数学科科长和广州市小学数学奥林匹克学校校长的赵获帆高级教师任副主编。参加编写的有吴康、赵获帆，广东省中等师范数学教研会理事长、广州市小学数

学教研会会长、广州市小学数学奥林匹克学校校长张广荣特级教师，汕头大学理学院党总支书记、十多次参加全国高考命题、研究生入学考试命题的钱昌本副教授，广州市白云中学高级讲师何家仁，佛山师范学院原成教处处长翁抗生副教授，华南师大附小高级教师刘虹，中山市小榄镇数学讲师范四清，顺德市桂洲中学一级教师沈海斌，华南理工大学数学科学学院博士研究生单志龙，华南师范大学课程与教学论专业“竞赛数学”方向硕士研究生林冬，广州市新市中学二级教师钟进均。他们当中，吴康、赵荻帆、钱昌本、范四清是中国数学奥林匹克高级教练，吴康曾出任中国数学奥林匹克集训队教练、澳门队教练，钱昌本、范四清、吴康、赵荻帆、张广荣、何家仁、翁抗生、刘虹曾出任“华罗庚金杯”赛广州市（曾获团体冠军）、潮州队（曾获季军）、中山队（曾获季军）、南昌队等的主教练、领队或教练。吴康指导过获国际数学奥林匹克金、银、铜牌的选手十多名。

谨向本卷编写过程中使用的参考文献的作者致谢，限于篇幅不再罗列。

编者



# 目 录

---

## 第 I 部分 例题精析及训练

### 第一章 算术与代数

§ 1 速算与巧算 .....	1
§ 2 四则混合运算与乘方运算 .....	10
§ 3 数列与数列求和 .....	17
§ 4 用算术或代数方法解应用题 .....	28
§ 5 综合题与杂题 .....	39

### 第二章 平面几何

§ 1 平面几何计算和求解 .....	47
§ 2 平面几何变换 .....	60
§ 3 综合题与杂题 .....	75

### 第三章 初等数论

§ 1 整数与数谜 .....	83
§ 2 不定方程与进位制 .....	91
§ 3 整数整除性问题 .....	99

§ 4 质数与合数 .....	108
<b>第四章 数学解题方法</b>	
§ 1 枚举法 .....	117
§ 2 组合计数方法 .....	128
§ 3 抽屉原理 .....	141
§ 4 极端原理 .....	154
§ 5 奇偶分析法 .....	167
<b>第五章 生活中的数学</b> .....	182

## 第Ⅱ部分 数学竞赛套题

2001年浙江省小学数学夏令营试题 .....	196
“《小学生数学报》杯”江苏省首届小学生探索与应用能力 竞赛试题 .....	203
天津市2000~2001学年度数学学科竞赛试题 .....	208
吉林省第七届小学数学邀请赛试题 .....	213
2001年四川省小学生数学夏令营试题 .....	217
重庆市“世纪杯”数学邀请赛试题 .....	222
2001年“我爱数学”少年夏令营试题 .....	224
广东省1998年小学数学竞赛试题 .....	230
2001年浙江省小学数学夏令营试题解答 .....	235
“《小学生数学报》杯”江苏省首届小学生探索与应用能力 竞赛试题解答 .....	245
天津市2000~2001学年度数学学科竞赛试题解答 .....	251
吉林省第七届小学数学邀请赛试题解答 .....	256
2001年四川省小学生数学夏令营试题解答 .....	262
重庆市“世纪杯”数学邀请赛试题解答 .....	266
2001年“我爱数学”少年夏令营试题解答 .....	269
广东省1998年小学数学竞赛试题解答 .....	277

## ● 第 I 部分 例题精析及训练

### 第一章 算术与代数

#### § 1 速算与巧算

#### A 类题

**A1** (第七届“华罗庚金杯”少年数学邀请赛复赛试题)

$$\text{计算: } 19 + 199 + 1999 + \cdots + \underbrace{199\cdots9}_{1999\text{个}9} = ?$$

分析: 这是 1999 个数相加, 观察这些加数的特点: 如果把每个加数都加上 1, 凑成 20, 200, 2000,  $\cdots$  再相加, 便可简便地得出结果。

$$\begin{aligned} \text{解: } & 19 + 199 + 1999 + \cdots + \underbrace{199\cdots9}_{1999\text{个}9} \\ &= (19 + 1) + (199 + 1) + (1999 + 1) + \cdots + (\underbrace{199\cdots9}_{1999\text{个}9} + 1) - 1999 \\ &= 20 + 200 + 2000 + \cdots + \underbrace{200\cdots0}_{1999\text{个}0} - 1999 \end{aligned}$$



$$= \underbrace{22 \cdots 20}_{1999 \text{ 个 } 2} - 2000 + 1 = \underbrace{22 \cdots 20221}_{1996 \text{ 个 } 2}$$

讨论:如果两个数的和恰好能凑成整十、整百、整千,……我们就把其中一个数叫做另一个数的补数。例如,1是9的补数,1也是99的补数,等等。在计算几个数的和时,运用补数凑整再相加,可以简便地算出结果。

点评:在解题过程中,要认真观察,发现题目中的数的特征,选择合理的算法,力求准确、迅速地得到结果。

**A2.** (1990年上海市小学五年级数学竞赛试题)

$$100 + 99 - 98 + 97 - 96 + \cdots + 3 - 2 + 1$$

分析:从1到100的自然数一共有100个,本题是把这100个自然数中的奇数相加,再减去除100外的各个偶数。如果从左到右逐个运算,十分麻烦,运用结合律把原式转化为: $100 + (99 - 98) + (97 - 96) + \cdots + (3 - 2) + 1$ ,使运算变得十分简单。

$$\begin{aligned} \text{解:原式} &= 100 + (99 - 98) + (97 - 96) + \cdots + (3 - 2) + 1 \\ &= 100 + \underbrace{1 + 1 + \cdots + 1 + 1}_{49 \text{ 个}} = 150 \end{aligned}$$

讨论:上述的解法最为简便,下面的思路也是正确的:除100外,把所有加上的数、所有减去的数分别结合:

$$100 + (99 + 97 + \cdots + 3 + 1) - (98 + 96 + \cdots + 2)$$

前一个括号是50个连续奇数相加,后一个括号是49个连续偶数相加,运用等差数列求和方法(见本章§3)得:

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 100 + (1 + 99) \times 50 \div 2 - (2 + 98) \times 49 \div 2 \\ &= 100 + \frac{100 \times (50 - 49)}{2} = 150. \end{aligned}$$

点评:“数字串”的加减法运算,应观察分析各数的关系,发现规律,寻找简便算法。

**A3.** (第十一届哈尔滨市小学数学竞赛试题)

$$\text{计算: } 1992 \times 199119911991 - 1991 \times 199219921992$$

分析:如果先进行乘法运算再进行减法运算,会因数字大而易出差

错,且过程非常麻烦。可以先从  $199119911991$  中分解出因数  $1991$ ,从  $199219921992$  中分解出因数  $1992$ ,这样,被减数与减数都含有因数  $1991$  和  $1992$ ,把它们提取出来,使运算变得十分简便。

$$\begin{aligned} \text{解: } & 1992 \times 199119911991 - 1991 \times 199219921992 \\ &= 1992 \times 1991 \times 100010001 - 1991 \times 1992 \times 100010001 \\ &= 1992 \times 1991 \times (100010001 - 100010001) = 0 \end{aligned}$$

讨论:乘法分配律为:  $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ ,反过来,  $a \times b + a \times c = a \times (b + c)$ 。就是说在加法运算中,可以把各加数的公共因数提取到括号外。对于减法,也有同样的性质:  $a \times (b - c) = a \times b - a \times c$ ,反过来,  $a \times b - a \times c = a \times (b - c)$ 。本题的解题过程就是运用这一性质,即乘法分配律的逆用,使运算变得简便。

点评:对于每一公式,不仅会直接运用它,还要会用它的逆运算,在解题中,这种逆运算往往能发挥很重要的作用。

**A4.** (天津市 1998 ~ 1999 学年度小学数学学科竞赛预赛试题)

$$1 - \frac{5}{6} + \frac{7}{12} - \frac{9}{20} + \frac{11}{30} - \frac{13}{42} + \frac{15}{56} - \frac{17}{72} + \frac{19}{90}$$

分析:原式中各分数直接加减十分繁琐,考虑把各分数拆项:  $\frac{5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ ,  $\frac{7}{12} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ ,  $\frac{9}{20} = \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$ ,  $\frac{11}{30} = \frac{1}{5} + \frac{1}{6}$ ,  $\frac{13}{42} = \frac{1}{6} + \frac{1}{7}$ ,  $\frac{15}{56} = \frac{1}{7} + \frac{1}{8}$ ,  $\frac{17}{72} = \frac{1}{8} + \frac{1}{9}$ ,  $\frac{19}{90} = \frac{1}{9} + \frac{1}{10}$ ,题中各分数经过这样变形以后,可以消去很多项。

$$\begin{aligned} \text{解: } & 1 - \frac{5}{6} + \frac{7}{12} - \frac{9}{20} + \frac{11}{30} - \frac{13}{42} + \frac{15}{56} - \frac{17}{72} + \frac{19}{90} \\ &= 1 - \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) + \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) - \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right) + \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \right) - \\ & \quad \left( \frac{1}{6} + \frac{1}{7} \right) + \left( \frac{1}{7} + \frac{1}{8} \right) - \left( \frac{1}{8} + \frac{1}{9} \right) + \left( \frac{1}{9} + \frac{1}{10} \right) \\ &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{10} = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

讨论:我们比较熟悉两个异分母分数相加减要先通分,而不熟悉一

个分数分拆为两个分数的和的形式。这种逆方向的思维形式对于本题的运算有着十分重要的作用,而且当项数很多时,作用更大。

点评:从反向考虑问题总是比顺向困难,必须加强这方面的锻炼,因为它在解决难题中起着不可取代的作用。

**A5** (第三届北大少年数学邀请赛第一试试题)

计算(精确到小数点后第三位) $0.\dot{1}6 + 0.\dot{1}42857 + 0.\dot{1}25 + 0.\dot{1} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

分析:本题是四个纯小数相加,其中有三个是循环小数;循环小数中有两个是纯循环小数,一个是混循环小数。一般是先化成分数后再相加。

$$\text{解: } 0.\dot{1}6 = \frac{16-1}{90} = \frac{1}{6}, 0.\dot{1}42857 = \frac{142857}{999999} = \frac{1}{7}, 0.\dot{1}25 = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}, \\ 0.\dot{1} = \frac{1}{9}。$$

$$\text{原式} = \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} = \frac{84 + 72 + 63 + 56}{504} = \frac{275}{504} \approx 0.546。$$

讨论:必须熟练掌握各种形式的小数化为分数的方法:对于纯循环小数化成的分数,其分子是第一个循环节的数,分母是由数字9组成的数,9的个数等于循环节的位数,例如: $1.\dot{6} = 1\frac{6}{9} = 1\frac{2}{3}$ ,

$0.\dot{3}24 = \frac{324}{999} = \frac{12}{37}$ ;对于混循环小数化成的分数,其分子是小数点右边第一个数字到第一个循环节末位的数字所组成的数,减去不循环数字所组成的数,所得的差,分母是数字9后面带数字0所组成的数,其中9的个数等于循环节的位数,0的个数等于不循环部分的位数。例如:

$$1.\dot{3}18 = 1\frac{318-3}{990} = 1\frac{315}{990} = 1\frac{7}{22}。$$

点评:本题由于把各小数转化为分数,使计算得心应手。数学问题的解决往往借助于各种各样的“转化”。

## B 类题

**B1.** (1996年广东省“育苗杯”小学数学通讯赛复赛试题)

$$379000 \div 125 \div 8 = \underline{\hspace{2cm}}。$$

**B2.** (1990年无锡市小学五年级数学竞赛试题)

$$\text{计算: } 0.125 \times 0.25 \times 0.5 \times 64 = \underline{\hspace{2cm}}。$$

**B3.** (1992年小学数学奥林匹克初赛C卷试题)

$$\text{计算: } 7.5 \times 46.7 + 17.9 \times 2.5 = \underline{\hspace{2cm}}。$$

**B4.** (1999年广州市小学五年级数学竞赛决赛试题)

$$6.6 \times 78.5 \times + 7.85 \times 34 = \underline{\hspace{2cm}}。$$

**B5.** (1999年铜川市小学数学知识竞赛试题)

$$5 \times 19.99 + 16 \times 1.999 + 0.34 \times 199.9 = \underline{\hspace{2cm}}。$$

**B6.** (“育苗杯”小学五年级数学通讯赛复赛试题)

$$\text{计算: } (199.2 + 19.92 + 1.992 + 0.1992) \div 0.1111 = \underline{\hspace{2cm}}。$$

**B7.** (甘肃省第七届小学数学冬令营第一试试题)

$$1999 + 199 + 19 + 9 = \underline{\hspace{2cm}}。$$

**B8.** (1998年广州市小学五年级数学竞赛决赛试题)

$$(1998 + 1999 + 1995 + 1991 + 1992) \div 5 = \underline{\hspace{2cm}}。$$

**B9.** (南通市1999年度五年级小学数学竞赛试题)

$$\text{计算: } 1111111111 \times 9999999999 = \underline{\hspace{2cm}}。$$

**B10.** (《小学数学》1999年第12期试卷B卷试题)

$$\underbrace{66 \cdots 66}_{1999\text{个}} \times \underbrace{99 \cdots 99}_{1999\text{个}} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

**B11.** (1994年广东省“育苗杯”小学数学通讯赛复赛试题)

$$\underbrace{99 \cdots 9}_{1994\text{个}} \times \underbrace{99 \cdots 9}_{1994\text{个}} + \underbrace{99 \cdots 9}_{1994\text{个}} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

**B12.** (天津市 1998~1999 学年度小学数学学科竞赛决赛试题)

计算:  $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 29 - 2 - 4 - 6 - \dots - 28 =$  \_\_\_\_\_。

**B13.** (第三届北大少年数学邀请赛第一试试题)

计算:  $1989 + 1988 + 1987 - 1986 - 1985 - 1984 + 1983 + 1982 + 1981 - 1980 - 1979 - 1978 + \dots + 9 + 8 + 7 - 6 - 5 - 4 + 3 + 2 + 1 =$  \_\_\_\_\_。

**B14.** (《小学数学》2000 年第 6 期 A 卷试题)

$99999 \div 5 + 9999 \div 5 + 999 \div 5 + 99 \div 5 + 9 \div 5 =$  \_\_\_\_\_。

**B15.** (开平市小学五年级数学竞赛初赛试题)

$9999 \times 4444 \div 6666 =$  \_\_\_\_\_。

**B16.** (《小学数学》2001 年第 1~2 期 A 卷试题)

$1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{9} - \frac{1}{27} - \frac{1}{81} =$  \_\_\_\_\_。

**B17.** (1999 年广州市小学五年级数学竞赛决赛试题)

已知:  $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ ;  $\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$ ;  $\frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$ ;  $\frac{1}{6} - \frac{1}{7} = \frac{1}{42}$ 。

求  $\frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} =$  \_\_\_\_\_。

**B18.** (2000 年《小学生数学报》少年数学爱好者夏令营营员选拔赛 B 卷试题)

$(200041 - 20.0041) \div (400082 - 40.0082) =$  \_\_\_\_\_。

**B19.** (第二届北大少年数学邀请赛第一试试题)

计算:  $(123456 + 234561 + 345612 + 456123 + 561234 + 612345) \div 6 =$  \_\_\_\_\_。

**B20.** (1999 年广州市小学五年级数学竞赛决赛试题)

计算:  $1234.5678 + 2345.6781 + 3456.7812 + 4567.8123 + 5678.1234 + 6781.2345 + 7812.3456 + 8123.4567 =$  \_\_\_\_\_。

**B21.** (第五届北大少年数学邀请赛第一试试题)

计算:  $0.125 + 0.3 + \frac{5}{12} =$  \_\_\_\_\_。

**B22.** (1999年“我爱数学”少年夏令营计算竞赛试题)

$$0.\overset{\cdot}{1}2 + 0.\overset{\cdot}{2}3 + 0.\overset{\cdot}{3}4 + 0.\overset{\cdot}{4}5 + 0.\overset{\cdot}{5}6 + 0.\overset{\cdot}{6}7 + 0.\overset{\cdot}{7}8 + 0.\overset{\cdot}{8}9 = \underline{\hspace{2cm}}。$$

**B23.** (《小学数学》2001年1/2期B卷试题)

$1.1 + 1.91 + 1.991 + \cdots + 1.999999991$  的和的整数部分是  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

**B24.** (北京市第九届小学生“迎春杯”数学竞赛试题)

分数  $\frac{9}{13}$  化成小数后, 小数点后面第 1993 位上的数字是  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

**B25.** (第三届“华罗庚金杯”少年数学邀请赛决赛第二试试题)

已知:  $a = \underbrace{199119911991 \cdots 1991}_{1991 \text{ 个 } 1991}$ , 问:  $a$  除以 13, 余数是几?

### B 类题解答或提示

B1. 答: 379。[  $379000 \div 125 \div 8 = 379000 \div (125 \times 8) = 379000 \div 1000 = 379$  ]

B2. 答: 1。[  $0.125 \times 0.25 \times 0.5 \times 64 = (0.125 \times 8) \times (0.25 \times 4) \times (0.5 \times 2) = 1 \times 1 \times 1 = 1$  ]

B3. 答: 395。[  $7.5 \times 46.7 + 17.9 \times 2.5 = 7.5 \times (28.8 + 17.9) + 17.9 \times 2.5 = 7.5 \times 28.8 + 17.9 \times (7.5 + 2.5) = 216 + 179 = 395$  ]

B4. 答: 785。[ 因为  $7.85 \times 34 = 78.5 \times 3.4$ , 所以, 原式  $= 6.6 \times 78.5 + 78.5 \times 3.4 = 78.5 \times (6.6 + 3.4) = 78.5 \times 10 = 785$  ]

B5. 答: 199.9。 (因为  $5 \times 19.99 = 50 \times 1.999$ ,  $0.34 \times 199.9 = 34 \times 1.999$ 。所以, 原式  $= 50 \times 1.999 + 16 \times 1.999 + 34 \times 1.999 = (50 + 16 + 34) \times 1.999 = 100 \times 1.999 = 199.9$  )

B6. 答: 1992。[  $(199.2 + 19.92 + 1.992 + 0.1992) \div 0.1111 = (200 + 20 + 2 + 0.2 - 0.8888) \div 0.1111 = 222.2 \div 0.1111 - 0.8888 \div 0.1111 = 2000 - 8 = 1992$  ]

B7. 答: 2226。[ 原式  $= (1999 + 1) + (199 + 1) + (19 + 1) + (9 + 1)$  ]

$$-4 = 2226]$$

B8. 答:1995。(因为  $1998 + 1999 + 1995 + 1991 + 1992 = 1995 \times 5$ , 所以, 原式  $= 1995 \times 5 \div 5 = 1995$ )

B9. 答:1111111110888888889。(  $1111111111 \times 999999999 = 1111111111 \times (1000000000 - 1) = 1111111111000000000 - 1111111111 = 1111111110888888889$ )

B10. 答: $\underbrace{66\cdots6}_{1998\text{个}} \underbrace{5}_{1998\text{个}} \underbrace{33\cdots3}_{1998\text{个}} 4$ 。(  $\underbrace{66\cdots66}_{1999\text{个}} \times \underbrace{99\cdots99}_{1999\text{个}} = \underbrace{66\cdots66}_{1999\text{个}} \times (1 \underbrace{00\cdots0}_{1999\text{个}} - 1) = \underbrace{66\cdots600\cdots0}_{1999\text{个}1999\text{个}} - \underbrace{66\cdots6}_{1999\text{个}} = \underbrace{66\cdots6}_{1998\text{个}} \underbrace{5}_{1998\text{个}} \underbrace{33\cdots3}_{1998\text{个}} 4$ )

B11. 答: $\underbrace{99\cdots9}_{1994\text{个}} \underbrace{900\cdots0}_{1994\text{个}}$ 。(原式  $= \underbrace{99\cdots9}_{1994\text{个}} \times (\underbrace{99\cdots9}_{1994\text{个}} + 1) = \underbrace{99\cdots9}_{1994\text{个}} \times 1 \underbrace{00\cdots0}_{1994\text{个}} = \underbrace{99\cdots900\cdots0}_{1994\text{个}1994\text{个}}$ )

B12. 答:15。(  $1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 29 - 2 - 4 - 6 - \cdots - 28 = 1 + (3 - 2) + (5 - 4) + \cdots + (29 - 28) = 1 + \underbrace{1 + \cdots + 1}_{14\text{个}1} = 15$ )

B13. 答:2985。(原式中有 1989 个数, 每 6 个作一组,  $1989 \div 6 = 331 \cdots 3$ , 一共有 331 个组, 最后还有三个数:3, 2, 1。

$$331 \text{ 个组 } \left\{ \begin{array}{l} 1989 + 1988 + 1987 - 1986 - 1985 - 1984 = 9 \\ \cdots \\ 9 + 8 + 7 - 6 - 5 - 4 = 9 \end{array} \right.$$

$$3 + 2 + 1 = 6$$

所以, 原式  $= 9 \times 331 + 6 = 2979 + 6 = 2985$ )

B14. 答:22221。(  $99999 \div 5 + 9999 \div 5 + 999 \div 5 + 99 \div 5 + 9 \div 5 = 10000 \div 5 + 1000 \div 5 + 100 \div 5 + 10 \div 5 - 5 \div 5 = 20000 + 2000 + 200 + 20 + 2 - 1 = 22221$ )

B15. 答:6666。(  $9999 \times 4444 \div 6666 = 9 \times 1111 \times 4 \times 1111 \div (6 \times 1111) = 6 \times 1111 = 6666$ )

B16. 答: $\frac{41}{81}$ 。(  $1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{9} - \frac{1}{27} - \frac{1}{81} = 1 - \frac{27+9+3+1}{81} = 1 - \frac{40}{81} = \frac{41}{81}$ )

$\frac{41}{81}$ )

B17. 答:  $\frac{4}{21}$ 。  $\left[ \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} = \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right) + \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{6} \right) + \left( \frac{1}{6} - \frac{1}{7} \right) = \frac{1}{3} - \frac{1}{7} = \frac{4}{21} \right]$

B18. 答: 0.5。  $\{(200041 - 20.0041) \div (400082 - 40.0082) = (200041 - 20.0041) \div [(200041 - 20.0041) \times 2] = 0.5\}$

B19. 答: 388888.5。 [这6个数相应位相加恰好都是  $1+2+3+4+5+6=21$ 。因此,  $(123456 + 234561 + 345612 + 456123 + 561234 + 612345) \div 6 = 21 \times 111111 \div 6 = 777777 \div 2 = 388888.5$ ]

B20. 答: 39999.9996。 (这8个数相应位相加恰好都是  $1+2+3+4+5+6+7+8=36$ 。因此, 原式  $= 36 \times 1111.1111 = 39999.9996$ )

B21. 答: 0.875。  $\left( 0.125 + 0.3 + \frac{5}{12} = \frac{125}{1000} + \frac{3}{9} + \frac{5}{12} = \frac{1}{8} + \frac{1}{3} + \frac{5}{12} = \frac{21}{24} = 0.875 \right)$

B22. 答:  $4\frac{4}{25}$ 。 [原式  $= (0.1 + 0.2 + 0.3 + 0.4 + 0.5 + 0.6 + 0.7 + 0.8) + (0.02 + 0.03 + 0.04 + 0.05 + 0.06 + 0.07 + 0.08 + 0.09) = \frac{1}{10} \times (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8) + \frac{1}{90} \times (2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9) = \frac{36}{10} + \frac{44}{90} = \frac{368}{90} = 4\frac{4}{25}$ ]

B23. 答: 19。 (原式  $= \underbrace{2+2+\cdots+2}_{10\text{个}} - 0.9 - 0.09 - 0.009 - \cdots - 0.000000009 = 20 - 0.999999999$ , 故差的整数部分是 19)

B24. 答: 6。  $\left( \frac{9}{13} \right.$  化成的小数是循环小数, 找出循环节的位数, 再求出 1993 位里面有多少个循环节。  $\frac{9}{13} = 0.\dot{6}92307$ ,  $1993 \div 6 = 332 \cdots 1$ , 所以, 小数点后面第 1993 位上的数字是 6)



B25. 答:8。(199119911991 被 13 整除,  $1991 \div 13 = 663 \cdots 2$ , 所以,  $a$  除以 13 的余数与 19911991 除以 13 的余数相同。而  $19911991 \div 13 = 1531691 \cdots 8$ , 因此,  $a$  除以 13 的余数也是 8)

## § 2 四则混合运算与乘方运算

### A 类题

**A1.** 计算:  $0.5 \times 0.32 \times 1.25 \times 0.025 \times 0.2$ 。

**分析:** 整数、小数、分数的四则运算是小学生必须掌握的基本技能。计算要求准确、迅速、合理、灵活。这就要求我们认真审题, 特别要注意数字的特征。本题可以先进行灵活的变换, 把 0.32 先拆成  $0.4 \times 0.8$ , 利用凑整的方法, 运用乘法的交换律和结合律使计算简便。

$$\begin{aligned} \text{解: } & 0.5 \times 0.32 \times 1.25 \times 0.025 \times 0.2 \\ & = 0.5 \times 0.4 \times 0.8 \times 1.25 \times 0.025 \times 0.2 \\ & = (0.5 \times 0.2) \times (0.4 \times 0.025) \times (0.8 \times 1.25) \\ & = 0.1 \times 0.01 \times 1 \\ & = 0.001 \end{aligned}$$

**A2.** 计算:  $28.67 \times 67 + 3.2 \times 286.7 + 573.4 \times 0.05$ 。

**分析:** 计算本题时, 如果机械地按步计算会很麻烦。如果能够从整体上观察其数字特征, 就可利用小数点位置移动引起小数大小变化的规律, 先将题中的数进行适当的变化, 如  $28.67 \times 67$  恒等变形为:  $286.7 \times 6.7$ , 再将  $573.4 \times 0.05$  恒等变形为  $286.7 \times 0.1$ , 这时, 再运用乘法分配律的逆运算, 计算就简便多了。

$$\begin{aligned} \text{解: } & 28.67 \times 67 + 3.2 \times 286.7 + 573.4 \times 0.05 \\ & = 286.7 \times 6.7 + 3.2 \times 286.7 + 286.7 \times 0.1 \\ & = 286.7 \times (6.7 + 3.2 + 0.1) \\ & = 286.7 \times 10 \\ & = 2867 \end{aligned}$$